

一种图像去模糊正则化恢复算法参数确定方法*

吴玲达^{1,2}, 郝红星¹

(1. 国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南 长沙 410073;
2. 装备学院 复杂电子系统仿真重点实验室, 北京 怀柔 101400)

摘要:为了解决模糊正则化恢复算法中参数确定问题,提出一种正则化参数确定方法,该方法根据降质图像特征计算正则化参数。分析了目前普遍应用的全变分正则化方法和该问题的改进拉格朗日迭代解法(SALSA),分析不同正则化参数对恢复效果的影响,提出的正则化参数确定方法与噪声和原图像梯度大小相关。对不同梯度和噪声图像的不同正则化参数恢复效果进行对比,得到提出的正则化参数确定方法能使恢复图像的改进信噪比处于最大值附近。从实验视觉效果得出,该参数确定方法能够抑制降质图像的噪声并能够尽量恢复原图像细节信息。

关键词:正则化参数;去模糊;全变分正则化;改进拉格朗日迭代解法

中图分类号:TP391 文献标志码:A 文章编号:1011-2486(2012)04-0079-06

Research on the regularization parameter of image deblurring

WU Lingda^{1,2}, HAO Hongxing¹

(1. College of Information System and Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Key Laboratory of Science and Technology for National Defense, College of Equipment, Beijing 101400, China)

Abstract: A method of determining the regularization parameter is proposed in order to solve the image deblurring problems. The main objective is to get the regularization parameter from the deblurring image. The method starts by considering the famous Total Variation methods and the Split Augmented Lagrangian Shrinkage Algorithm (SALSA), and then it deals with the effect of the regularization parameter on the result image. The proposed method proves that the parameter is determined by the noise and the gradient of the image. Results of the recovery of images were compared with different gradient and noise, and they help to reach a conclusion that the proposed method maximizes the improvement in Signal to Noise Ratio (ISNR). The method also removed noise and protected the details of the image in the processing of recovery as much as possible.

Key words: regularization parameter; image deblurring; total variation; augmented Lagrangian methods

目前,图像的应用领域越来越广泛,包括卫星遥感图像、医学成像,天文学成像等。图像的获取、存储、处理、分析、生成和显示已经成为重要的科研热点领域。由于图像获取设备参数设置、环境条件影响、图像压缩处理、图像传输信道干扰等原因,图像降质现象普遍存在。图像逆问题指从降质图像通过一定算法复原图像的过程。传统的恢复算法包括一些频域滤波算法、Wiener 滤波算法、概率统计算法等。随着数学最优化理论的研究发展,开始有学者逐步将最优化理论应用于图像逆问题^[1]。

图像逆问题是病态的,所谓病态是指计算结果并不连续地依赖于已知输入。为了解决病态的图像逆问题,需要对待恢复图像具有一定先验知识,通过先验知识恢复丢失信息,此即正则化方法。正则化方法假定原始图像具有平滑性(较小

的差分值,有界差异等)。

图像逆问题的正则化求解可以用如下公式表述:

$$\hat{x} = \underset{x \in \mathbf{R}^N}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{2} \|y - \mathbf{H}x\|^2 + \alpha R(x) \quad (1)$$

s. t. $x = v$

其中, \mathbf{H} 是 $M \times N$ 的图像退化矩阵, $x \in \mathbf{R}^N$ 是原始图像按照列推叠而成的列向量, $y \in \mathbf{R}^M$ 是降质图像按照列堆叠而成的向量(通常 $M = N$), $R(x) : \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}$ 为正则化函数,例如,全变分正则化方法的正则化函数为 $R(x) = \sum_{m,n} \nabla x$,其中 m, n 为图像的大小, α 为正则化参数。

多数研究者将注意力放在正则化函数研究中,也出现了大量的正则化方法,包括最早提出的 Tikhonov 正则化方法,全变分正则化^[2]以及目前

* 收稿日期:2012-01-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61103081);国防科技大学优秀博士生创新资助项目(B110503)

作者简介:吴玲达(1962—),女,上海人,教授,博士,博士生导师,E-mail:wld@nudt.edu.cn

Donoho 和 Johnstone 提出的稀疏约束正则化方法^[3]。其中全变分正则化方法提出后涌现出大量关于此方法的研究,如文献[4]。而关于正则化参数的研究却很少。其中李亚峰等^[5]指出,式(1)参数 α 须匹配于噪声水平,但是在实际应用中具体如何根据噪声进行选择却没有讨论。王怀野等^[6]提出一种各向异性扩散滤波的正则化参数选取方法,但是该正则化参数确定方法依据噪声方差,而且计算较复杂,其论文主要研究了在各向异性扩散中,可以对这个尺度做进一步简化。Manya^[7]指出,对于参数 α 的选择,采用人工手动选择的方法。

本文对正则化参数进行研究,针对当前的全变分正则化方法,提出一种正则化参数确定方法,并且将该方法应用于改进 Manya 提出的 SALSA 算法。通过实验结果可以得出,本文提出的参数确定算法可以有效解决全变分正则化方法中参数选择的盲目性问题,并且能够获得较高的信噪比和较短的迭代时间。

1 正则化参数及其影响

正则化参数指式(1)中 α 的取值,由于正则化参数的作用是平衡误差项以及正则项对最优化效果的影响,不同的正则化参数对恢复效果具有较大影响,如图 1 所示。

为了得到观察图像,将原始图像进行高斯模糊并添加信噪比为 40dB 的高斯噪声。图 1 中曲线图的实线为不同参数恢复时间曲线,虚线指不同参数恢复图像改进信噪比变化,采用信噪比计算公式为:

$$ISNR = 10 \log \frac{\sum_k \|x - y\|}{\sum_k \|x - \hat{x}_k\|} \quad (2)$$

其中 k 为迭代次数, x 为原始图像, y 为初始模糊图像, \hat{x}_k 为经过迭代后得到的最优图像。分析图 1 可得到,随着正则化参数变化,信噪比为上凸函数,存在最大值。当参数较小时,恢复的图像具有较多噪声干扰,但图像边缘清晰,随着参数增大,噪声逐步被抑制,但是过大的正则化参数导致图像模糊不清。

由上面的分析知,正确选择合适的正则化参数对最终图像恢复效果至关重要,而目前关于正则化参数主要采用人工手动方法取值,主观性强。有必要对其确定方法进行进一步研究,能够自动确定并能够获得更高信噪比的恢复图像。

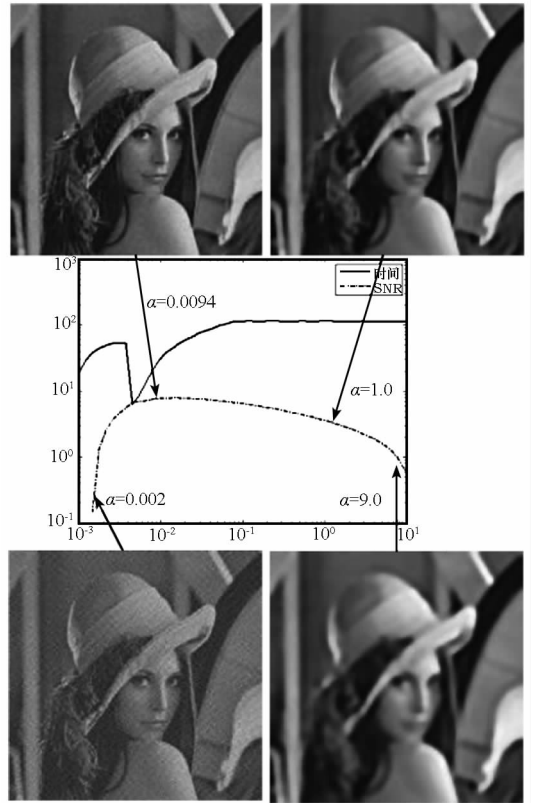


图 1 不同参数恢复效果图

Fig. 1 Restoration with different regularization parameters

2 正则化参数计算方法

对于基于平滑性的正则化函数的正则化方法,正则化参数可以通过下式进行计算:

$$\alpha = \frac{\sum_i \|n_i\|_2^2}{\sum_i \|\nabla x_i\|_2} \quad (3)$$

其中, n_i 为噪声按照列堆叠所形成向量的第 i 个分量, ∇x_i 为原始图像在像素点 x_i 的梯度。通过式(3)计算的 α 能够根据具体图像特征以及噪声水平进行自适应调整。若降质图像噪声较大,则 α 取值较大,最终恢复效果会进一步抑制噪声;相反,若图像梯度值较大, α 取值较小,恢复图像更加注重保留图像的边缘轮廓。

然而,在实际的图像恢复中,噪声和未降质图像未知,并不能明确通过式(3)计算 α 值。但是,我们可以通过数值方法估计出降质图像的噪声水平以及原始图像的梯度值。

2.1 噪声估计方法

图像噪声是指图像中不可预测,只能用概率统计方法来认识的随机误差。在没有先验知识情况下,噪声是完全随机的,所谓完全随机是指信息

熵最大,设噪声概率为 $p(x)$,则 $\int p(x)\log(p(x))dx$ 最大,又由于噪声概率满足 $\int p(x)dx = 1$ 和 $\int x^2 p(x)dx = \sigma^2$, σ^2 为噪声功率,可得噪声满足高斯分布。因此除针对特殊类型噪声外,在关于噪声的研究和实验设计中^[1-4],一般假定噪声为高斯噪声。

假设噪声为常见的高斯白噪声,需要对噪声的方差进行估计。Donoho在文献[8]中提出,图像频域斜向高频子图像作为噪声来估计其方差作为噪声方差。由于理想高斯白信号的绝对值中值和标准差的比约为0.6745,用斜向高频子图像绝对值的中值除以常系数 $c(c = 0.6745)$ 作为原噪声的标准差。通过此计算法估计噪声方差可以简化计算复杂度。由于图像频域斜向高频子图像像素点数较多,容易保证子噪声对原噪声特性的继承,比较适合高频段含很少图像信息的场合。对于图像逆问题中的去模糊问题,噪声干扰叠加在模糊图像基础上,运用上述方法可以得到较好的估计效果。

本文运用图像小波变换第一级斜向高频系数作为噪声进行噪声估计。具体算法如下:估计出噪声标准差后,可以根据 σ' 计算 $\sum_i \|n_i\|_2^2$,在假设噪声为高斯白噪声情况下

$$\sum_i \|n_i\|_2^2 = \sigma'^2 \times M \times N \quad (4)$$

Step 1:对图像 $f(i,j)$ 进行一级离散小波变换得到图像的小波变换系数

$$\begin{aligned} \bullet LL(m,n) &= (1/\sqrt{MN}) \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N f(i,j) \varphi_{m,n}(i,j) \\ \bullet LH(m,n) &= (1/\sqrt{MN}) \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N f(i,j) \phi_{m,n}^V(i,j) \\ \bullet HL(m,n) &= (1/\sqrt{MN}) \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N f(i,j) \phi_{m,n}^H(i,j) \\ \bullet HH(m,n) &= (1/\sqrt{MN}) \sum_{i=0}^M \sum_{j=0}^N f(i,j) \phi_{m,n}^D(i,j) \end{aligned}$$

其中, φ 为尺度函数, ϕ 为小波函数,图像大小为 $M \times N$ 。

Step 2:根据小波变换斜向高频系数 $HH(m,n)$ 估计噪声标准差:

$$\sigma' = \frac{\text{median}(|HH(m,n)|)}{c}$$

其中, $\text{median}()$ 为求中值函数, c 为常数,取0.6745。

2.2 梯度值估计

正则化参数的计算式(3)的分母为原始图像的细节程度,在本文采用梯度模和来表示,由于在图像恢复过程中,原始图像未知,同样需要采用一种估计方法通过降质图像对原图像的梯度模和进行估计。

记图像降质过程的矩阵表示为

$$G = H \otimes F + n \quad (5)$$

其中 G 为受损图像的矩阵表示, H 为降质卷积核, F 为原始图像矩阵, n 为噪声矩阵。则对式(5)在 x,y 方向求偏导得到:

$$\begin{cases} \Delta_x G = H \otimes \Delta_x F + \Delta_x n \\ \Delta_y G = H \otimes \Delta_y F + \Delta_y n \end{cases} \quad (6)$$

分析梯度变换公式得到, x,y 方向的梯度在图像降质过程中的变化与原始图像降质过程相同。为了估计原始图像的梯度模和,本文根据降质图像梯度矩阵采用维纳滤波方式估计原图像梯度矩阵,根据估计出的梯度矩阵,进而估计梯度模和。其 x 方向频域表达式为:

$$\Delta_x F(u,v) = \frac{H^*(u,v)}{|H(u,v)|^2 + S_\eta(u,v)/S_f(u,v)} \Delta_x G(u,v) \quad (7)$$

其中, $S_\eta(u,v)/S_f(u,v)$ 根据噪声和降质图像进行估计,则

$$\sum_i \|\nabla x_i\|_2 = \sum_{m,n} \sqrt{\Delta_x F(m,n)^2 + \Delta_y F(m,n)^2} \quad (8)$$

采用维纳滤波对梯度模和进行估计有以下优点:

- 维纳滤波使估计的矩阵与原始矩阵的均方误差最小,采用此方法对原始图像梯度值的估计与真实值在平方意义下误差最小;
- 由于仅仅需要对原始梯度进行估计,对精度要求并不很高,且维纳滤波较简单。

3 数值实验

本节对提出的自适应正则化参数进行计算,并且与不同的正则化参数进行比较。

实验进行图像大小为 256×256 ,分别为:

- (1)像素值全128的灰度图像;
- (2)lena灰度图像;
- (3)Einstein灰度图像。

首先对图像进行窗口为 9×9 ,方差为8的高斯核模糊,然后添加方差1.0的高斯噪声,得到实验结果如表1所示,其中均方差计算公式为:

表 1 不同图像恢复效果比较

Tab.1 Comparison of restoration results (different images)

图像	α 值	均方差	改进信噪比 (dB)
图像(1)	1.217	0.217	6.64
	12.17	0.0376	14.3
	* 121.7	0.007	21.3
图像(2)	$7.76e-3$	423	-1.35
	0.0776	72.7	6.29
	0.776	106	4.67
图像(3)	0.0103	255	0.711
	0.103	54.4	7.42
	1.03	104	4.62

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{m,n} (f(m,n) - f'(m,n))^2$$

其中 $f'(m,n)$ 为 $f(m,n)$ 的估计值。

从表 1 可以得出,在相同的降质模型下,不同图像的最优参数是不同的,这主要是图像梯度不同的原因。表中粗体数字为本文算法得到的参数

估计值及相应的恢复效果,对于图像(2)和图像(3),本文算法得到的参数值明显好于将参数放大或缩小 10 倍,但是对于图像(1),本文得到的参数值不如“*”所在行参数的恢复效果,主要原因是图像(1)的梯度模和为 0,由于所采用估计方法,估计的梯度模和大于 0,因此会出现上述误差。由于图像(1)较平滑,恢复效果在视觉方面难以区分,因此下面主要列出图像(2)和图像(3)的效果比较。

图 2(a),图 3(a)为降质图像,图 2(b)(c)(d)和图 3(b)(c)(d)为正则化参数取值不同时的恢复效果,其中图 2(c)和图 3(c)为本文算法得到正则化参数的恢复效果。从恢复效果得出,本文算法得到的正则化参数进行恢复能够抑制噪声而且保持图像细节。

对于 Lena 图像不同正则化参数的改进信噪比的曲线如图 4 所示。



图 2 Lena 恢复效果对比图

Fig.2 Restoration of Lena with different regularization parameters

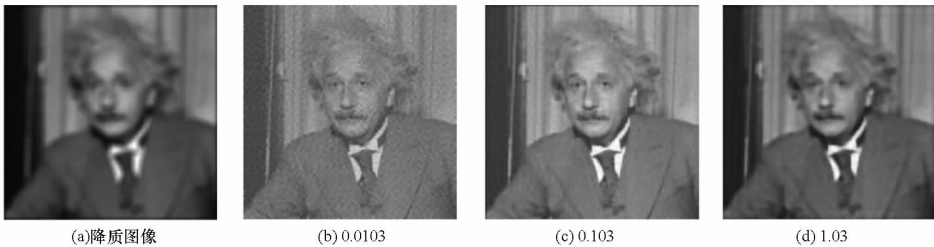


图 3 Einstein 恢复效果对比图

Fig.3 Restoration of Einstein with different regularization parameters

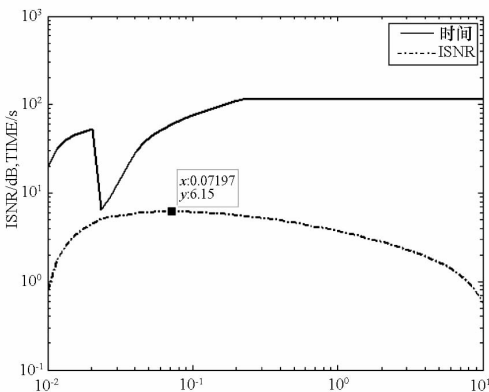


图 4 Lena 图像不同正则化参数改进信噪比图

Fig.4 ISNR according to different regularization parameters for Lena

从图 4 ISNR 曲线可以分析得出,本文提出的正则化参数确定方法的正则化参数为 0.076,能够保证改进信噪比处于最大值附近,但不能保证恢复时间最少。

下面分析不同强度噪声的正则化参数以及恢复效果。实验采用 Lena 图像,进行窗口为 9×9 ,方差为 8 的高斯核模糊,然后添加方差不同的高斯噪声,实验数据如表 2 所示。

表 2 不同噪声正则化参数及恢复效果

Tab.2 Comparison of restoration result (different noise)

噪声方差	α 值	均方差	改进信噪比 (dB)
0.5	0.00209	350	-0.542
	0.0209	53.4	7.62
	0.209	77.3	6.01
1.5	0.0188	358	-0.622
	0.188	84.9	5.63
	1.88	131	3.76
2.5	0.058	302	0.182
	0.58	108	4.66
	1.03	169	2.69



图 5 噪声标准差 0.5 时不同正则化参数恢复效果

Fig.5 Restoration of lena with different regularization parameters when noise standard deviation is 0.5



图 6 噪声标准差 1.5 时不同正则化参数恢复效果

Fig.6 Restoration of lena with different regularization parameters when noise standard deviation is 1.5

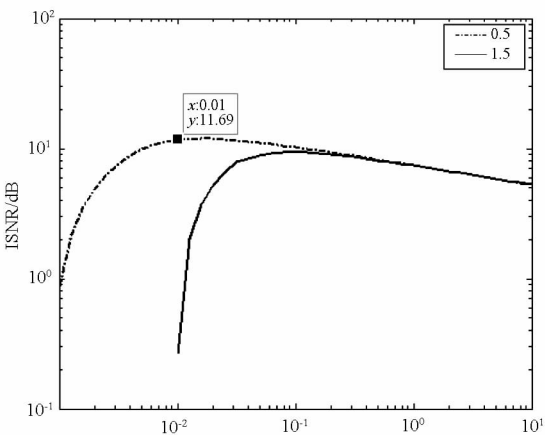


图 7 不同噪声水平的改进信噪比与正则化参数关系
Fig.7 Figure of relationship of ISNR and regularization parameter with different noise variance

进行图像恢复,有可能对噪声方差为 0.5 的图像具有较好的恢复效果,但是对于噪声方差为 1.5

实验恢复图像效果如图 5 和图 6 所示。

从上述实验结果可以得出,本文提出的正则化参数计算方法在不同的噪声水平下均能够得到理想的效果。

为了进一步验证方法选择参数的重要性,下面实验给出同一幅图像不同噪声水平,在不同正则化参数下的改进信噪比的变化曲线,实验采用 cameraman 图像,分别添加方差为 0.5 和 1.5 的高斯白噪声,改进信噪比和正则化参数的曲线如图 7 所示。

从图 7 可以得出,若使用同一正则化参数

的却得不到好的恢复效果,使得改进信噪比取最大值的参数是不同的,而图 7 中正则化参数为 0.01 是对于噪声标准差 0.5,可见本文算法给出的正则化参数,能够达到较高的改进信噪比。虽然当正则化参数增大时,两种标准差噪声图像恢复信噪比趋于相同,但是恢复的图像没有保留原图像足够细节,是模糊的,而且信噪比也较低。

下面将本文算法与文献[1]的正则化参数进行比较,文献[1]采用手动的方法进行选择,其在程序中固定 $\alpha = 0.025$ 。表 3 给出文献[1]的不同噪声和图像的改进信噪比算法与本文算法比较。

从表 3 可以得出,除了噪声方差为 0.5 时,对于 cameraman 图像,文献[1]算法能够得到比本文稍微好的恢复效果,对于其他噪声水平和图像,本文自动选择正则化参数的方法能够取得比固定正则化参数的算法更好的效果。

表 3 文献[1]与本文自适应正则化参数算法改进信噪比对比

Tab.3 Comparison of the proposed method and the algorithm inref [1]

图像	噪声方差	文献[1]	本文算法
		改进信噪比 (dB)	改进信噪比 (dB)
cameraman	0.5	8.62	8.43
	1.0	6.34	6.80
	1.5	2.85	5.92
像素值全 128 的灰 度图像	0.5	-10.4	15.1
	1.0	-15.0	15.9
	1.5	-18.3	16.1

从图 4 可以得出,本文算法所选择的正则化参数并不能满足图像恢复时间最短,但是能保证正则化恢复改进信噪比较优,因此本文的自适应正则化参数算法适用于实时性要求不高,但是对处理效果要求较高的应用中,能够自适应地对具有噪声的模糊图像取得较高的恢复效果。本文算法增加的时间开销为维纳滤波和小波变换的开销,维纳滤波时间复杂度为 $o(n \log n)$,小波变换可以采用快速并行算法,时间复杂度为 $o(n)$,而 SALS 算法每一迭代的时间复杂度为 $o(n \log n)$,通常需要数十迭代,因此本文增加算法时间复杂度可以忽略。

4 总 结

本文对全变分正则化方法中的参数进行研究,提出一种正则化参数确定方法,能够保证降质图像在恢复过程中的改进信噪比较大。通过实验可以得出,通过本文方法提出的正则化参数进行恢复,既能够对噪声抑制,也能够保持图像的

细节。

同时,本文确定的正则化方法并不能保证图像的恢复时间是最短的,进一步可以研究如何权衡时间和改进信噪比,并不一定需要改进信噪比最大,而是在改进信噪比一定的条件下,降低恢复时间。

参考文献 (References)

- [1] Afonso M. Augment iagrangian method for imaging inverse problems[D]. Instituto de Telecommunica, 2011.
- [2] Rudin L, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithm[J]. Physical, 1992, 60(1-4): 259-268.
- [3] Donoho D, Johnstone I. Ideal spatial adaptation via wavelet shrinkage[J]. Biometrika, 1994, 425-455.
- [4] 孙晓丽,宋国乡,冯象初. 基于噪声纹理检测算子的图像去噪方法[J]. 电子学报, 2007, 35(7): 1371-1375.
SUN Xiaoli, SONG Guoxiang, FENG Xiangchu. An image denoising method based on a noise-texture operator[J]. Acta Electronica Sinica, 2007, 35(7): 1371-1375. (in Chinese)
- [5] 李亚峰,冯象初. L1 投影问题的分裂 Bregman 方法[J]. 电子学报, 2010, 38(11): 2471-2475.
LI Yafeng, FENG Xiangchu. The split bregman method for L1 projection problems [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 38(11): 2471-2475. (in Chinese)
- [6] 王怀野,张科,李言俊. 各向异性扩散滤波的正则化参数选取方法[J]. 光子学报, 2005, 34(9): 1411-1414.
WANG Huaiye, ZHANG Ke, LI Yanjun, Selection of regularization parameter for anisotropic diffusion filtering [J]. Acta Photonica Sinica, 2005, 34(9): 1411-1414. (in Chinese)
- [7] Afonso M, Bioucas-Dias J, Figueiredo M. Fast image recovery using variable splitting and constrained optimization[J]. IEEE transaction on image processing, 2010, 19(9): 2345-2356.
- [8] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Transaction on Information Theory, 1995. 40(3): 613-627.