

基于对偶四元数的单目视觉/惯性组合导航算法*

冯国虎, 吴文启

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 提出一种适用于结构化道路的单目视觉/惯性组合导航定位算法。针对点特征匹配和连续多帧追踪受车速和相机视野制约的不足, 提取道路上车道线的直线特征, 引入对偶四元数描述直线特征。在基于对偶四元数的相对位姿估计算法的基础上, 推导了图像特征增量与相机位姿增量的表达式。通过配准和时间同步, 用惯导系统和相机分别解算的载体速度之差作为组合导航的观测量, 建立 kalman 滤波修正组合导航系统的误差, 包括相机测速标度因数误差。车载实验结果表明在结构化道路上算法是有效的。

关键词: 结构化道路; 单目视觉; SINS; 对偶四元数; 组合导航

中图分类号: U666.1 文献标志码: A 文章编号: 1001-2486(2012)03-0080-05

Algorithm for monocular camera/SINS integrated navigation based-on dual quaternion

FENG Guohu, WU Wenqi

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: An algorithm of monocular camera/SINS integrated navigation is presented for structural road. In order to overcome the difficulties of point features matching and tracking, which are restricted by carrier velocity and camera view, line features are extracted from the lane marks on the road. The line features are represented by dual quaternion. Compared with the relative pose estimation algorithm based on dual quaternion, the proposed algorithm deduced the formula of image feature increment and camera position increment. After registration and time synchronization, the velocity computation difference between the SINS and the camera was chosen as observation of integrated navigation. A Kalman filter was used to correct the integrated navigation error including the camera scale factor error of velocity measurement. The experiment results show that the proposed algorithm is accurate for structural road.

Key words: structural road; monocular camera; SINS; dual quaternion; integrated navigation

在具有清晰的车道线和道路导向箭头等交通标识的结构化道路上, 准确地估计车辆运动参数对于自动驾驶和基于视觉的辅助驾驶起着非常重要的作用。在描述坐标系转换的数学工具中, 对偶四元数能够以最简洁的形式表示一般性刚体运动。Goddard^[1] 利用对偶四元数描述观测目标直线特征来确定目标相对相机坐标系的位置、姿态, 该算法将位姿计算统一到对偶四元数体系中, 对于确定运动目标的位姿是一种很好的思路。丁尚文等^[2] 提出了基于对偶四元数的航天器相对位姿的双目视觉测量方法。张世杰^[3] 系统研究了航天器相对导航中基于单目视觉测量目标航天器相对位姿的理论和算法。武元新^[4] 研究了对偶四元数在捷联惯导系统中的两个基本理论问题: 导航信息的数学描述和数值解算; 导航信息的最优实时融合策略。

尽管视觉导航具有诸多优势, 但仅使用视觉导航存在作用范围小, 数据更新率低等不足, Olson^[5] 证明了在仅有视觉信息的情况下, 随着姿态误差的累积, 长距离导航时系统的定位误差随距离呈非线性迅速增长, 而惯性导航具备不受空间限制和采样频率高等优点, 因此视觉/惯性组合导航在计算机视觉、微型飞行器自主导航、无人机自主着陆、空中加油和水下机器人等领域得到了广泛应用。Allen^[6] 提出了用于无人机控制的基于视觉的惯性导航方法, 利用相机从已知位姿信息的目标飞行器获得的导航参数, 与惯性传感器测量的导航参数融合, 得到修正的导航参数。Andreas^[7] 提出了把惯性速率测量和基于一个特征信息的单目视觉测量相融合的算法。Mourikis 等^[8] 提出基于多位置极点约束单目视觉/惯性组合导航算法。

* 收稿日期: 2011-11-12

基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20069998009); 教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-07-0225)

作者简介: 冯国虎(1981-), 男, 湖南长沙人, 博士研究生, E-mail: yantai_fgh@126.com;

吴文启(通信作者), 男, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: wenqiwu_lit@sina.com

在结构化道路上,通常假设在非常短的时间内(相机拍摄周期),路面符合平坦假设,即路面为分段平面^[9-10]。在基于对偶四元数的视觉相对导航算法中,研究的大多是目标的相对位姿,目标运动,相机静止,研究载体的位姿,即相机随载体运动,目标静止的情况^[1-3]。在视觉/惯性组合导航算法中,相机或观测的是已知位姿信息的目标^[6],实际导航中往往难以满足这一约束,或观测点特征,使用多位置极点约束^[8]。点特征匹配尤其是连续多帧追踪同名点受车速和相机视野的制约,使用直线特征可以克服该不足。因为图像直线特征并不要求对应空间直线的同一段,直线的不同部位具有同一数学表达式。因此,本文采用直线特征,提取道路上车道线的直线特征,引入对偶四元数描述目标线特征,推导图像特征增量与相机位置增量的关系。

1 基于对偶四元数的单目视觉测距

选取北-东-地(NED)地理坐标系为导航坐标系,记为*n*系。如图1所示,相机安装在车体上,镜头朝前,相机坐标系*z*轴沿光轴方向,焦距为*f*。惯导系统安装在车内,惯导系统至相机的杆臂为*r^b*。

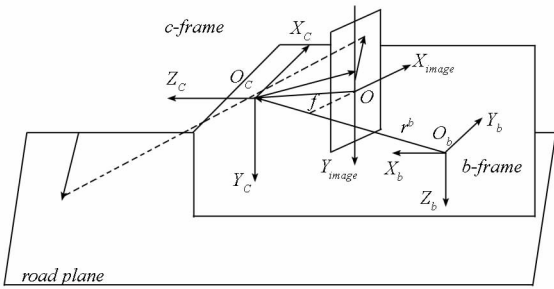


图1 单目视觉/惯性组合导航示意图

Fig. 1 Structure chart of monocular camera/SINS integrated navigation

图像特征选取目标直线在像平面投影的垂点(line-point),根据Goddard^[1]的推导,垂点坐标为

$$x_{lp} = f \frac{m_x m_z}{m_x^2 + m_y^2}, y_{lp} = f \frac{m_y m_z}{m_x^2 + m_y^2} \quad (1)$$

相机运动可用对偶四元数算子描述^[4]

$$\hat{l}(\tau_2) = \hat{q}^*(\tau_1, \tau_2) \hat{l}(\tau_1) \hat{q}(\tau_1, \tau_2) \quad (2)$$

对偶部分展开,四元数联乘写成矩阵形式

$$m(\tau_2) = \bar{M}_{\Delta q} \bar{M}_{\Delta q}^* m(\tau_1) + \frac{1}{2} \bar{M}_{\Delta q} \bar{M}_{\Delta q}^* (\bar{M}_{\Delta t} + \bar{M}_{\Delta t}^*) l(\tau_1) \quad (3)$$

对偶部分增量为

$$\Delta m(\tau_1, \tau_2) = m(\tau_2) - m(\tau_1) = (M_q - I)m(\tau_1) + \frac{1}{2} M_q M_l l(\tau_1) \quad (4)$$

式中 $M_q = \bar{M}_{\Delta q} \bar{M}_{\Delta q}^*$, $M_l = \bar{M}_{\Delta t} + \bar{M}_{\Delta t}^*$ 。 M_q 和 M_l 分别是拍摄周期内相机姿态增量矩阵和位置增量矩阵。

由式(1),得

$$\begin{cases} \Delta x_{lp}(\tau_1, \tau_2) = \frac{\partial x_{lp}}{\partial m_x} \Delta m_x(\tau_1, \tau_2) + \frac{\partial x_{lp}}{\partial m_y} \Delta m_y(\tau_1, \tau_2) \\ \quad + \frac{\partial x_{lp}}{\partial m_z} \Delta m_z(\tau_1, \tau_2) \\ \Delta y_{lp}(\tau_1, \tau_2) = \frac{\partial y_{lp}}{\partial m_x} \Delta m_x(\tau_1, \tau_2) + \frac{\partial y_{lp}}{\partial m_y} \Delta m_y(\tau_1, \tau_2) \\ \quad + \frac{\partial y_{lp}}{\partial m_z} \Delta m_z(\tau_1, \tau_2) \end{cases} \quad (5)$$

在基于对偶四元数的相对位姿估计的传统方法中,得到的是图像特征与目标相对位姿的关系^[1-2]。本文推导的是图像特征增量与相机位姿增量的关系。传统方法中 $m(\tau_1)$ 和 $m(\tau_2)$ 是目标直线分别在目标系和相机系的对偶部分, M_l 是目标相对相机的位置矩阵。而本文 $m(\tau_1)$ 和 $m(\tau_2)$ 是目标直线在相机系中分别对应 τ_1 和 τ_2 时刻的对偶部分, M_l 是相机的位置增量矩阵。因此,传统方法要得到 $\Delta m(\tau_1, \tau_2)$ 与 $\Delta t_x, \Delta t_y, \Delta t_z$ 的关系,需要分别求 t_x, t_y, t_z 的偏导数。而本文 M_l 本身是 $\Delta t_x, \Delta t_y, \Delta t_z$ 的一阶表达式,只需将 $\Delta t_x, \Delta t_y, \Delta t_z$ 展开即可。 M_l 可以写成

$$M_l = \frac{\partial M_l}{\partial \Delta t_x} \Delta t_x + \frac{\partial M_l}{\partial \Delta t_y} \Delta t_y + \frac{\partial M_l}{\partial \Delta t_z} \Delta t_z \quad (6)$$

代入式(4),得

$$\begin{aligned} \Delta m(\tau_1, \tau_2) &= (M_q - I)m(\tau_1) + \frac{1}{2} M_q \frac{\partial M_l}{\partial \Delta t_x} l(\tau_1) \Delta t_x \\ &\quad + \frac{1}{2} M_q \frac{\partial M_l}{\partial \Delta t_y} l(\tau_1) \Delta t_y + \frac{1}{2} M_q \frac{\partial M_l}{\partial \Delta t_z} l(\tau_1) \Delta t_z \end{aligned} \quad (7)$$

代入式(5),写成矩阵形式

$$Z = \begin{bmatrix} \Delta x_{lp} \\ \Delta y_{lp} \\ \vdots \\ \Delta x_{nlp} \\ \Delta y_{nlp} \end{bmatrix} = H \begin{bmatrix} \Delta t_x \\ \Delta t_y \\ \Delta t_z \end{bmatrix} + L = \begin{bmatrix} H_1 \\ \vdots \\ H_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta t_x \\ \Delta t_y \\ \Delta t_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 \\ \vdots \\ L_n \end{bmatrix} \quad (8)$$

根据最小二乘,相机在拍摄周期内的位置增量为

$$[\Delta t_x, \Delta t_y, \Delta t_z]^T = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} (\mathbf{H}^T \mathbf{Z} - \mathbf{H}^T \mathbf{L}) \quad (9)$$

根据路面为分段平面的假设^[9-10],相机在运动平面上的位置增量为

$$[\Delta t_x, \Delta t_z]^T = (\mathbf{H}'^T \mathbf{H}')^{-1} (\mathbf{H}'^T \mathbf{Z} - \mathbf{H}'^T \mathbf{L}) \quad (10)$$

式中

$$\mathbf{H}' = \begin{bmatrix} \mathbf{H}'_1 \\ \vdots \\ \mathbf{H}'_n \end{bmatrix}, \mathbf{H}'_i = \begin{bmatrix} H_{i11} & H_{i13} \\ H_{i21} & H_{i23} \end{bmatrix} \quad (11)$$

为方便求解, \mathbf{M}_q 用欧拉角表示。假设载体在 (τ_1, τ_2) 内的姿态角增量为小角度, 有

$$\det(\mathbf{H}'^T \mathbf{H}') = \frac{f^4 y_{ilp}^3 y_{jlp}^3 l_{ix} l_{jx} (l_{ix} l_{jz} - l_{jx} l_{iz})^2 (y_{ilp} y_{jlp} l_{ix} l_{jx} + a \Delta \theta)}{h^4 ((f l_{ix} + x_{ilp} l_{iz})^2 + y_{ilp}^2 l_{iz}^2) ((f l_{jx} + x_{jlp} l_{jz})^2 + y_{jlp}^2 l_{jz}^2)} \quad (12)$$

式中

$$a = 2l_{ix} l_{jz} x_{jlp} y_{ilp} + 2l_{iz} l_{jx} x_{ilp} y_{jlp} + 2f l_{ix} l_{jx} (y_{ilp} + y_{jlp}) \quad (13)$$

$l_i(\tau_1) = [l_{ix}, l_{iy}, l_{iz}]^T, l_j(\tau_1) = [l_{jx}, l_{jy}, l_{jz}]^T, \Delta \theta$ 为载体在 (τ_1, τ_2) 内的俯仰角增量。

当提取的直线有两条满足

$$y_{ilp} y_{jlp} \neq 0, l_{ix} l_{jx} \neq 0, l_{ix} l_{jz} - l_{jx} l_{iz} \neq 0 \quad (14)$$

$\det(\mathbf{H}'^T \mathbf{H}') \neq 0$ 成立, 方程有唯一解。

2 速度模式的组合导航

2.1 系统方程

速度模式的组合导航如图 2 所示。状态量定义为

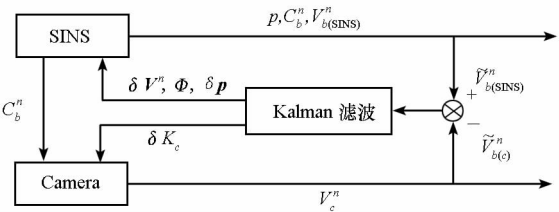


图 2 速度模式的组合导航示意图

Fig. 2 Structure chart of velocity integrate form

$$\mathbf{X}(t) = [\delta \mathbf{V}^n, \Phi, \delta \mathbf{p}, \delta K_c]^T \quad (15)$$

式中 $\delta \mathbf{V}^n = [\delta V_N, \delta V_E]^T, \Phi = [\varphi_N, \varphi_E, \varphi_D]^T$ 和 $\delta \mathbf{p} = [\delta \lambda, \delta L]^T$ 分别是惯导系统解算的速度误差, 姿态误差和经、纬度误差; δK_c 是相机测速标度因数误差。

相机误差有安装偏差角和测速标度因数误差 δK_c 。认为安装偏差角是固定值, 预先标校, 不作为误差状态。测速标度因数 $K_c = h/f, h$ 为相机安装高度, 与路面状况有关, 为缓慢变化量。 δK_c 包括常值误差和随机误差, 常值误差当作不随时间

变化的随机常数处理, 随机误差用一阶马尔科夫过程表示, 反时间相关常数为 $\frac{-1}{\tau_c}$ 。

状态方程

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{\text{SINS}} & \mathbf{0}_{7 \times 1} \\ \mathbf{0}_{1 \times 7} & \frac{-1}{\tau_c} \end{bmatrix} \mathbf{X}(t) + \mathbf{W} \quad (16)$$

式中 \mathbf{F}_{SINS} 的表达式详见文献[11]。

2.2 观测方程

惯导系统和相机分别解算的载体速度测量值为

$$\tilde{\mathbf{V}}_{b(\text{SINS})}^n = \mathbf{V}_{b(\text{SINS})}^n + \delta \mathbf{V}_{b(\text{SINS})}^n \quad (17)$$

$$\tilde{\mathbf{V}}_{b(c)}^n = \mathbf{V}_{b(c)}^n + \delta \mathbf{V}_{b(c)}^n = \mathbf{V}_{b(c)}^n + \mathbf{V}_{b(c)}^n \times \Phi + \mathbf{V}_c \delta K_c \quad (18)$$

$$\text{式中 } \mathbf{V}_b^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{C}_c^b \mathbf{V}_c^n, \mathbf{V}_c^n = \frac{\Delta l(\tau_1, \tau_2)}{\Delta \tau}, \Delta \tau = \tau_2 - \tau_1 \text{ 为相机拍摄周期。}$$

相机系和载体系之间的转移矩阵 \mathbf{C}_b^n 为

$$\mathbf{C}_b^n = \mathbf{T}_b^n \mathbf{T}_b^{n*} \quad (19)$$

式中 \mathbf{T}_b^n 为载体系到相机系的转移矩阵, 由两者坐标系定义不同造成。 \mathbf{T}_b^{n*} 为相机的安装偏差角矩阵, 当偏差角很小 ($< 3^\circ$) 时, 可以用差分旋转矩阵 (differential rotation matrix) 表示安装偏差角矩阵^[12]。

如图 1 所示, 惯导系统到相机的杆臂为 \mathbf{r}^b , 相机速度 \mathbf{V}_c^n 和相机解算的载体速度 $\mathbf{V}_{b(c)}^n$ 之间存在杆臂效应, 两者的关系为

$$\mathbf{V}_{b(c)}^n = \mathbf{V}_c^n - \mathbf{C}_b^n [\boldsymbol{\omega}_{nb}^b \times \mathbf{r}^b] \quad (20)$$

认为 \mathbf{r}^b 和安装偏差角是固定值, 采用 Bäumker 等人的离线标定方法获得^[12]。

取惯导系统和相机分别解算的载体速度在北向和东向的差值为量测向量。系统的量测方程为

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} (\tilde{\mathbf{V}}_{b(\text{SINS})}^n - \tilde{\mathbf{V}}_{b(c)}^n) = \mathbf{H}_x \mathbf{X}(t) + \mathbf{v}(t) \quad (21)$$

观测矩阵

$$\mathbf{H}_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & V_{b(c)D}^n & V_{b(c)E}^n & 0 & 0 & -V_{eN}^n \\ 0 & 1 & -V_{b(c)D}^n & 0 & V_{b(c)N}^n & 0 & 0 & -V_{eE}^n \end{bmatrix} \quad (22)$$

式(21)中, $V_{b(c)N}^n, V_{b(c)E}^n$ 和 $V_{b(c)D}^n$ 分别表示相机解算的载体速度在北向、东向和地量的分量; V_{eN}^n 和 V_{eE}^n 分别表示相机速度在北向和东向的投影; $\mathbf{v}(t)$ 为量测噪声。

3 实验验证

相机和惯导系统装载在汽车上作车载实验,

如图 1 所示,相机安装在车体上,水平朝前拍摄。相关实验参数:陀螺零偏稳定性 $0.01^\circ/\text{h}$ (1σ),加速度计零偏稳定性 $5 \times 10^{-5} \text{g}$ (1σ),采样频率为 200Hz ,姿态更新频率为 100Hz 。相机分辨率 768×576 ,帧率 20f/s ,焦距 25mm ,像素尺寸 $9.9\mu\text{m}$,像点定位误差 $6\mu\text{m}$,相机安装高度 1.17m 。

采用 Hough 变换提取道路上车道线的直线特征。图 3 描述了某帧图像目标直线及其垂点的提取结果,图中粗线为提取的目标直线,垂点用“*”标记。



图 3 目标直线和垂点的提取

Fig. 3 The line features and line-point were extracted from a camera image

本文方法利用了惯性导航的优势,不用相机估计自身姿态,惯导系统连续提供拍摄时刻对应的相机三维姿态。同时,在图像信息缺失期间,采用惯导系统单独导航,确保导航的连续性。

本文方法估计的车载运动轨迹如图 4 所示。相对于起点,运动终点的估计值为北向 26m ,东向 -10m 。经测量,真实值为北向 0m ,东向 10m 。运动距离为 3.2km ,定位误差为 1.03% 。图 5 给出了本文方法估计的位置、姿态和速度精度。

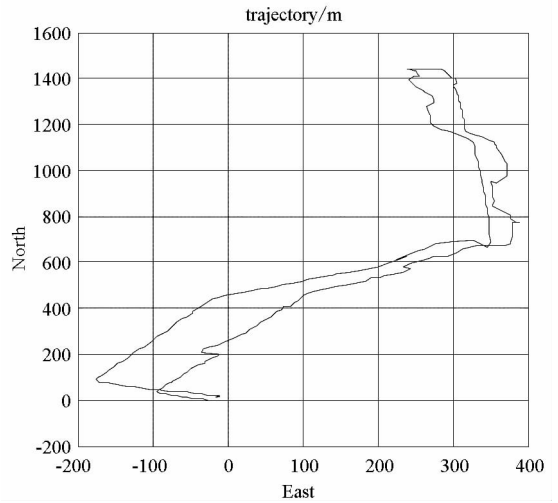


图 4 本文方法估计的车载运动轨迹

Fig. 4 The estimated trajectory of the proposed algorithm

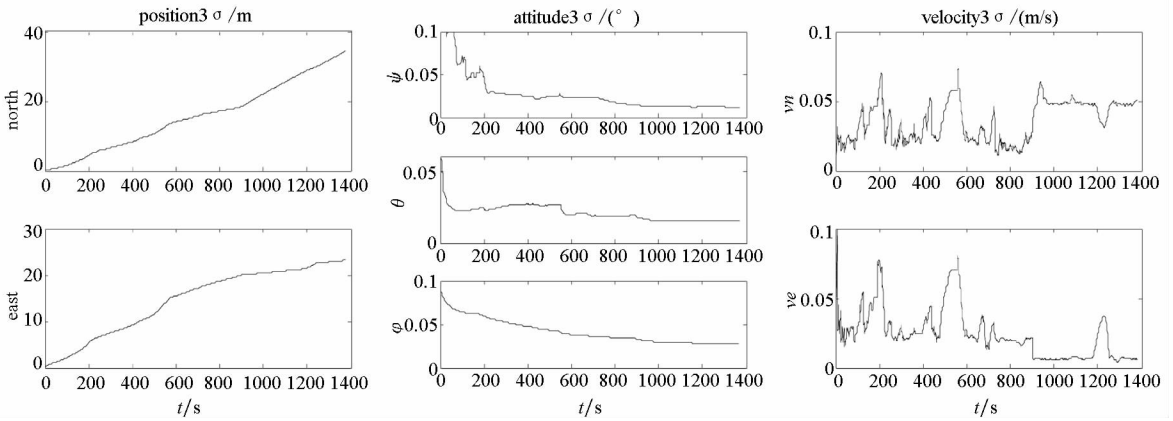


图 5 本文方法的位置、姿态和速度精度

Fig. 5 The 3σ bounds for the errors in the position, attitude and velocity of the proposed algorithm

研究单目视觉/惯性组合导航的文献中^[8],图像特征选取的是点特征,运动距离为 3.2km ,定位误差为 0.3% 。本文方法和文献中的方法在硬件条件上不一致,如惯性器件,摄像设备以及车辆行驶条件都不相同,可比性不大。不过,在硬件条件一致,组合导航方式相同(速度组合模式)的前提下,基于点特征的单目视觉/惯性组合导航算法,运动距离为 1.4km ,定位误差为 4.0% ^[13],相比之下,本文方法,运动距离为 3.2km ,定位误差为 1.03% ,具有一定的优越性。

4 结论

为克服点特征匹配和连续多帧追踪同名点受车速和相机视野制约的不足,提取道路上车道线的直线特征,引入对偶四元数描述直线特征。利用对偶四元数算子构造相机位置增量的表达式,将相机估计的速度与惯导系统测量的速度进行组合,建立滤波方程来修正导航参数。车载实验结果表明本文方法直线特征匹配正确率高,能够连续多帧准确跟踪,车辆导航定位精度较高。

参考文献 (References)

- [1] Goddard J S. Pose and motion estimation from vision using dual quaternion-based extended kalman filtering [D]. Knoxville: the University of Tennessee, 1997.
- [2] 丁尚文, 王惠南, 刘海颖, 等. 基于对偶四元数的航天器交会对接位姿视觉测量算法[J]. 宇航学报, 2009, 30(6): 2145-2150.
DING Shangwen, WANG Huinan, LIU Haiying, et al. Algorithm of vision measure for relative position and pose of RVD spacecrafts based on dual-quaternion [J]. Journal of Astronautics, 2009, 30(6): 2145-2150. (in Chinese)
- [3] 张世杰. 基于单目视觉的航天器相对导航理论与算法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2005.
ZHANG Shijie. Study on theory and algorithms of monocular vision-based navigation for spacecraft [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology. (in Chinese)
- [4] 武元新. 对偶四元数导航算法与非线性高斯滤波研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2005.
WU Yuanxin. Research on dual-quaternion navigation algorithm and monocular gaussian filtering [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2005. (in Chinese)
- [5] Olson C F, Matthies L H, Schoppers M, et al. Rover navigation using stereo ego-motion [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2003, 43(4): 215-229.
- [6] Allen D W, Johnson N, Alison A P. Vision-aided inertial navigation for flight control [J]. Journal of Aerospace Computing, Information and Communication, 2005, (2): 348-360.
- [7] Andreas H. Relative position sensing by fusing monocular vision and inertial rate sensors [D]. Stanford: Stanford University, 2003.
- [8] Mourikis A I, Roumeliotis S I. A multi-state constraint Kalman filter for vision-aided inertial navigation [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, Roma, Italy, 2007.
- [9] Stein G P, Mano O, Shashua A. A robust method for computing vehicle ego-motion [C]// Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium, Dearborn, USA, 2000.
- [10] 刘威, 魏存伟, 赵逢, 等. 基于单目视觉的自行车运动参数鲁棒估计[J]. 机器人, 2009, 31(1): 20-26.
LIU Wei, WEI Cunwei, ZHAO Feng, et al. A robust method for vehicle ego-motion estimation based on monocular vision [J]. Robot, 2009, 31(1): 20-26. (in Chinese)
- [11] 李万里. 车载组合导航自适应滤波及抗野值算法研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.
LI Wanli. Research on adaptive Kalman filter and fault-tolerant algorithm used in in-vehicle integrated navigation system [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)
- [12] Bäumker M, Heimes F J. New calibration and computing method for direct georeferencing of image and scanner data using the position and angular data of a hybrid inertial navigation system [M]. Frankfurt am Main: Bundesamt für Kartographie und Geodäsie, 2002: 197-212.
- [13] Feng G H, Wu W Q, Cao J L, et al. Algorithm for monocular visual odometry/SINS integrated navigation [J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2011, 19(3): 210-215.
- [10] Pousi J. Decision analytical approach to effect based operations [D]. Espoo: Helsinki University of Technology, 2009.
- [11] Yaman D, Polat S. A fuzzy cognitive map approach for effect based operations: an illustrative case [J]. Information Sciences, 2009: 382-403.
- [12] Wilkins D E, Desimone R V. Applying an AI planner to military operations planning [R]. SRI International Research Report, 1993.
- [13] Myers K, Tyson W M. PASSAT: A user-centric planning framework [C]// Proceedings of the 3rd International NASA Workshop on Planning and Scheduling for Space. Houston, USA. 2002.
- [14] Tate A, Levine J, Jarvis P, et al. Using AI planning technology for army small unit operations [C]// Proceedings of the Fifth International Conference on Artificial Intelligence Planning Systems, 2000.
- [15] Potter S, Tate A, Wickler G. Using I-X process panels as intelligent to do lists for agent coordination in emergency response [C]// Proceedings of the Information Systems for Crisis Response and Management, Newark, New Jersey, USA, 2006.
- [16] Fudenberg D, Tirole J. Game theory [M]. Massachusetts: The MIT Press, 1991.
- [17] John H. Games with incomplete information played by "bayesian" players [J]. Management Science, 1967: 159-182.

(上接第 67 页)