

基于 RCS 的三维低可探测性轨迹优化方法*

陈 璟, 陈少飞, 刘鸿福

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 针对基于雷达散射截面(RCS)规避雷达威胁的飞行轨迹优化问题,提出了低可探测性三维轨迹优化的求解方法。通过B样条拟合构建连续可微的RCS数据模型,结合三维飞行动力学模型,建立规避雷达威胁下的飞行运动控制模型。将轨迹优化问题描述成为最优控制问题,其中飞行姿态控制、轨迹约束、边界条件作为约束条件,以降低雷达探测概率和减少飞行时间为目标函数。运用高斯伪谱法(GPM)将连续的最优控制问题转换为离散的非线性规划问题进行求解。仿真结果证明本文方法实现了求解单基地雷达和双基地雷达探测环境中低可探测性三维轨迹优化问题,有效降低了飞行过程中的雷达探测概率和暴露时间。

关键词: 姿态控制;低可探测性;雷达散射截面;三维轨迹优化;Gauss 伪谱法

中图分类号: V249.12 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2012)03-0089-05

A Three-Dimensional low observable trajectory optimization method based on RCS

CHEN Jing, CHEN Shaofei, LIU Hongfu

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The method of finding an optimal aircraft trajectory to minimize the probability of detection by opponent radar detection systems is proposed. RCS data model, a three dimension (3D) aircraft and detection model, was established first. And then, the problem was described as an optimal control problem. The constraint functions were constructed by attitude control, trajectory constraints and boundary conditions. The cost function was formed to minimize both the probability of detection and the total flight time. After that, the continuous optimal control problem was parameterized to discrete nonlinear programming problem by Gauss pseudospectral method (GPM). Simulation results demonstrate the feasibility of the proposed method in low observable three-dimension trajectory optimization problem with monostatic radar and bistatic radar system, and it is also shown that the probability of detection and the exposure time decrease significantly.

Key words: attitude control; low observable; radar cross section; 3D trajectory planning; Gauss pseudospectral method

近年来,世界军事强国都在加强各自的空中作战力量,特别加紧对高性能、低可探测性飞行器的研制和作战应用研究,基于雷达探测模型的飞行轨迹优化问题成为新的研究热点^[1]。逐步开展了建立基于雷达散射截面积(Radar Cross Section, RCS)特征的雷达探测约束模型^[2]以及无人机低可探测性轨迹生成方法^[3]的相关研究。

目前,针对微小型飞行器低可探测性飞行轨迹规划,大多数研究停留在航迹规划层面,有些对飞行器目标特性进行了简化,或者没有将航迹规划和姿态控制综合考虑^[4-5]。现代飞行器 RCS 值的普遍降低和与姿态相关的目标特性,使得飞行器在飞行过程中处于暴露与不暴露状态的频繁切换之间,常规的目标特征模型不足以刻画现代飞行器的目标特性。飞行器 RCS 与飞行姿态(如方位角、俯仰角)的紧密耦合,使得结合飞行姿态

控制的轨迹优化方法成为求解飞行器低可探测性轨迹优化问题新的研究思路。相关研究通过建立姿态调整规划代价,对低 RCS 微小卫星姿态实时规划的方法进行了探索^[6]。基于 RCS 姿态特性的轨迹优化,通过底层的飞行器机动特性和姿态控制,求解出用于飞行的相关状态量和控制量,具有较强的应用价值。

作为直接法求解最优控制问题的一种方法,高斯伪谱法(Gauss Pseudospectral Method, GPM)采用全局插值多项式的有限基在一系列离散点上近似状态变量和控制变量,因其较少的参数和较高的精度优势,被认为具有应用于实际系统实时最优控制问题的潜力^[7]。

本文结合飞行动力学模型,通过B样条拟合方法对RCS数据进行拟合建模;结合雷达探测模型建立了飞行运动控制模型。建立了低可探测性

* 收稿日期:2011-09-25

作者简介:陈璟(1972-),男,江西南昌人,副教授,硕士生导师,E-mail:Chenjing001@vip.sina.com

轨迹优化的相关约束和目标函数,将问题描述成为最优控制问题。通过 Gauss 伪谱法将问题转换为离散的非线性规划问题,由大规模非线性规划求解器 SNOPT^[8] 计算得出飞行轨迹。通过仿真实验得到双基地雷达系统威胁环境中的轨迹优化结果。

1 模型建立

1.1 飞行器动力学模型

由于俯仰角和方位角的微小改变都会引起飞行器 RCS 的强烈变化,以及飞行器姿态与雷达探测概率的紧密耦合关系,需要选用三维的飞行动力学模型。在轨迹优化问题研究当中,通常选取如下的质心方程作为飞行动力学模型:

$$\begin{cases} m\dot{v} = T\cos\alpha - D - mg\sin\gamma \\ m\dot{v}\dot{\gamma} = T\sin\alpha\cos\varphi + L\cos\varphi - mg\cos\gamma \\ m\dot{v}\dot{\psi}\cos\gamma = T\sin\alpha\sin\varphi + L\sin\varphi \\ \dot{h} = v\sin\gamma \\ \dot{m}_f = -b \\ \dot{x} = v\cos\gamma\cos\psi \\ \dot{y} = v\cos\gamma\sin\psi \end{cases} \quad (1)$$

其中 m 为飞行器质量, v 为速度, α 为迎角, γ 为航迹倾斜角, ψ 为航迹方位角, φ 为滚转角; x 、 y 分别表示飞行器在东、北方向与原点的距离, h 为飞行高度; T 表示发动机的推力,并假设只与飞行的马赫数 M 和飞行高度 h 有关; D 和 L 分别为阻力和升力。这些变量中,迎角 α 和滚转角 φ 为控制量,其他均为状态量。

1.2 飞行器 RCS 特征模型

由于 Gauss 伪谱法将最优控制问题转换为非线性规划问题时,为了满足一阶最优条件要求,目标函数需要满足一阶连续可微,从而选用 B 样条拟合的方法构建 RCS 特征模型。

假设固定雷达频率下,飞行器 RCS 特征只与其相对雷达的方位角、俯仰角两个姿态角有关。文献[1]建立了飞行器 RCS 随机体相对雷达方位角、俯仰角变化的数据模型。本文对该 RCS 数据模型进行三次 B 样条函数拟合建模。其中,矩形区域上由其张量积网格控制生成的双三次 B 样条函数为^[9]

$$\sigma = f(\kappa_r, \theta_r) = \sum_{k=0}^3 \sum_{l=0}^3 B_k(\kappa_r) B_l(\theta_r) \delta_{(i+k)(j+l)} \quad (2)$$

飞行器 RCS 的模型均是按照不同方向照射飞行器时对应 RCS 取值的形式给出,若计算某一

飞行状态下飞行器的 RCS 值,首先需要得到当前状态飞行器在机体坐标系下雷达的照射方向。

假设 κ_r 和 θ_r 分别为飞行器相对于雷达的方位角和俯仰角, σ 为 RCS 值。为了计算某一飞行状态下 RCS 值,首先需要计算对应的 κ_r 和 θ_r 。通过坐标变换,由地面坐标系下飞行器相对于雷达方向向量转换机体坐标系再计算得出 κ_r 和 θ_r 。

地面坐标系下,设雷达坐标为 (x_r, y_r, z_r) 。则飞行器相对于雷达方向的单位向量为

$$\mathbf{x}_e = \begin{pmatrix} x - x_r \\ y - y_r \\ h - z_r \end{pmatrix} / \sqrt{(x - x_r)^2 + (y - y_r)^2 + (h - z_r)^2} \quad (3)$$

由地面坐标系到气流坐标系的转换矩阵为^[10]

$$\mathbf{S}_{we} = \begin{bmatrix} \cos\gamma\cos\psi & & & \\ \sin\gamma\cos\psi\sin\varphi + \sin\psi\cos\varphi & & & \\ \sin\gamma\cos\psi\cos\varphi - \sin\psi\sin\varphi & & & \\ \cos\gamma\sin\psi & & -\sin\gamma & \\ \sin\gamma\sin\psi\sin\varphi + \cos\psi\cos\varphi & \cos\gamma\sin\varphi & & \\ \sin\gamma\sin\psi\cos\varphi - \cos\psi\sin\varphi & \cos\gamma\cos\varphi & & \end{bmatrix} \quad (4)$$

由气流坐标系到机体坐标系的转换矩阵为

$$\mathbf{S}_{bw} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \quad (5)$$

从而可以得出机体坐标系下飞行器相对于雷达方向的单位向量

$$\mathbf{x}_b = \mathbf{S}_{bw} \mathbf{S}_{we} \mathbf{x}_e \quad (6)$$

然后得到计算飞行器 RCS 的参数 κ_r 和 θ_r

$$\kappa_r = \arctan\left(\frac{x_{b,2}}{x_{b,1}}\right) \quad (7)$$

$$\theta_r = \arctan\left(\frac{x_{b,3}}{\sqrt{x_{b,1}^2 + x_{b,2}^2}}\right) \quad (8)$$

其中, $x_{b,i}$ 表示 \mathbf{x}_b 中第 i 个元素。

1.3 双基地 RCS 计算

双基地雷达对于目标的探测更为有效。对于收发分置的双基地雷达,根据由目标单基地 RCS 计算双基地 RCS 的经验公式,将双基地 RCS 表示为与目标的单基地 RCS 和双基地角相关的函数^[11],即

$$\sigma_{bi} = \sigma_{mon} [1 + \exp(|\beta|K - 2.4K - 1)] \quad (9)$$

其中, σ_{mon} 为目标单基地 RCS, β 为双基地角, K 为经验系数,由目标结构和复杂程度确定,且

$$K = \frac{\ln[4\pi A^2 / (\lambda^2 \sigma_{mon})]}{\pi - 2.4} \quad (10)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{R_1^2 + R_2^2 - b^2}{2R_1R_2}\right) \quad (11)$$

其中, A 表示在垂直于雷达波束方向上投影的目标面积, λ 为波长; R_1 、 R_2 分别表示目标到收站和发站的距离, b 为收、发站之间的距离。

1.4 雷达探测概率模型

设接收机的两个通道噪声服从高斯分布,则在幅度检波后进行目标探测时,噪声背景为瑞利分布。设目标信号也服从瑞利分布。文献[12]中推导出单个雷达在距离 R 处对目标的探测概率为

$$P_d = \exp\left(\frac{\ln(P_f)R^4}{K\sigma}\right) \quad (12)$$

其中 P_f 表示雷达系统的虚警概率; K 表示与雷达威力相关的规整化因子,包含了反映雷达目标探测威力的内在因素; σ 为 RCS 值。

从而,由 n 个雷达构成的组网雷达系统对飞行器的探测概率表示为

$$PD = 1 - \prod_{k=1}^n (1 - P_d(k)) \quad (13)$$

其中 $P_d(k)$ 表示第 k 个雷达对目标的探测概率。

2 基于 Gauss 伪谱法的轨迹优化方法

Gauss 伪谱法求解轨迹优化方法的思路,是将轨迹优化这样连续的最优控制问题描述成为离散的非线性规划问题进行求解。对于 Gauss 伪谱法求解最优控制问题的详细说明见文献[7],这里针对轨迹优化问题作简要介绍。

首先,通过线性变换,时间 t 可以表达为 τ 的函数

$$t = [(t_f - t_0)\tau + (t_f + t_0)]/2 \quad (14)$$

其中 t_0 是初始时刻, t_f 是结束时刻。从而满足标准的时间间隔 $\tau \in [-1, 1]$ 。

轨迹优化问题描述为在时间段 $[t_0, t_f]$ 上最小化目标函数

$$J = \varphi(\mathbf{x}(-1), t_0, \mathbf{x}(1), t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \int_{-1}^1 g[\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau; t_0, t_f] d\tau \quad (15)$$

其中状态量 $\mathbf{x} \in R^{N_x}$, 控制量 $\mathbf{u} \in R^{N_u}$, 并满足以下约束

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \frac{t_f - t_0}{2} \mathbf{f}(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau; t_0, t_f) \quad (16)$$

$$\psi(\mathbf{x}(-1), t_0, \mathbf{x}(1), t_f) = 0 \quad (17)$$

$$\mathbf{C}(\mathbf{x}(\tau), \mathbf{u}(\tau), \tau; t_0, t_f) \leq 0 \quad (18)$$

直接法求解轨迹优化是将问题离散化描述成为非线性规划问题。Gauss 伪谱法基于拉格朗日差值多项式来逼近状态量和控制量。由 N 次拉格

朗日差值多项式 L 逼近状态量

$$\mathbf{x}(\tau) \approx \mathbf{X}(\tau) = \sum_{i=0}^N \mathbf{X}(\tau_i) L_i(\tau) \quad (19)$$

$N-1$ 次拉格朗日差值多项式 L^* 逼近控制量

$$\mathbf{u}(\tau) \approx \mathbf{U}(\tau) = \sum_{i=0}^{N-1} \mathbf{U}(\tau_i) L_i^*(\tau) \quad (20)$$

从而将微分约束描述成代数约束:

$$\sum_{i=0}^N D_{ki} \mathbf{X}_i - \frac{t_f - t_0}{2} \mathbf{f}(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau; t_0, t_f) = 0 \quad (21)$$

其中 $\mathbf{X}_k = \mathbf{X}(\tau_k)$, $\mathbf{U}_k = \mathbf{U}(\tau_k)$, ($k = 1, \dots, N$)。并且终端状态 $\mathbf{X}_f = \mathbf{X}(1)$ 满足 Gauss 积分公式

$$\mathbf{X}_f \equiv \mathbf{X}_0 + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^N \omega_k \mathbf{f}(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) = 0 \quad (22)$$

通过 Gauss 积分公式对连续的目标函数进行逼近

$$J \equiv \varphi(\mathbf{X}_0, t_0, \mathbf{X}_f, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^N \omega_k g(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) \quad (23)$$

其中, ω_k 是 Gauss 权重。边界条件表示为

$$\psi(\mathbf{X}_0, t_0, \mathbf{X}_f, t_f) = 0 \quad (24)$$

结合状态和控制变量信息的轨迹约束为

$$\mathbf{C}(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) \leq 0 \quad (25)$$

通过以上过程实现将连续的轨迹优化问题描述成目标函数和代数约束的非线性规划问题,再通过相关的大规模非线性规划求解工具包进行求解。

3 基于 RCS 低可探测性轨迹优化问题求解

3.1 轨迹优化问题求解框架

基于 RCS 的低可探测性轨迹优化问题求解框架如图 1 所示。首先,通过对雷达探测相关数据进行 B 样条拟合,结合三维飞行性能模型和雷达的探测威力关系建立飞行运动控制模型。将飞行性能模型、雷达探测模型、航路点状态信息和其他输入信息综合构建约束条件和搜索空间。代价函数由飞行时间和雷达探测概率来综合表达。然后通过 Gauss 伪谱法将连续的最优控制问题转换为离散的非线性规划问题。最后通过非线性规划求解工具求解得到结果。

3.2 目标函数的建立

低可探测性轨迹优化是以飞行时间和探测概率为代价函数的动态优化问题。优化目标是找到综合考虑飞行时间最少和雷达探测概率最小,从起始点开始经过各个航路点到达终点的飞行轨迹。建立轨迹优化的目标函数

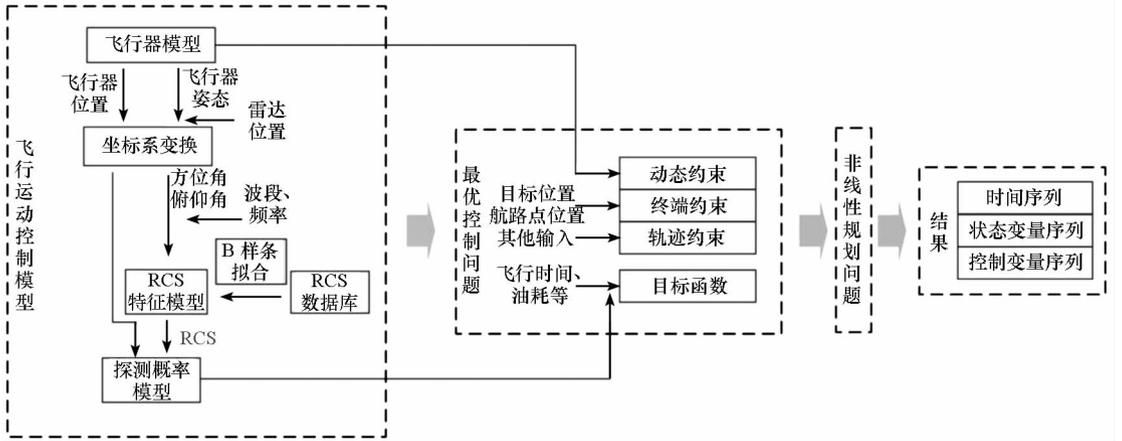


图 1 基于 RCS 的低可探测性轨迹优化问题求解框架

Fig. 1 Solving framework for Low Observable trajectory optimization problem based on RCS

$$J = w_t(t_f - t_0) + w_p \int_{t_0}^{t_f} PD(t) dt \quad (26)$$

其中,前一项表示飞行总时间,后一项表示探测概率的积分。 w_t 和 w_p 分别表示两者的权重系数。当满足 $w_p = 0$ 时问题转换为最小时间轨迹优化问题。然后转换为与式(15)相一致的形式为

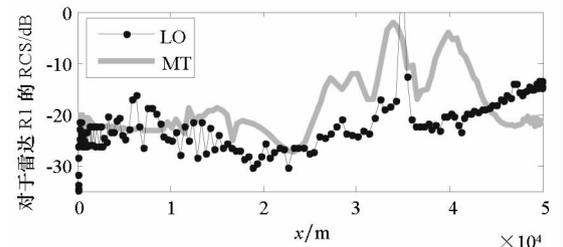
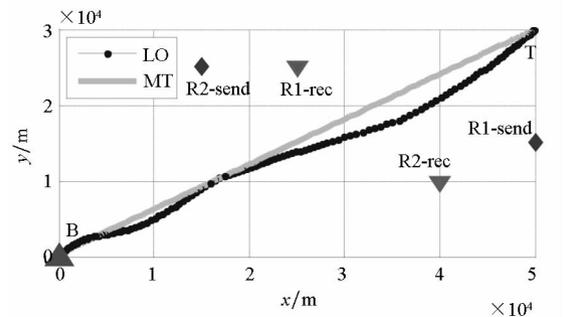
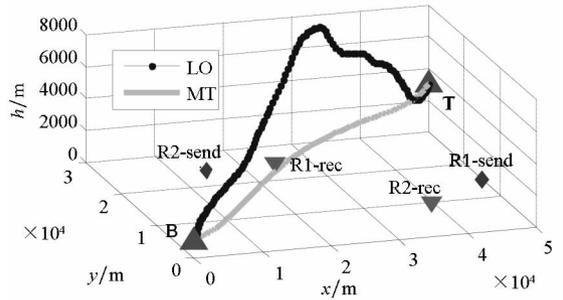
$$J = w_t(t_f - t_0) + \frac{(t_f - t_0)w_p}{2} \int_{-1}^1 PD(\tau) d\tau \quad (27)$$

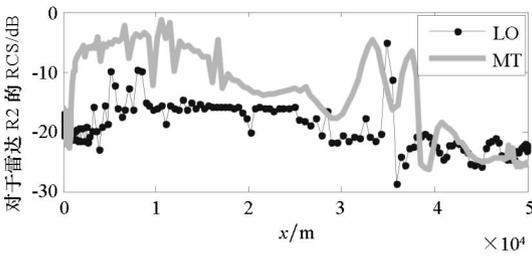
4 仿真计算与结果分析

为了验证本文问题建模和求解方法的有效性,本节给出双基地雷达系统中低可探测性轨迹优化仿真实例,并与以最短飞行时间作为目标函数的轨迹优化结果进行比较分析。假设雷达的位置、类型、相关参数固定,探测概率 $PD \geq 0.1$ 时认为飞行器处于暴露状态。在仿真实例中,B、T 和 R 分别表示起始点、目标点和雷达所处位置。低可探测目标和最短飞行时间目标生成的两种轨迹分别表示为 LO(Low Observable) 轨迹和 MT(Minimum Time) 轨迹。为了便于比较 LO 轨迹和 MT 轨迹,实验结果仅给出了两者飞行控制量和状态量随 x 坐标的变化过程。由于飞行速度沿 x 方向的变化不大,此结果也可作为这些变量随时间变化结果的参考。

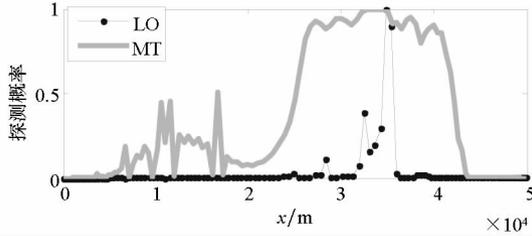
两组双基地雷达发射端分别位于 (50, 15, 0) km 和 (15, 25, 0) km, 对应接收端位于 (25, 25, 0) km 和 (40, 10, 0) km。两个航路点位于 (0, 0, 1) km (起点) 和 (50, 30, 3) km (目标)。图 2 给出了优化生成的 LO 轨迹和 MT 轨迹,并且对相关变量随飞行器在 x 方向距离的变化关系进行了比较。由图 2(a)、(b) 可以看出规划出的生成飞行轨迹三维视图和俯视图。两条轨迹上飞行

器 RCS 变化比较如图 2(c)、(d), 可以看出 LO 轨迹上的 RCS 得到了普遍降低。表 1 给出了两条轨迹飞行时间和暴露时间对比结果,与 MT 轨迹相比,最大限度减少了飞行暴露时间。由图 2(e) 可以看出,LO 轨迹在大部分的时段保持在雷达探测概率 $PD \leq 0.01$ 。LO 轨迹姿态角和控制量变化分别如图 3(a) 和 3(b)。





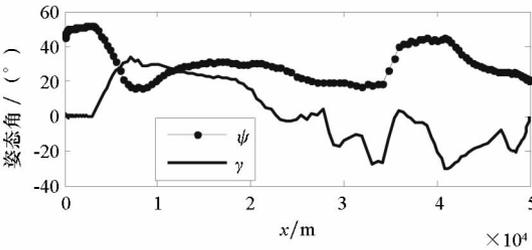
(d) 相对于雷达 R2 的飞行器 RCS



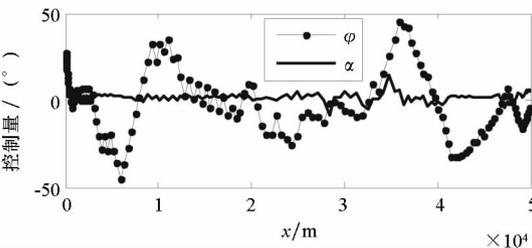
(e) 雷达探测概率

图2 LO 轨迹与 MT 轨迹比较

Fig. 2 Comparison of LO trajectory and MT trajectory



(a) LO 轨迹飞行姿态角



(b) LO 轨迹飞行控制量

图3 LO 轨迹求解结果

Fig. 3 The solving results of LO trajectory

表1 飞行时间和暴露时间比较

Tab. 1 Comparison of flight time and exposure time

	暴露时间/s	飞行时间/s	暴露时间所占比例/%
MT 轨迹	98	167	58.7
LO 轨迹	22	231	9.5

5 结论

本文主要建立了基于 RCS 和飞行姿态控制的三维低可探测性轨迹优化的求解框架。与传统的威胁环境下飞行器航迹规划相比,规划由平面

或三维航迹层深入到了带有状态量和控制量的三维轨迹层。将 Gauss 伪谱方法应用于飞行器低可探测性轨迹优化问题,从而将连续的最优控制问题转换为非线性规划问题,实现对飞行器低可探测性轨迹优化问题的求解。通过仿真实例验证,在双基地雷达系统中,飞行轨迹能够保持较低的雷达探测概率,在实例中使飞行暴露时间占总飞行时间的比重小于 10%。

参考文献 (References)

- [1] Inanc T. Framework for low-observable trajectory generation in presence of multiple radars[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2008, 31(6): 1740 - 1749.
- [2] Norsell M. Multistage trajectory optimization with radar range constraints[J]. AIAA Journal of Aircraft, 2005, 42(2): 849 - 857.
- [3] Mark M. Real-time optimal trajectory generation for constrained dynamical systems [D]. Pasadena, California: California Institute of Technology, 2003.
- [4] 丁晓东, 刘毅, 李为民. 基于动态 RCS 的无人机航迹实时规划方法研究[J]. 系统工程与电子技术, 2008, 30(5): 868 - 871.
DING Xiaodong, LIU Yi, LI Weimin. Dynamic RCS and real-time based analysis of method of UAV route planning[J]. Systems Engineering and Electronics, 2008, 30(5): 868 - 871. (in Chinese)
- [5] Kabamba P T, Meerkov S M, Zeitz F H. Optimal path planning for unmanned combat aerial vehicles to defeat radar tracking[J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2006, 29(2): 280 - 288.
- [6] 苏抗, 周建江. 有限姿控能力的低 RCS 微小卫星姿态实时规划[J]. 航空学报, 2010, 31(9): 1841 - 1848.
SU Kang, ZHOU Jianjiang. Real-time attitude planning for low RCS micro-satellites with limited attitude control ability[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2010, 31(9): 1841 - 1848. (in Chinese)
- [7] Benson D. A Gauss pseudospectral transcription for optimal control[D]. Cambridge: MIT, 2005.
- [8] Philip E G. SNOPT: An SQP algorithm for large scale constrained optimization[J]. SIAM Review, 2005, 47(1): 99 - 131.
- [9] Forsey D R, Bartels R H. Surface fitting with hierarchical splines[J]. ACM Transactions on Graphics 1995, 14(2): 134 - 161.
- [10] 吴森堂, 费玉华. 飞行控制系统[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2005: 12 - 13.
WU Sentang, FEI Yuhua. Flight control system [M]. Beijing: Press of BUAA, 2005: 12 - 13. (in Chinese)
- [11] Leonov S A, Leonov A I. Handbook of computer simulation in radio engineering, communications, and radar [M]. Norwood: Artech House, 2001: 158 - 160.
- [12] 方学力, 杨永祥. 雷达与雷达网的目标检测威力模型[J]. 现代雷达, 2008, 30(7): 18 - 20.
FANG Xueli, YANG Yongxiang. Radar target detection range model based on detection probability [J]. Modern Radar, 2008, 30(7): 18 - 20. (in Chinese)