

基于微分求积法的高超声速机翼蒙皮颤振研究*

钮耀斌,王中伟,毛佳,张礼学

(国防科技大学 航天与材料工程学院,湖南 长沙 410073)

摘要:机翼蒙皮在高超声速气流中会发生颤振等气动弹性问题,破坏结构。引入微分求积方法,可以有效地分析机翼蒙皮的颤振问题。将机翼蒙皮等效成薄板,基于一阶活塞理论,根据克希霍夫假设及弹性理论建立蒙皮的气动弹性偏微分方程,采用微分求积法将偏微分方程离散为常微分方程,并根据频率重合理论对颤振问题进行求解。得到的颤振速度与有限元方法计算结果进行比较,误差为0.58%,验证了微分求积法在求解颤振偏微分方程时的有效性。分析了蒙皮面积、厚度、纵横比等不同参数对蒙皮颤振速度的影响。结果表明,颤振速度随蒙皮面积的增大而减小,随纵横比、厚度的增大而增大。

关键词:微分求积法;气动弹性;高超声速;机翼蒙皮;颤振

中图分类号: V215.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2012)02-0141-04

Flutter analysis of hypersonic airfoil skin by differential quadrature method

NIU Yaobin, WANG Zhongwei, MAO Jia, ZHANG Lixue

(College of Aerospace and Materials Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Flutter analysis plays a vital role in the design of hypersonic airfoil skin. This research introduces the differential quadrature method into the aeroelastic problem of hypersonic skin. The aeroelastic model was presented based on the elasticity theory, and the hypersonic piston theory was used for the modeling of supersonic aerodynamic loads. The validity of the differential quadrature method was confirmed by comparing the FEM solutions for the natural frequencies and the flutter velocity of the airfoil skin, and the relative error is 0.58%. A detailed parametric study was carried out to study the influences of the thickness, area and aspect ratio on the hypersonic flutter behavior of airfoil skins. The result shows that, the flutter velocity increases with the aspect ratio and thickness increased, and decreases with the area increased.

Key words: differential quadrature method; aeroelastic; hypersonic; airfoil skin; flutter

随着航空航天技术的发展,现代飞行器的飞行速度已进入超声速领域,机翼蒙皮等壁板形状的颤振问题成为影响现代飞行器安全飞行的重大问题之一。从1988年末起,我国某系列飞机相继出现严重的方向舵蒙皮裂纹问题,经分析后认为是蒙皮发生颤振所导致的^[1]。而F117战斗机在试飞后,也有大量的蒙皮出现了裂纹,经分析认为是壁板颤振引起的^[2]。

壁板颤振问题的分析方法传统上主要有 Galerkin 等经典方法和有限元方法。Galerkin 方法在求解过程中需要给出满足边界条件的位移函数,对于形状稍复杂,或混合边界条件问题就显得无能为力。有限元方法适用范围广,但在求解过程中需构造质量矩阵和刚度矩阵等,实现较为繁琐,一般需要借助大型有限元软件进行分析。

微分求积法(DQM)是将偏微分方程离散为常微分方程的另一种方法,其将方程的偏微分项

等效为多项式求和的形式,求解思路简单,并可以处理复杂的边界条件问题,适用于蒙皮等简单问题的理论研究。DQM 方法最早由 Bellman 和 Casti^[3]于1971年提出,现已广泛应用于动力学研究领域^[4-9]。Liew^[10]采用微分求积法研究了对称性复合材料平板的振动问题。Tornabene^[11]采用广义微分求积法对球形结构的振动问题进行了分析。Choi^[12]采用微分求积法分析了非圆形的曲板的振动问题。陈大林^[13-14]采用微分求积法分析了二维薄板的非线性颤振响应问题。

1 模型与动力学方程

1.1 蒙皮气动弹性方程

在对机翼蒙皮单个板格进行气动弹性分析时,可以根据其具体支承条件取不同的理论模型进行计算。以四边简支薄板为例分析蒙皮板格的

* 收稿日期:2011-05-15

作者简介:钮耀斌(1983—),男,浙江嘉兴人,博士研究生,E-mail:niuyaobin1234@126.com;

王中伟(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:wang-zhwei2001@163.com

颤振问题,如图 1 所示, x 方向为来流方向,即机翼的弦向, a, b 分别为蒙皮的长度和宽度。

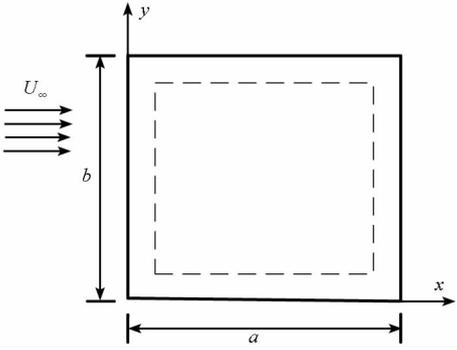


图 1 机翼蒙皮简化模型

Fig. 1 Calculating sketch of airfoil skin

根据薄板的克希霍夫假设,可以得到蒙皮的气动弹性方程及其边界条件:

$$D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right] + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + Q_L = 0 \quad (1)$$

$$\begin{cases} w|_{x=0,1} = 0 \\ w|_{y=0,1} = 0 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial X^2} \Big|_{x=0,1} = 0 \\ \frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} \Big|_{y=0,1} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

其中, D 为板的弯曲刚度, ρ 为蒙皮密度, h 为蒙皮的厚度, w 为蒙皮横向位移, Q_L 为薄板受到的气动力载荷。

1.2 非定常气动力

在超音速非定常气动力的计算中,活塞理论能很好地满足工程精度^[15]。本文采用一阶活塞理论计算高超声速气动力:

$$\frac{p}{p_\infty} = 1 + k \frac{v_z}{c_\infty} \quad (3)$$

其中 p 为当地气流压强, p_∞ 为来流压强, c_∞ 为来流音速, k 为比热比,而 v_z 为蒙皮表面气流的法向速度,可以表示为:

$$v_z = \left(V \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial t} \right) w(x, y, t) + V \frac{\partial H(x, y)}{\partial x} \quad (4)$$

$w(x, y, t)$ 为机翼蒙皮中线上任意一点的横向位移, V 为飞行器飞行速度, $H(x, y)$ 为机翼蒙皮的厚度函数。蒙皮受到的气动载荷为:

$$Q_L = \Delta p = p - p_\infty = p_\infty k \frac{v_z}{c_\infty} = \rho_\infty c_\infty v_z = \rho_\infty \frac{V}{Ma} v_z \quad (5)$$

此处, Ma 为飞行马赫数, ρ_∞ 为来流空气密度。

1.3 气动弹性方程离散

将气动弹性方程进行无量纲化,引入无量纲量:

$$\lambda = \frac{a}{b}, X = \frac{x}{a}, Y = \frac{y}{b} \quad (6)$$

λ 为蒙皮的纵横比。

将式(5)代入式(1),并进行方程的无量纲化,由于蒙皮等厚,厚度函数对 x 的偏导数为零,从而得到蒙皮的无量纲气动弹性方程为:

$$D \left[\frac{\partial^4 w}{\partial X^4} + 2\lambda^2 \frac{\partial^4 w}{\partial X^2 \partial Y^2} + \lambda^4 \frac{\partial^4 w}{\partial Y^4} \right] + \rho h a^4 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a^4 \rho_\infty \frac{V}{Ma} \left(\frac{V}{a} \frac{\partial w}{\partial X} + \frac{\partial w}{\partial t} \right) = 0 \quad (7)$$

采用 DQM 法^[16-18]对微分方程及其边界条件进行离散,对离散点 (x_i, y_j) 有:

$$D \left(\sum_{l=1}^N A_{i,l}^{(4)} w_{l,j} + 2\lambda^2 \sum_{l=1}^N A_{i,l}^{(2)} \sum_{m=1}^M B_{j,m}^{(2)} w_{l,m} + \lambda^4 \sum_{m=1}^M B_{j,m}^{(4)} w_{i,m} \right) + a^4 \rho h \ddot{w}_{i,j} + a^4 \rho_\infty \frac{V}{Ma} \left(\frac{V}{a} \sum_{l=1}^N A_{i,l}^{(1)} w_{l,j} + \dot{w}_{i,j} \right) = 0 \quad (8)$$

边界条件:

$$\begin{cases} w_{i,1} = w_{i,m} = w_{1,j} = w_{N,j} = 0 \\ \sum_{l=1}^N A_{i,l}^{(2)} w_{l,j} = \sum_{l=1}^N A_{N,l}^{(2)} w_{l,j} = 0 \\ \sum_{m=1}^M B_{1,m}^{(2)} w_{i,m} = \sum_{m=1}^M B_{M,m}^{(2)} w_{i,m} = 0 \end{cases} \quad (9)$$

其中, $i = 1, 2, 3 \dots N, j = 1, 2, 3 \dots M$ 。 $A_{i,j}^{(p)}$, $B_{i,j}^{(p)}$ 为微分求积法中函数 $w(x, y)$ 对变量 x, y 的 p 阶导数的权函数^[16-18]。

将边界条件式(9)代入机翼颤振方程式(8),可整理得到只含未知变量 w 的方程:

$$M \ddot{w} + C \dot{w} + K w = 0 \quad (10)$$

其中, M, C, K 分别为质量矩阵、气动阻尼矩阵和刚度矩阵。设 $w(x, y, t) = w(x, y) \exp(\Omega t)$, 可得到代数特征值问题:

$$(\Omega^2 M + \Omega C + K) w = 0 \quad (11)$$

Ω 的虚部即为给定飞行速度下机翼蒙皮的固有频率,且随飞行速度的增大而发生变化,当其中两阶频率发生重合时,蒙皮发生颤振,此时的飞行速度即为颤振速度。

2 计算结果与讨论

2.1 方法验证

为验证微分求积方法在气动弹性领域的适用性及程序编写的正确性,在采用微分求积方法分析的同时,采用有限元软件 MSC. NASTRAN 进行

比较。机翼蒙皮的基本参数如表 1 所示。

表 1 机翼蒙皮基本参数

Tab.1 Baseline parameters of airfoil skin

参数	数值
板长 a	0.4 m
厚度 h	0.008m
纵横比 λ	1.0
密度 ρ	2700kg/ m ³
弹性模量 E	6.76 × 10 ¹⁰ N/ m ²
泊松比 ν	0.3

有限元分析的网格如图 2 所示,微分求积法时网格点布置如下:

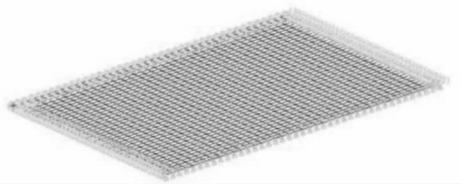


图 2 蒙皮有限元模型

Fig.2 Finite element model of airfoil skin

$$\begin{aligned}
 x_1 &= y_1 = 0 \\
 x_2 &= y_2 = \delta \\
 x_i &= (i - 2) / N - 3 \quad (i = 3, 4 \dots N - 2) \\
 y_j &= (j - 2) / N - 3 \quad (j = 3, 4 \dots M - 2) \\
 x_{N-1} &= y_{M-1} = 1 - \delta \\
 x_N &= y_M = 1
 \end{aligned}$$

根据频率重合理论,采用微分求积法及有限元方法分析蒙皮颤振速度如图 3 所示,表 2 比较了两种方法在分析固有频率及颤振速度时的计算结果及误差。采用微分求积法计算蒙皮颤振速度得到的结果与有限元方法一致,误差为 0.58%。可见,微分求积方法对求解颤振偏微分方程有很好的效果。

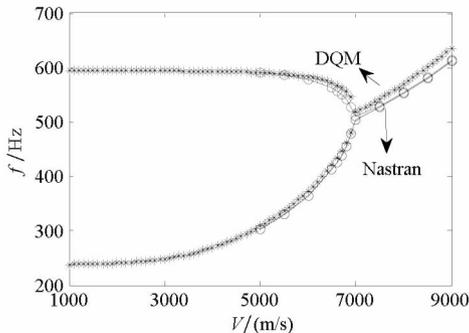


图 3 蒙皮颤振速度

Fig.3 Flutter velocity of airfoil skin

表 2 DQM 方法与 MSC. NASTRAN 计算结果比较

Tab.2 Results compare of DQM and MSC. NASTRAN

	DQM	MSC. NASTRAN	误差
一阶	237.85	235.7	0.9%
固有频率			
二阶	594.62	589.63	0.84%
(Hz)			
三阶	594.62	589.63	0.84%
四阶	951.39	938.04	1.4%
颤振速度(m/s)	6980	6940	0.58%

2.2 蒙皮参数影响

飞行器机翼蒙皮的设计一般由结构刚度、强度等设计要求确定,但随着飞行速度的不断加快,特别是高超声速飞行器,其机翼蒙皮会在高速气流中发生颤振等问题,破坏结构。因此,现代飞行器机翼蒙皮的设计必须考虑气动弹性影响。图 4~6 为本文计算所得到的颤振速度随蒙皮面积、纵横比、蒙皮厚度的单参数变化曲线。

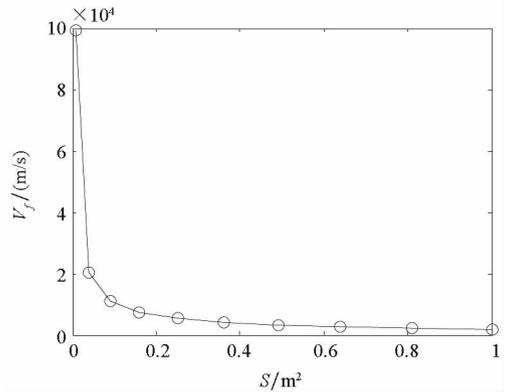


图 4 蒙皮面积对颤振速度的影响

Fig.4 The influence of area on flutter velocity

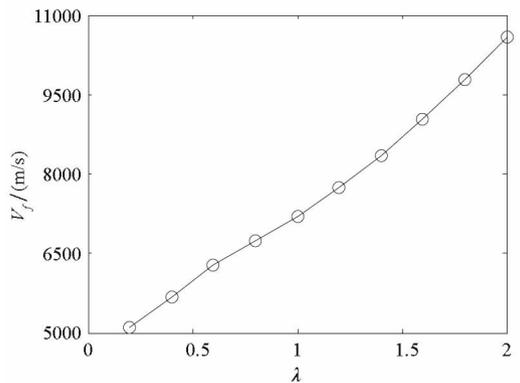


图 5 蒙皮纵横比对颤振速度的影响

Fig.5 The influence of aspect ratio on flutter velocity

由图 4 可以看出,蒙皮的颤振速度随着面积的增大而减小。特别是在面积小于 0.2m² 时,颤振速度随蒙皮面积的增大而急剧减小,当面积大于 0.2 m² 时,颤振速度变化相对而言比较平缓。因此,在机翼蒙皮设计中,可以尽量增加机翼梁的

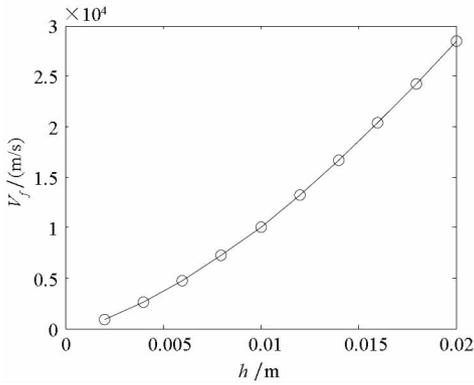


图 6 蒙皮厚度对颤振速度的影响

Fig. 6 The influence of thickness on flutter velocity

布置,以减小蒙皮面积,增大颤振速度。图 5 给出了颤振速度随蒙皮纵横比的变化趋势,颤振速度与纵横比成正比,随着纵横比的增大,颤振速度逐渐增大。对于机翼蒙皮而言,弦向长度与展向长度的比值应尽量大。由图 6 可知,颤振速度随蒙皮厚度的增大而增大,蒙皮厚度的增加,增大了其刚度,提高了稳定性。

3 结 论

(1)应用微分求积法对机翼蒙皮在高超声速气流中的颤振速度进行了分析,计算结果与有限元方法进行了比较,误差为 0.58%,可见微分求积法对求解颤振偏微分方程有很好的效果。

(2)机翼蒙皮的颤振速度受结构尺寸的影响较大。颤振速度随蒙皮面积的增大而减小,随纵横比、厚度的增大而增大。

参考文献 (References)

- [1] 孟凡颖,钟腾育. 用壁板颤振理论解决某系列飞机的方向舵蒙皮裂纹故障[J]. 飞机设计,2000, 4:1-6. MENG Fanhao, ZHONG Tengyu. Use the panel flutter theory to solve the rudder crack of certain series aircraft[J]. Aircraft Design, 2000. 4:1-6. (in Chinese)
- [2] Zhou R C, Xue D Y, Mei C. Finite element time domain modal formulation for nonlinear flutter of composite panels [J]. AIAA Journal, 1994. 32(10):2044-2052.
- [3] Bellman R, Casti J. Differential quadrature and long-term integration[J]. J Math Anal Appl, 1971, 34: 235-238.
- [4] Liu G R, Wu T Y. Multipoint boundary value problems by differential quadrature method [J]. Mathematical and Computer Modeling, 2002, 35: 215-227.
- [5] Francesco T. Free vibration of laminated composite doubly-curved shells and panels of revolution via the GDQ method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2010, 10: 1-49.
- [6] Pradhan S C, Kumar A. Vibration analysis of orthotropic

grapheme sheets embedded in Pasternak elastic medium using nonlocal elasticity theory and differential quadrature method [J]. Computational Materials Science, 2010, 50: 239-245.

- [7] Karami G, Malekzadeh P. A new differential quadrature methodology for beam analysis and the associated differential quadrature element method [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 10: 3509-3526.
- [8] Wang X W, Wang Y L. Free vibration analyses of thin sector plates by the new version of differential quadrature method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2004, 193: 3957-3971.
- [9] Alibeigloo A, Shakeri M. Elasticity solution for the free vibration analysis of laminated cylindrical panels using the differential quadrature method [J]. Composite Structures, 2007, 81: 105-113.
- [10] Liew K M, Huang Y Q. Vibration analysis of symmetrically laminated plates based on FSDT using the moving least squares differential quadrature method[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2003, 92: 2203-2222.
- [11] Francesco T, Erasmo V. Vibration analysis of spherical structural elements using the GDQ method [J]. Computers and Mathematics with Application, 2007, 53: 1538-1560.
- [12] Choi S T. Vibration analysis of non-circular curved panels by the differential quadrature method[J]. Journal of Sound and Vibration, 2003, 259: 525-539.
- [13] 陈大林, 杨翊仁, 范晨光. 用微分求积方法计算二维薄板在超音速流中非线性颤振[J]. 固体力学学报, 2007, 28(4): 399-405. CHEN Dalin, YANG Yiren, FAN Chenguang. The nonlinear panel flutter of a two-dimension thin plane in the supersonic flow by differential quadrature method[J]. Acta Mechanica Solida Sinica, 2007, 28(4): 399-405. (in Chinese)
- [14] Chen D L, Yang Y R, Fan C G. Nonlinear flutter of a two dimension thin plate subjected to aerodynamic heating by differential quadrature method[J]. Acta Mech Sin, 2008, 24(1): 45-50
- [15] 陈桂彬, 邹丛青, 杨超. 气动弹性设计基础[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2004: 70-72. CHEN Guibin, ZOU Chongqing, YANG Chao. Aeroelasticity design [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2004: 70-72. (in Chinese)
- [16] Jang S K. Application of differential quadrature to the analysis of structural components [D]. The University of Oklahoma, 1987.
- [17] Moinuddin M. Differential quadrature method in computational mechanics: new developments and applications [D]. The university of Oklahoma, 1994.
- [18] Zahid A S. Analysis of interacting sub-domains in structural mechanics problems by the differential quadrature method[D]. The University of Oklahoma, 1996.