

# 基于运动学模型的灵巧成像卫星观测摆角算法\*

郭浩, 王浩, 邱涤珊

(国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**针对灵巧成像卫星对地面目标观测摆角的计算问题,考虑地球自转和卫星在轨运动等约束,利用空间坐标变换建立了基于椭球体的空间运动学模型。在此模型的基础上,给出了任意时刻卫星对目标观测摆角的计算方法。仿真结果验证了方法的正确性。任意时刻观测摆角的获取为灵巧成像卫星任务调度提供支持。

**关键词:**任务调度;灵巧成像卫星;观测摆角;建模

中图分类号:TP391 文献标志码:A 文章编号:1011-2486(2012)04-0099-04

## An improved algorithm for computing observing angle of agile imaging satellite based on ellipsoid kinematic model

GUO Hao, WANG Hao, QIU Dishan

(College of Information System and Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The problem of computing the observing angle of an agile imaging satellite was discussed. Considering the constrains of the earth rotation and the satellite moving on its orbit, the kinematic model based on ellipsoid was established by means of space reference frame transformation. Based on this model, the algorithm for computing observing angle at any given visible time was proposed. The results show the efficiency of our approach. The acquired observing angle supports the task scheduling of agile imaging satellite.

**Key words:** tasks scheduling; agile imaging satellite; observing angle; modeling

随着卫星技术的不断进步,卫星逐步向小型化、敏捷化方向发展。灵巧卫星成为下一代卫星的主要发展趋势。所谓灵巧卫星即有效载荷固定在卫星上,依靠姿态控制系统控制卫星整体摆动的小卫星<sup>[1]</sup>。

与仅有翻滚轴向自由度的传统卫星相比,灵巧成像卫星具有观测上的优势。当卫星位于目标前方、上方、后方时,均可对目标进行观测,可用观测时间较长。在较长的时间窗口内,可以选取其间任一时段对目标进行观测,提高了观测的灵活性。在较长的时间窗口内,通过选择观测开始时刻,灵巧卫星可以以相应的摆角从不同角度对目标进行观测,如图1所示。

目前,对灵巧成像卫星任务调度问题的研究尚处于起步阶段,能够搜集到的公开资料较为有限。法国航空实验室针对Pleiades卫星的规划问题开展了研究,Lemaitre<sup>[1]</sup>简化了相关约束,建立了灵巧成像卫星规划数学模型,并对贪婪算法、动态规划算法、邻域搜索算法以及约束规划的求解效率进行了比较分析。此后,该实验室的研究人

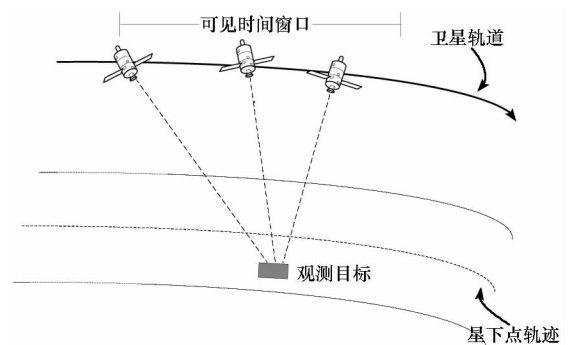


图1 灵巧成像卫星观测示意图

Fig. 1 Observations of an agile imaging satellite

员<sup>[2-6]</sup>对Pleiades卫星规划问题的研究及Djamal<sup>[7]</sup>提出的禁忌搜索算法均建立在该模型的基础上。国内,廉振宇<sup>[8]</sup>对灵巧成像卫星对地观测视场的计算问题进行了研究,利用空间几何关系建立了视场计算模型。王沛<sup>[9]</sup>对多颗灵巧卫星任务规划问题进行了研究,以我国“环境”卫星为研究对象,给出了任务规划模型和启发式求解算法。贺仁杰<sup>[10]</sup>对灵巧卫星任务规划问题进行了论述,指出了规划问题的特点和难点。

\* 收稿日期:2012-01-21

作者简介:郭浩(1983—),男,辽宁朝阳人,博士研究生,E-mail:guohao@nudt.edu.cn;

邱涤珊(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:ds\_qiu@sina.com.cn

相对于非灵巧卫星,灵巧成像卫星任务规划问题更为复杂。解的描述成为首要解决的问题。较长的可见时间窗口使得观测时间的解空间增大;不同观测时间对应不同观测摆角。以往的研究中,对问题的求解空间都进行了一定的限制。这一处理使问题简化易于求解,其缺点在于难以反映复杂的实际约束。

鉴于这一缺陷,针对灵巧成像卫星的观测特点,建立能够有效描述卫星与目标位置关系的模型并计算卫星对目标的观测摆角是十分必要的。针对这一问题,考虑地球自转、卫星在轨运动和地球形状等因素,建立了以卫星为参照的运动学模型,并给出了计算任意时刻卫星对目标观测摆角的方法。

### 1 运动学模型建立及观测摆角计算

模型建立及问题研究是建立在以下假设的基础上的:

- (1)轨道为二体轨道,不考虑各种摄动力产生的影响。
- (2)由于卫星偏航轴向上的摆角只影响目标观测的方向角,对卫星观测摆角没有影响,因此只考虑俯仰和翻滚轴向上的观测摆角。
- (3)忽略卫星质心与星载传感器间的距离。

#### 1.1 相关坐标系定义

首先,对相关坐标系的定义予以说明<sup>[11]</sup>。

地心空间直角坐标系  $R_e$ :坐标原点为地球质心  $O_e$ ,基本面( $XOY$ 面)为赤道面, $Ox_e$ 轴为格林尼治子午线面与基本面向正交的方向, $Oz_e$ 轴为地球的自转轴,且指向北极, $Oy_e$ 轴与  $Ox_e$ 、 $Oz_e$ 满足右手定则,即指向东经  $90^\circ$ 。

地心惯性坐标系  $R_{ei}$ :坐标原点为地球质心  $O_e$ ,基本面为赤道面, $Ox_{ei}$ 轴指向春分点, $Oz_{ei}$ 轴为地球的自转轴,且指向北极, $Oy_{ei}$ 轴与  $Ox_{ei}$ 、 $Oz_{ei}$ 满足右手定则。

地心轨道坐标系  $R_{oe}$ :坐标原点为地球质心  $O_e$ ; $Ox_{oe}$ 轴在卫星轨道平面内,指向卫星; $Oz_{oe}$ 轴与卫星轨道平面的正法线方向一致; $Oy_{oe}$ 轴与  $Ox_{oe}$ 、 $Oz_{oe}$ 满足右手定则。

卫星轨道坐标系  $R_s$ :坐标原点为卫星质心  $O_s$ ; $Ox_s$ 轴在卫星轨道平面内,指向卫星运动方向; $Oz_s$ 轴指向地心; $Oy_s$ 轴与  $Ox_s$ 、 $Oz_s$ 满足右手定则。

#### 1.2 基于圆球体的运动学模型

通过坐标平移和坐标旋转变换,将地心空间

直角坐标系下的地面目标坐标转换到卫星轨道坐标系下<sup>[12-15]</sup>。

设地面某目标  $T$  的地心经纬度为  $(lat, long)$ , 则其在  $R_e$  中的坐标为

$$R_e(T) = \begin{bmatrix} R\cos(lat)\cos(long) \\ R\cos(lat)\sin(long) \\ R\sin(lat) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中  $R$  为地球平均半径。

首先完成由  $R_e$  到  $R_{ei}$  的变换。设时刻  $t$  的格林尼治恒星时  $\Phi(t) = \Phi_0 + \omega_e(t - t_0)$ 。其中,  $\Phi_0$  为初始时刻  $t_0$  的格林尼治恒星时,  $\omega_e$  为地球自转平均角速度。则由  $R_e$  到  $R_{ei}$  的坐标变换为一次绕  $Oz_e$  轴旋转  $-\Phi(t)$  角度的坐标旋转,变换表达式为

$$R_{ei}(T) = T_z[-\Phi(t)]R_e(T) \quad (2)$$

其中:

$$T_z[-\Phi(t)] = \begin{pmatrix} \cos(\Phi(t)) & -\sin(\Phi(t)) & 0 \\ \sin(\Phi(t)) & \cos(\Phi(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

然后完成由  $R_{ei}$  到  $R_{oe}$  的变换。设卫星所在轨道的升交点赤经为  $\Omega$ ,轨道倾角为  $i$ ,  $t$  时刻的轨道幅角  $\Phi_s(t) = \Phi_{s0} + \omega_s(t - t_0)$ ,  $\Phi_{s0}$  为初始时刻  $t_0$  卫星的轨道幅角,  $\omega_s$  为卫星平均轨道角速度。由  $R_{ei}$  到  $R_{oe}$  的坐标变换需经过三次坐标旋转:首先绕  $Oz_{ei}$  轴旋转角度  $\Omega$ ,随后绕  $Ox_{ei}$  轴旋转角度  $i$ ,最后再绕  $Oz_{ei}$  轴旋转角度  $\Phi_s(t)$ ,变换表达式为

$$R_{oe}(T) = T_z[\Phi_s(t)]T_x[i]T_z[\Omega]R_{ei}(T) \quad (4)$$

其中:

$$T_z[\Phi_s(t)] = \begin{pmatrix} \cos(\Phi_s(t)) & \sin(\Phi_s(t)) & 0 \\ -\sin(\Phi_s(t)) & \cos(\Phi_s(t)) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$T_x[i] = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(i) & \sin(i) \\ 0 & -\sin(i) & \cos(i) \end{pmatrix} \quad (6)$$

$$T_z[\Omega] = \begin{pmatrix} \cos(\Omega) & \sin(\Omega) & 0 \\ -\sin(\Omega) & \cos(\Omega) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

设  $R_{ES}$  为卫星质心到地球质心的距离。由  $R_{oe}$  到  $R_s$  的变换需经过两次坐标旋转和一次坐标平移:首先绕  $Oz_{oe}$  轴旋转  $\pi/2$  角度,随后绕  $Ox_{oe}$  轴旋转  $-\pi/2$  角度,最后沿  $Oz_{oe}$  轴平移  $R_{ES}$ ,变换表达式为

$$R_s(T) = T_x[-\frac{\pi}{2}]T_z[\frac{\pi}{2}]R_{oe}(T) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_{ES} \end{bmatrix} \quad (8)$$

由此,在考虑地球自转、卫星在轨运动等因素的影响下,建立了任意已知经纬度目标以卫星为参照的位置随时间变化的运动学模型。

$$R_s(T) = T_x \left[ -\frac{\pi}{2} \right] T_z \left[ \frac{\pi}{2} \right] T_z [\Phi_s(t)] \cdot T_x [i] T_z [\Omega] T_z [-\Phi(t)] \cdot \begin{bmatrix} R \cos(lat) \cos(long) \\ R \cos(lat) \sin(long) \\ R \sin(lat) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ R_{ES} \end{bmatrix} \quad (9)$$

1.3 基于椭球体的改进模型

若式(1)中  $R$  取地球平均半径,会引起较大误差。考虑建立椭球体模型,使  $R$  随目标纬度变化。设地球的赤道半径和极半径分别为  $R_E$  和  $R_P$ ,则由空间几何关系求得地球半径为

$$R' = \frac{R_E \cdot R_P}{\sqrt{(R_P \cos(lat))^2 + (R_E \sin(lat))^2}} \quad (10)$$

1.4 卫星对目标观测摆角计算

由式(9)可知,目标的位置坐标与目标的地心经纬度、卫星轨道参数和时间有关。在卫星轨道参数确定的情况下,可得到任意时刻  $t$  已知地心经纬度的目标在  $R_s$  的位置坐标。由目标在  $R_s$  下的位置坐标可以计算出相应时刻卫星对该目标的观测摆角。给定时刻,令目标  $T$  在  $R_s$  下的位置坐标为  $[x_s, y_s, z_s]$ 。利用空间几何关系,卫星在俯仰和翻滚轴向的摆角  $\theta_p, \theta_R$  分别为

$$\begin{cases} \theta_p = \arctan\left(\frac{y_s}{z_s}\right) \\ \theta_R = \arctan\left(\frac{x_s}{z_s}\right) \end{cases} \quad (11)$$

令灵巧成像卫星在两个轴向上的最大摆角均为  $\theta_{max}$ ,若目标可见,则应满足  $|\theta_p| \leq \theta_{max}, |\theta_R| \leq \theta_{max}$ 。

2 仿真算例

用 Matlab 7.0 实现文中模型。仿真实验中的各项卫星参数参考 Pleiades 卫星<sup>[1,16]</sup>,如表 1 所示。

表 1 卫星主要参数

Tab.1 Parameters of the agile satellite	
参数名称	参数值
轨道倾角	98.13°
轨道高度	694 km
最大摆角幅度	30°
平均轨道角速度	$2\pi/5850 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

令初始时刻  $t_0 = 0\text{s}$  为某升交点时刻。分别取  $\text{Tar}_1$  (N80.00, E145.60)、 $\text{Tar}_2$  (N63.64, E117.36) 和  $\text{Tar}_3$  (N40.95, E106.82) 三个目标,利用本文椭球体模型和圆球体模型计算观测边界(最大摆角值的计算精确到  $10^{-4}$ )所得到的可见时间窗口与用 STK 计算得到的时间窗口结果如表 2 所示。由表 2 可知,以圆球体模型计算的时

表 2 时间窗口结果对比 (单位:s)

Tab.2 Comparison of the visible time windows (unit:s)

计算方法	Tar <sub>1</sub> 时间窗口			Tar <sub>2</sub> 时间窗口			Tar <sub>3</sub> 时间窗口		
	开始时间	结束时间	窗口时长	开始时间	结束时间	窗口时长	开始时间	结束时间	窗口时长
椭球体模型	1538.548	1662.639	124.091	1834.637	1957.626	122.989	2218.348	2339.606	121.258
STK	1538.277	1662.563	124.286	1834.515	1957.521	123.006	2218.324	2339.702	121.378
圆球体模型	1540.581	1660.608	120.027	1836.318	1955.946	119.628	2219.222	2338.804	119.582

表 3 观测摆角及可见性

Tab.3 Observing angle and visibility

时间/s	Tar <sub>1</sub>			可见性	时间/s	Tar <sub>2</sub>			可见性	时间/s	Tar <sub>3</sub>			可见性
	观测摆角/(°)		可见性			观测摆角/(°)		可见性			观测摆角/(°)		可见性	
	俯仰摆角	翻滚摆角			俯仰摆角	翻滚摆角			俯仰摆角	翻滚摆角		俯仰摆角		翻滚摆角
1 530	33.15	11.59	否	1 830	31.76	5.52	否	2 210	33.13	5.34	否			
1 550	25.36	11.64	是	1 850	23.60	5.27	是	2 230	25.15	4.85	是			
1 570	16.13	11.64	是	1 870	14.01	5.00	是	2 250	15.66	4.34	是			
1 590	5.75	11.60	是	1 890	3.37	4.70	是	2 270	5.01	3.80	是			
1 610	-5.10	11.51	是	1 910	-7.55	4.38	是	2 290	-6.07	3.24	是			
1 630	-15.53	11.38	是	1 930	-17.87	4.05	是	2 310	-16.65	2.66	是			
1 650	-24.85	11.20	是	1 950	-26.93	3.70	是	2 330	-26.00	2.09	是			
1 670	-32.73	10.99	否	1 970	-34.51	3.35	否	2 350	-33.84	1.52	否			

间窗口值误差较大,椭球体模型提高了时间窗口的计算精度。

以 20 s 为间隔在各目标可见时间窗口边界及窗口内取时间点,利用椭球体模型计算卫星对各目标在相应时间点的观测摆角及可见性如表 3 所示。时间窗口内任意时刻,灵巧卫星对目标的观测摆角均可通过该方法计算得到。

在可见时间窗口内,卫星在俯仰及翻滚轴向对三个目标观测摆角的变化率分别如图 2、图 3 所示。在俯仰轴向的摆角变化率基本相同,翻滚轴向的摆角变化率随纬度的降低而增大,反映了方法的正确性。

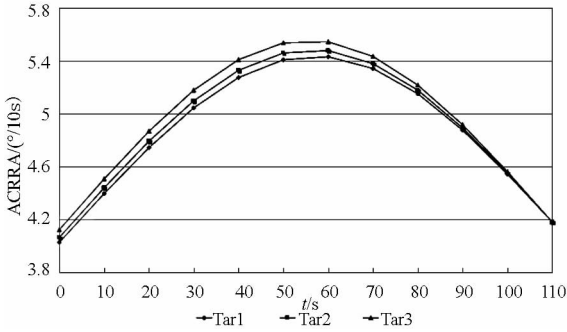


图 2 俯仰轴向观测摆角变化率

Fig. 2 The angle changing rate along pitching axis

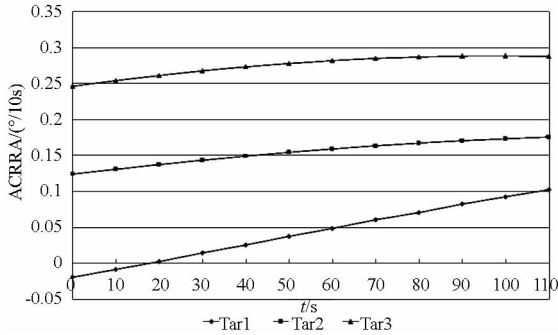


图 3 翻滚轴向观测摆角变化率

Fig. 3 The angle changing rate along rolling axis

### 3 结论

获取任意可见时刻卫星对目标的观测摆角是对灵巧卫星调度问题进行研究的前提。本文建立了参照卫星的目标位置关系运动学模型,给出了任意时刻卫星观测摆角的计算方法,为下一步对任务间灵巧卫星姿态调整时间的估算及灵巧成像卫星调度方法的研究奠定了基础。

### 参考文献 (References)

[1] Lemaitre M, Verfaillie G, Jouhaud F, et al. Selecting and scheduling observations of agile satellites[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2002, 6(5): 367 - 381.

[2] Cordeau F, Laporte G. Maximizing the value of an earth

observation satellite orbit [J]. *Journal of the Operational Research Society*, 2005, 56: 962 - 968.

[3] Benoist T, Rottembourg B. Upper bounds of the maximal revenue of an Earth observation satellite[J]. *Quarterly Journal of Operations Research*, 2004, 2(3): 235 - 249.

[4] Parraud P, Flipo A, Jaubert J, et al. Computing smooth attitude guidance laws for homing maneuvers[C]//*Proc. of the International Symposium on Space Technology and Science, Japan, 2006*.

[5] Pralet C, Verfaillie G. Decision upon observations and data downloads by an autonomous Earth surveillance satellite[C]//*Proceedings of the 9th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics, and Automation for Space, 2008*.

[6] Beaumet G, Verfaillie G, Charneau M C. Decision-making on-board an autonomous agile Earth-observing satellite [C]//*The 8th International Conference on Automated Planning and Scheduling, Sydney, Australia, 2008*.

[7] Djamel H, Michel V, Yannick V. Bounding the optimum for the problem of scheduling the photographs of an agile Earth observing satellite [J]. *Computational Optimization and Applications*, 2008, 47(2): 307 - 333.

[8] 廉振宇,徐一帆,谭跃进,等. 灵巧卫星对地观测视场计算模型研究[EB/OL]. *测绘科学*, <http://www.map.ac.cn/gkml.asp>. LIAN Zhenyu, XU Yifan, TAN Yuejin, et al. Research on computing model for observing field of an agile satellite[EB/OL]. *Science of Surveying and Mapping*, <http://www.map.ac.cn/gkml.asp>. (in Chinese)

[9] Wang P, Gerhard R, Gao P, et al. A model, a heuristic and a decision support system to solve the scheduling problem of an Earth observing satellite constellation [J]. *Computers and Industrial Engineering*, 2011, 61(2): 322 - 335.

[10] 贺仁杰,李菊芳,姚锋,等. 成像卫星任务规划技术[M]. 北京:科学出版社, 2011. HE Renjie, LI Jufang, YAO Feng, et al. *Task planning technology for imaging satellite*[M]. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese)

[11] 曹裕华,冯书兴,管清波,等. 航天器军事应用建模与仿真[M]. 北京:国防工业出版社, 2010:55 - 56. CAO Yuhua, FENG Shuxing, GUAN Qingbo, et al. *Spacecraft military application modeling and simulation* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2010:55 - 56. (in Chinese)

[12] 袁孝康. 空间相机的像移速度矢量计算模型[J]. *上海航天*, 2008, 25(3): 1 - 5. YUAN Xiaokang. *Computation modeling of image motion velocity for spaceborne cameras* [J]. *Aerospace Shanghai*, 2008, 25(3): 1 - 5. (in Chinese)

[13] 王家骥,于平,颜昌翔,等. 航天光学遥感器像移速度矢量计算数学模型[J]. *光学学报*, 2004, 24(12): 1585 - 1589. WANG Jiaqi, YU Ping, YAN Changxiang, et al. *Space optical remote sensor image motion velocity vector computational modeling*[J]. *ACTA Optica Sinica*, 2004, 24(12): 1585 - 1589. (in Chinese)

[14] Beaumet G, Verfaillie G, Charneau M. Estimation of the minimal duration of an attitude change for an autonomous agile Earth - observing satellite[C]//*13th International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming, Berlin: Springer, 2007: 3 - 17*.

[15] 董云峰,陈士明,苏建敏,等. 卫星姿态控制动态模拟技术[M]. 北京:科学出版社, 2010:17 - 23. DONG Yunfeng, CHEN Shiming, SU Jianming, et al. *Simulation technology for satellite attitude dynamic control*[M]. Beijing: Science Press, 2010:17 - 23. (in Chinese)

[16] Sebbag I. Pleiades: a multi-missions concept and a partnership program[EB/OL]. (2011 - 04 - 18) [2011 - 04 - 20]. <http://smc.cnes.fr/PLEIADES/>.