

基于 Gauss 伪谱法和直接打靶法结合的月球定点着陆轨道优化*

彭祺肇^{1,2}, 李海阳¹, 沈红新^{1,2}, 唐国金¹

(1. 国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 航天飞行动力学技术重点实验室, 北京 100094)

摘要:将一种求解最优控制问题的新方法—高斯伪谱法(Gauss Pseudospectral Method-GPM)和传统的直接打靶法有效结合,对月球着陆器定点软着陆轨道快速优化问题做出了研究。推导了高精度模型下着陆动力学方程。针对优化方法各自的特点和多约束条件下最优月球软着陆轨道设计的难点,提出了问题求解的串行优化策略:将控制变量和终端时间一同作为优化变量,同时离散控制变量与状态变量,取较少的 Gauss 节点,利用 GPM 求解初值,初值的求解采用从可行解到最优解的串行优化策略;在 Gauss 节点上离散控制变量,利用直接打靶法求解精确最优解。仿真结果表明,本文提出的轨道优化方法具有较强的鲁棒性和快速收敛性。

关键词:高斯伪谱法;直接打靶法;月球定点着陆;轨道优化;月球着陆器

中图分类号:V412.41 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2012)02-0119-06

Lunar exact-landing trajectory optimization via the method combining GPM with direct shooting method

PENG Qibao^{1,2}, LI Haiyang¹, SHEN Hongxin^{1,2}, TANG Guojin¹

(1. College of Aerospace and Materials Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing 100094, China)

Abstract: Rapid lunar exact-landing trajectory optimization was studied by combining a new optimal control method-Gauss Pseudospectral Method (GPM) with the traditional direct shooting method. Landing dynamics equation in high precision model was deduced. Aiming at the characters of optimization method and the difficulties in optimization of lunar soft landing trajectory with many constraints, a serial optimization strategy was proposed. Firstly, control variables and state variables were dispersed, and control variables and flying time were used as optimal variables. By giving fewer Gauss nodes, initial values were obtained using GPM, and a serial optimization framework was adopted to obtain the optimal solution from a feasible solution. Then the control variables were dispersed at Gauss nodes, the precise optimal solution was obtained by direct shooting method. Simulation results show that the methodology and strategy for the optimal trajectory design have good robustness and strong convergence.

Key words: Gauss pseudospectral method; direct shooting method; lunar exact-landing; trajectory optimization; lunar lander

月面定点软着陆对进行载人登月或月面勘测任务都有着重要的意义。由于月球没有大气,下降过程中着陆器的速度主要由制动发动机抵消,所以减少燃料消耗至关重要,这就需要最优着陆轨道做出设计。月球最优软着陆轨道的求解是一类终端时间自由的最优控制问题,其求解方法有间接法和直接法^[1]。由于间接法具有初值难以猜测、稳定性差的缺点,因此主要以直接法为主。目前国内外对此类最优控制问题做出了一些研究,但为了降低问题的求解难度,大部分是在忽略月球自转的背景下,做出相关简化后进行的,且未考虑着陆点位置约束^[2-6]。文献[7]虽建立了

直角坐标系下的着陆精确模型,但其采用了间接法求解,存在对初值要求高、收敛速度慢的缺点,且对问题的描述不如球坐标系直观。在未采用精确模型的研究中,文献[2-3]将控制量和终端时间均作为优化变量,然后利用智能算法优化,取得了较好结果,但主要问题是计算量较大,计算时间较长。文献[4]采用将控制变量离散,把问题转化为一个多参数优化问题的方法来求解,虽然避开了没有明确物理意义的参数猜测,但由于控制变量较为敏感,仍对初值要求较高。文献[5]采用 Legendre 伪光谱方法求解,引入了中间积分变量代替原状态方程中的时间变量,将原问题转化

* 收稿日期:2011-03-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(60903206);航天飞行动力学技术重点实验室开放基金资助项目(2012afdL019)

作者简介:彭祺肇(1982—),男,山西阳高人,博士研究生,E-mail:poochie003@163.com;

李海阳(通信作者),男,教授,博士,硕士生导师,E-mail:lihaiyang@nudt.edu.cn

为一个终端积分变量固定的最优控制问题,计算量虽小,但求解过程较为繁琐,且由于离散点较少,求解精度不高。文献[6]直接利用 Gauss 伪谱法进行求解,虽然计算速度快,但要得到高精度解,往往需要选择大量高斯点,这对求解复杂模型及强约束下的最优轨道往往很难收敛。

1 最优定点着陆问题描述

月面着陆过程可分为离轨段、自由下降段、动力下降段和最终着陆段。其中动力下降段一般为距月面 2 ~ 15km,且制动发动机连续工作,故此段决定着下降过程的燃料消耗。

1.1 动力学方程

对于一般的再入动力学方程,速度参数一般采用速度大小、航迹角和偏航角来描述^[8]。此方程中含有速度的倒数项 $1/v$,对于求解月球着陆问题来说,由于最后着陆器速度要衰减到 0,因此利用此方程在优化算法求解过程中往往会产生奇异解。针对这一问题,本文首先建立利用轨道坐

标系中三个方向的速度分量来描述速度参数的动力学方程。建立惯性系 $OX_1Y_1Z_1$, O 为月心, OY_1Z_1 为赤道平面, OX_1 轴沿月球自转轴, OY_1 轴指向月球赤道相对于白道的升交点。建立月球固定系 $OXYZ$, 其中 OX 与 OX_1 重合, OY 轴沿月球赤道面与起始子午面的交线方向。建立原点在着陆器的轨道坐标系 $oxyz$, ox 指向从月心到着陆器的延伸线方向, oy 垂直于 ox 指向着陆初始时刻的运动方向, oz 按右手坐标系确定。假设月球以恒定的角速度 ω 绕自转轴旋转。定义 r 为探测器位置矢量, V_1 为探测器在惯性系下的速度矢量, V 为探测器在固定系下的速度矢量, u, v, w 分别为着陆器在轨道坐标系中沿各坐标轴的速度分量。另设着陆器的经度为 θ , 纬度为 φ , 坐标轴 oy 与正北方向的夹角为 γ 。在轨道坐标系中,发动机推力方向与当地水平面的夹角为 α , 在水平面上的投影与 oy 轴的夹角为 β 。以上各参数的定义如图 1 所示。

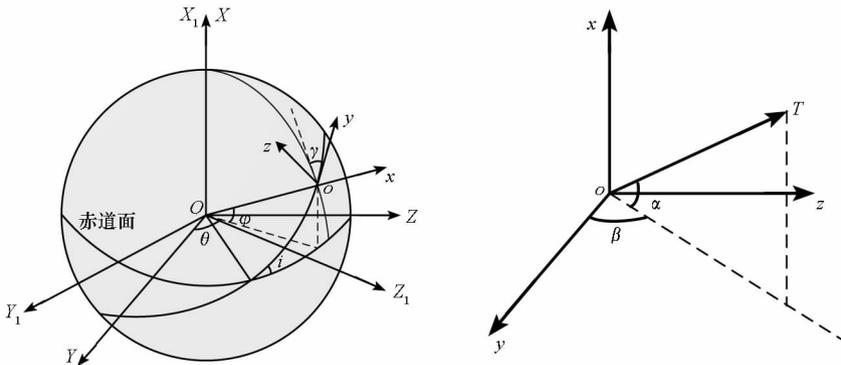


图 1 坐标系示意图
Fig. 1 Coordinate systems

根据文献[7]可知,在月球固定系中有

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \frac{dV_1}{dt} - 2\omega \times V - \omega \times (\omega \times r) \\ &= \frac{F}{m} - 2\omega \times V - \omega \times (\omega \times r) \end{aligned} \quad (1)$$

设 i, j, k 为沿坐标系 $oxyz$ 各轴的单位矢量, 则有

$$r = ri \quad (2)$$

$$V = ui + vj + wk \quad (3)$$

$$\omega = (\omega \sin\varphi)i + (\omega \cos\varphi \cos\gamma)j + (\omega \cos\varphi \sin\gamma)k \quad (4)$$

认为重力为中心重力场, 则

$$mg = -\frac{\mu m}{r^2}i \quad (5)$$

其中 μ 为月球引力常数, 将推力在轨道坐标系上分解:

$$T = (T \sin\alpha)i + (T \cos\alpha \cos\beta)j + (T \cos\alpha \sin\beta)k \quad (6)$$

为了进一步对(2)(3)式求导, 还需要计算出坐标系 $Oxyz$ 的角速度 Ω 。坐标系 $Oxyz$ 是由坐标系 $OXYZ$ 先绕 X 轴正向转动 θ 角, 然后绕 Z 轴正向转动 $(90^\circ - \varphi)$ 角, 再绕 X 轴正向转动 $(180^\circ - \gamma)$ 角得到的。因此, 坐标系 $Oxyz$ 的角速度为

$$\begin{aligned} \Omega &= M_1(180^\circ - \gamma)M_3(90^\circ - \varphi)\left[\frac{d\theta}{dt} \ 0 \ 0\right]^T \\ &+ M_1(180^\circ - \gamma)\left[0 \ 0 \ -\frac{d\varphi}{dt}\right]^T + \left[-\frac{d\gamma}{dt} \ 0 \ 0\right]^T \end{aligned} \quad (7)$$

对于固定在以角速度 Ω 旋转的坐标系中, 且位置向量为 r 的一点 P , 它的线速度是: $v = dr/dt = \Omega \times r$ 。如果 r 取作 i, j 和 k , 则

$$\left[\frac{d\mathbf{i}}{dt} \quad \frac{d\mathbf{j}}{dt} \quad \frac{d\mathbf{k}}{dt} \right]^T = [\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{i} \quad \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{j} \quad \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{k}]^T \quad (8)$$

对(2)式求导,得

$$\begin{aligned} \mathbf{V} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} &= \frac{dr}{dt} \mathbf{i} + r \frac{d\mathbf{i}}{dt} = \left(\frac{dr}{dt} \right) \mathbf{i} \\ &+ r \left(\sin\gamma \cos\varphi \frac{d\theta}{dt} + \cos\gamma \frac{d\varphi}{dt} \right) \mathbf{j} \\ &- r \left(\cos\gamma \cos\varphi \frac{d\theta}{dt} - \sin\gamma \frac{d\varphi}{dt} \right) \mathbf{k} \end{aligned} \quad (9)$$

将(9)式与(3)式对比即可得到 \dot{r} 、 $\dot{\theta}$ 、 $\dot{\varphi}$ 。

对(3)式求导,得

$$\begin{cases} \dot{\bar{r}} = \bar{u} \\ \dot{\bar{\theta}} = \frac{\bar{v} \sin\gamma - \bar{w} \cos\gamma}{r \cos\varphi} \\ \dot{\bar{\varphi}} = \frac{\bar{v} \cos\gamma + \bar{w} \sin\gamma}{r} \\ \dot{\bar{u}} = \frac{\bar{T} \sin\alpha}{m} - \frac{1}{r^2} + \frac{\bar{v}^2 + \bar{w}^2}{r} - 2\bar{w} \bar{\omega} \cos\varphi \cos\gamma + 2\bar{v} \bar{\omega} \cos\varphi \sin\gamma + r \bar{\omega}^2 \cos^2\varphi \\ \dot{\bar{v}} = \frac{\bar{T} \cos\alpha \cos\beta}{m} - \frac{\bar{u} \bar{v}}{r} - \frac{\bar{w}^2 \tan\varphi}{r} (\cos\gamma + \tan\gamma \sin\gamma) - 2\bar{u} \bar{\omega} \cos\varphi \sin\gamma + 2\bar{w} \bar{\omega} \sin\varphi - r \bar{\omega}^2 \sin\varphi \cos\varphi \cos\gamma \\ \dot{\bar{w}} = \frac{\bar{T} \cos\alpha \sin\beta}{m} - \frac{\bar{u} \bar{w}}{r} - \frac{\bar{v} \bar{w} \tan\varphi}{r} (\cos\gamma + \tan\gamma \sin\gamma) - 2\bar{v} \bar{\omega} \cos\varphi + 2\bar{u} \bar{\omega} \cos\varphi \cos\gamma - r \bar{\omega}^2 \sin\varphi \cos\varphi \sin\gamma \end{cases} \quad (11)$$

式中 $m = m_0 - \dot{m}t = m_0 - Tt/(I_{sp}g_0)$, I_{sp} 为发动机比冲, g_0 为地球海平面重力加速度。

1.2 边界条件

(1) 边界条件

登月着陆器的初始条件为

位置约束: $\theta(\tau_0) = \theta_0$ $\varphi(\tau_0) = \varphi_0$ $r(\tau_0) = R_L + h_0$

速度约束: $u(\tau_0) = 0$ $v(\tau_0) = v_0$ $w(\tau_0) = 0$

登月着陆器的终端条件为

位置约束: $\theta(\tau_f) = \theta_f$ $\varphi(\tau_f) = \varphi_f$ $r(\tau_f) = R_L + h_f$

速度约束: $u(\tau_f) = 0$ $v(\tau_f) = 0$ $w(\tau_f) = 0$

(2) 过程约束

推力方向角应满足: $\alpha \in [\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$, $\beta \in$

$[\beta_{\min}, \beta_{\max}]$; 着陆过程中法向和侧向速度应满足:

$u \in [u_{\min}, u_{\max}]$, $w \in [w_{\min}, w_{\max}]$; 飞行器着陆过程

所消耗的燃料 m_u 应满足: $m_u \leq m_{\max}$ 。

1.3 性能指标

性能指标函数应选取燃料最省,即

$$\tilde{J} = \int_0^{t_f} \dot{m} dt = \int_0^{t_f} \frac{T}{I_{sp}g_0} dt = \frac{T}{I_{sp}g_0} t_f \quad (12)$$

本文中取推力大小为常值,因此性能指标函

数等价于着陆时间最短,即

$$J = t_f \quad (13)$$

$$\frac{d\mathbf{V}}{dt} = \frac{du}{dt} \mathbf{i} + u \frac{d\mathbf{i}}{dt} + \frac{dv}{dt} \mathbf{j} + v \frac{d\mathbf{j}}{dt} + \frac{dw}{dt} \mathbf{k} + w \frac{d\mathbf{k}}{dt} \quad (10)$$

联立(1)~(8)、(10)式,求解可得 \dot{u} 、 \dot{v} 和 \dot{w} 。

为提高优化问题的求解效率,对动力学方程进行无量纲化,其中无量纲月心距 \bar{r} 、速度 \bar{V} 、时间 \bar{t} 、地球自转角速度 $\bar{\omega}$ 、推力 \bar{T} 和质量 \bar{m} 的无量纲化参数分别为 R_L 、 $\sqrt{\mu/R_L}$ 、 $\sqrt{R_L^3/\mu}$ 、 $\sqrt{\mu/R_L^3}$ 、 $m_0\mu/R_L^2$ 和 m_0 (其中 R_L 为月球半径, m_0 为初始着陆器质量)。整理可得无量纲化后的软着陆动力学方程为

2 Gauss 伪谱法和直接打靶法

2.1 Gauss 伪谱法

本文问题可描述为:求离散的状态变量 \mathbf{X}_i 、控制变量 \mathbf{U}_k 和终端时刻 t_f ,使性能指标达到最小,并满足以下约束:

(1) 配点处状态约束

$$\mathbf{R}_k \equiv \sum_{i=0}^N D_{ki} \mathbf{X}_i - \frac{t_f - t_0}{2} \mathbf{f}(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \bar{\tau}_k; t_0, t_f) = 0 \quad (14)$$

(2) 终端状态约束

$$\mathbf{R}_f \equiv \mathbf{X}_f - \mathbf{X}_0 - \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^N w_k \mathbf{f}(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \bar{\tau}_k; t_0, t_f) = 0 \quad (15)$$

(3) 边界条件及过程约束

$$\varphi(\mathbf{X}_0, t_0, \mathbf{X}_f, t_f) = 0 \quad (16)$$

$$C(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \bar{\tau}_k; t_0, t_f) \leq 0 (k = 1, \dots, N) \quad (17)$$

(14)~(17)式中, N 为 Gauss 点个数; $D \in \mathbb{R}^{N \times (N+1)}$ 为微分矩阵,可离线确定; w_k 为 Gauss 权重; $\bar{\tau}_k$ 为 Legendre-Gauss 点。其具体求解在文献[9]中给出了详细介绍,本文不再说明。

采用上述离散方法,连续最优控制问题则转化为非线性规划问题,其设计变量包括最优控制

问题的状态变量 (X_0, X_1, \dots, X_N) 、控制变量 (U_1, \dots, U_N) 以及终端时刻 t_f , 约束条件为: 动力学微分方程约束 $(R_1, \dots, R_N, R_f) = 0$ 、过程约束 $(C_1, \dots, C_N) \leq 0$ 以及边界条件 $\varphi = 0$ 。

2.2 直接打靶法

首先要将整个飞行时间分为 K 个时间段, 设离散点处的时间为 $T = \{t_1, t_2, \dots, t_K\}$, 其中 $t_i \in [t_0, t_f]$, 控制变量 $u(t)$ 在离散点处的值为 $u_i = \{u_0, u_1, \dots, u_K\}$ 。由于在进行数值积分时可能需要离散时间点之间的控制值, 因此需要对控制变量进行插值。例如, 最为常用的插值方法为线性插值, 即离散点之间的控制变量可表示为

$$u(t) = u_i + \frac{u_{i+1} - u_i}{t_{i+1} - t_i}(t - t_i), \quad t_i < t < t_{i+1} \tag{18}$$

针对月面最优着陆问题, 选择设计变量为 $U = [u_1^T, u_2^T, \dots, u_{(N+1)K}^T, t_f]^T$, 这样给定一组设计变量的值, 就可对轨迹方程积分求解目标函数。

通过以上离散, 可以将此本文中的最优控制模型转化为以下非线性规划模型

$$\begin{aligned} \min \quad & J = J(U) \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \varphi(X_f(U)) = 0, \\ g(U) \leq 0, \\ h(U) = 0 \end{cases} \end{aligned} \tag{19}$$

其中, J 为优化目标, φ 为边界条件, g, h 为过程约束。

以上两种方法都是将最优控制问题转化为一类非线性规划问题求解。本文采用 SQP 算法来求解。

3 轨道优化策略

由于建立的高精度月球着陆模型较为复杂, 且考虑的约束条件较多, 用传统方法求解存在难以收敛、对初值敏感或计算速度慢等缺点。针对这一问题, 本文提出一种基于一类配点法 - 高斯伪谱法和直接打靶法相结合的串行优化策略。

(1) 利用 GPM 计算初值

利用 Gauss 伪谱法得到的结果为离散值, 倘若 Gauss 点选取较少, 则得到的结果精度较差。若 Gauss 点较多, 则设计变量的数目就会较为庞大。如当 $N = 10$ 时, 设计变量的数目为 $6N + N + 1 = 71$, 此时如果初值选取不当, 往往会使问题收敛不到可行解。针对这一问题, 本文并不把 GPM 直接作为月面着陆最优轨道的设计方法, 而只是利用其作为初值生成器。

选取较少的 Gauss 节点 $N(N = 6)$, 利用 GPM 将连续最优着陆问题转化为非线性规划问题, 并利用 SQP 算法求解近似的最优轨道状态变量和控制变量, 此时需要赋初值的设计变量较少, 对初值不敏感, 鲁棒性较好。将计算得到的结果作为下一步计算的初值。

对于初值的求解, 采用从可行解到最优解的串行优化策略。即首先将等式约束转化为目标函数, 不考虑实际性能指标, 从而求得可行解; 然后利用求得的解作为初值, 求解原有控制问题, 从而进一步得到最优解。这种办法可更有效的让程序收敛。

(2) 离散控制量

在选取的 Gauss 节点之间进一步将时间离散, 即在每两个 Gauss 点之间将时间分为 K 等分, 这样将整个着陆轨道离散为 $(N + 1) \cdot K$ 段。在每个 Gauss 点处控制变量的初值已在步骤 (1) 中求得, 等分点之间控制变量初值通过样条插值得到。

在每个离散的时间点 $t_i (i = 0 \sim (N + 1) \cdot K)$ 处, 着陆器的状态变量为 $X_i = X(t_i)$, 控制变量为 $U_i = U(t_i)$ 。由于在每一小段状态变量是连续的, 因此在每一段, 可利用 Runge-Kutta 求积公式对轨道进行逼近。这样轨道优化问题经离散化后, 利用 SQP 算法对此非线性规划问题进行求解, 从而得到最终最优解。

图 2 给出了月球软着陆轨道优化的求解策略流程。

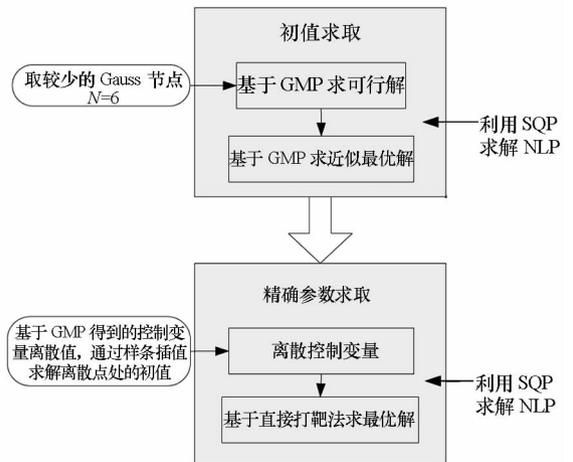


图 2 月球软着陆轨道优化策略
Fig.2 The lunar soft landing trajectory optimization strategy

4 仿真算例

假设动力下降段初始及终端条件如下:

$$\begin{cases} h_0 = 15\text{km} \\ \theta_0 = 10^\circ \\ \varphi_0 = 0^\circ \\ u_0 = 0 \\ v_0 = 1.7138\text{km/s} \\ w_0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} h_f = 2\text{km} \\ \theta_f = 25^\circ \\ \varphi_f = 9^\circ \\ u_f = 0 \\ v_f = 0 \\ w_f = 0 \end{cases} \quad (20)$$

月球引力常数 $\mu = 4902.8026\text{km}^3/\text{s}^2$, 自转角速度 $\omega = 2.6617 \times 10^{-6} \text{rad/s}$, 月球半径 $R_L = 1738\text{km}$, 着陆器初始质量 $m_0 = 600\text{kg}$, 初始轨道倾角 $i_0 = 30^\circ$, 制动发动机推力 $T = 1500\text{N}$, 比冲 $I_{sp} = 300\text{s}$ 。

求解过程中约束推力方向角 $\alpha \in [-50^\circ, 40^\circ]$, $\beta \in [130^\circ, 220^\circ]$, 法向和侧向速度的取值范围为 $[-110, 110] \text{m/s}$, 着陆过程燃料消耗 $m_u \leq 300\text{kg}$ 。

优化过程中首先取 Gauss 节点数 $N = 6$, 然后利用 GPM 求解生成状态变量和控制变量在 Gauss 节点处的初值, 其中计算得到的控制变量初值见表 1。

表 1 控制变量初值

Tab. 1 Initial values of control variables

| | | | | | | |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 时间/s | 18.7 | 93.7 | 210.6 | 342.7 | 459.6 | 534.6 |
| $\alpha(^{\circ})$ | -44.1 | 13.9 | 21.5 | 21.4 | 21.4 | 22.1 |
| $\beta(^{\circ})$ | 179.4 | 180.0 | 180.1 | 180.0 | 180.0 | 180.0 |

然后在相邻的 Gauss 节点处将轨道离散为 5 段, 即取 $K = 5$, 以上述结果为初值, 进一步求解满足约束的精确轨道参数。计算得到着陆器动力下

降过程的飞行时间为 556.0648s, 消耗燃料 283.7065kg。最终求得的着陆器最优飞行轨迹如图 3 所示。各方向的速度变化如图 4 所示, 推力方向角的变化如图 5 所示。

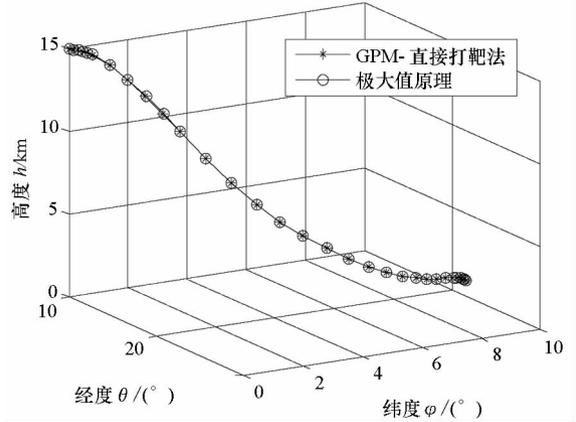


图 3 着陆器的飞行轨迹

Fig. 3 The flying track of lunar lander

通过仿真可知, 计算结果可以很好的满足所有约束条件, 且将得到的结果同传统利用极大值原理求解得到的结果相比较, 误差不超过 0.1%, 因此具有很高的求解精度。

另外通过大量的仿真验证可知, 初值在约束范围内随机选取, 求解均能收敛。优化计算在 Matlab 环境下编程, 计算机 CPU 为 3.0GHz/Pentium 4, 内存为 1G 时, 整个计算过程需要耗时不超过 2min。表 2 给出了选取 8 组不同初值时, 整个计算过程的耗时以及仿真结果, 其中初值是利用 Matlab 的随机函数在约束区间中随机生成。

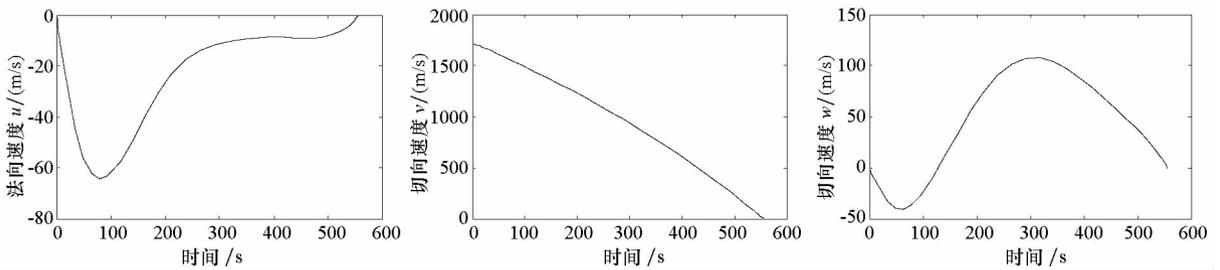


图 4 着陆器的速度变化曲线

Fig. 4 Time history of velocity

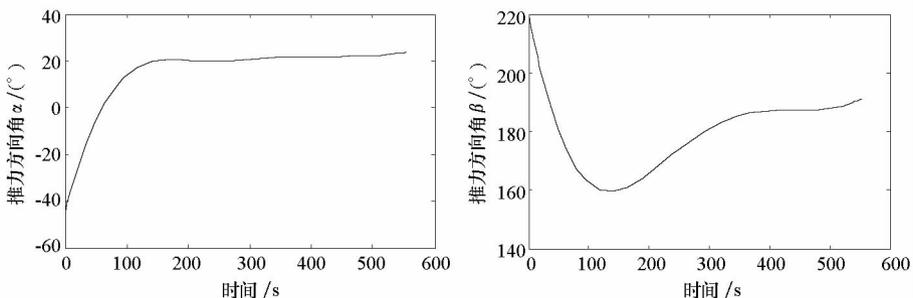


图 5 推力方向角变化曲线

Fig. 5 Time history of thrust direction angle

表 2 对应不同初值的计算结果

Tab.2 Results in different initial values

| 序号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 计算耗时(s) | 87 | 90 | 109 | 94 | 96 | 101 | 95 | 95 |
| 着陆飞行时间(s) | 556.0648 | 555.6206 | 556.2774 | 556.0648 | 556.0650 | 555.9852 | 556.0653 | 555.9998 |
| 燃料消耗(kg) | 283.7065 | 283.4799 | 283.8150 | 283.7065 | 283.7066 | 283.6659 | 283.7068 | 283.6734 |

从表 2 可以看出,初值在约束范围内随机选取,本文提出的方法均能快速收敛到最优解附近,而利用传统的间接法或直接打靶等方法求解时,不仅计算耗时长,且对初值要求很高。本文进一步利用文献[4]提出的方法对此问题求解,对应上表的 8 组初值,计算均无法收敛,只有将初值选择在最优解附近时才能收敛,且计算耗时要在 20min 左右。由此可见,本文提出的求解优化策略具有很好的鲁棒性和快速收敛性。

5 结 论

通过设计合理的优化策略,将 Gauss 伪谱法和直接打靶法结合起来应用到高精度的月球定点着陆轨道优化设计中去,进行优化得到的最佳着陆轨道,可以很好满足边界约束和过程约束,计算精度较高。该方法对初值要求不敏感,收敛速度快,具有很好的鲁棒性和强收敛性,可为同类优化问题的求解提供参考。

参考文献 (References)

[1] Biegler L T. An overview of simultaneous strategies for dynamic optimization [J]. Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, 2007, 46(11): 1043 - 1053.

[2] 王劼,李俊峰,崔乃刚,等. 登月飞行器软着陆轨道的遗传算法优化[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2003, 43(8): 1056 - 1059.
WANG Jie, LI Junfeng, CUI Naigang, et al. Genetic algorithm optimization of lunar probe soft-landing trajectories[J]. Journal of Tsinghua University (Science and Technology), 2003, 43(8): 1056 - 1059. (in Chinese)

[3] 朱建丰,徐世杰. 基于自适应模拟退火遗传算法的月球软着陆轨道优化[J]. 航空学报, 2007, 28(4): 806 - 812.
ZHU Jianfeng, XU Shijie. Optimization of lunar soft landing trajectory based on adaptive simulated annealing genetic

algorithm [J]. Acta Aeronautica and Astronautica Sinica, 2007, 28(4): 806 - 812. (in Chinese)

[4] 孙军伟,乔栋,崔平远. 基于 SQP 方法的常推力月球软着陆轨道优化方法[J]. 宇航学报, 2006, 27(1): 99 - 102.
SUN Junwei, QIAO Dong, CUI Pingyuan. Study on the optimal trajectories of lunar soft-landing with fixed-thrust using SQP method[J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(1): 99 - 102. (in Chinese)

[5] 罗建军,王明光,袁建平. 基于伪光谱方法的月球软着陆轨道快速优化[J]. 宇航学报, 2007, 28(5): 1119 - 1122.
LUO Jianjun, WANG Mingguang, YUAN Jianping. The legendre pseudospectral method for rapid lunar soft-landing trajectory optimization[J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(5): 1119 - 1122. (in Chinese)

[6] 彭祺攀,李海阳,沈红新. 基于高斯——伪谱法的月球定点着陆轨道快速优化设计[J]. 宇航学报, 2010, 31(4): 1012 - 1016.
PENG Qibo, LI Haiyang, SHEN Hongxin. Rapid lunar exact-landing trajectory optimization via gauss pseudospectral method [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(4): 1012 - 1016. (in Chinese)

[7] 周净扬,周荻. 月球探测器软着陆精确建模及最优轨道设计[J]. 宇航学报, 2007, 28(6): 1462 - 1466.
ZHOU Jingyang, ZHOU Di. Precise modeling and optimal orbit design of lunar modules soft landing [J]. Journal of Astronautics, 2007, 28(6): 1462 - 1466. (in Chinese)

[8] Vinh N X, Busemann A, Culp R D. Hypersonic and Planetary Entry Flight Mechanics [M]. Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1980.

[9] 雍恩米,唐国金,陈磊. 基于 Gauss 伪谱方法的高超声速飞行器再入轨迹快速优化[J]. 宇航学报, 2008, 29(6): 1766 - 1772.
YONG Enmi, TANG Guojin, CHEN Lei. Rapid trajectory optimization for hypersonic reentry vehicle via gauss pseudospectral method[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(6): 1766 - 1772. (in Chinese)