

# Alpha 稳定分布混响建模及信号检测\*

刘 晔, 黄芝平, 刘纯武

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**研究了基于对称 Alpha 稳定分布的浅海环境下混响及噪声的建模问题。分析了浅海环境下混响形成过程及其非高斯特性,采用对称 Alpha 稳定分布理论对其进行建模,并从声呐接收端的混响瞬时值以及包络的概率密度分布与 Alpha 稳定分布的匹配程度验证了模型的有效性。研究了基于对称 Alpha 稳定分布模型的混响噪声背景下的目标信号检测方法。提出了三种检测方法并进行了仿真测试,通过检测性能及模型的精确性分析了三种方法的优缺点,验证了建模精度对检测性能的影响。

**关键词:**信息处理技术;混响建模;对称 Alpha 稳定分布;概率密度;信号检测

**中图分类号:**TN911.23 **文献标志码:**A **文章编号:**1011-2486(2012)04-148-05

## Reverberation modeling and signal detection based on Alpha stable distribution

LIU Ye, HUANG Zhiping, LIU Chunwu

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The research on modeling of reverberation and noise in shallow sea based on symmetry Alpha stable distribution was made. The forming process and non-Gaussian characteristics of shallow sea reverberation were analyzed. The theory of symmetry Alpha stable distribution was used to model the reverberation, and the validity of model was verified by the matchable degree between the probability density distribution of reverberation's instantaneous scales as well as the envelopes and Alpha stable process. The signal detection methods in the reverberation based on symmetry Alpha stable theory were studied. Three methods for detection were proposed and tested by simulation. The advantages and weakness of the methods were analyzed by their performance, model precision and the effect of model precision to performance validated.

**Key words:** information processing; reverberation modeling; symmetry Alpha stable distribution; probability density; signal detection

工作在浅海环境下的主动声呐性能往往因受到复杂海况因素的影响而下降。主动声呐在发射波束探测目标的同时不可避免地将波束照射到海洋环境中的随机散射体上,从而产生反射或反向散射,在声呐接收端接收到此类随机散射叠加形成的回波就是混响。海底混响是主动声呐工作在浅海时的主要干扰<sup>[1]</sup>,对混响进行正确的建模是去除混响影响的关键,而模型的准确性及复杂度又是建模的主要因素。传统意义上可认为混响服从高斯分布的物理模型,但由于浅海海底存在大量不规则分布的岩石、泥沙等,甚至包括小型的起伏山脉,这些大型干扰物由于其尺寸面积大,不能简单地当作小型散射体处理,且其引起的散射效果远比小散射体的散射作用强,具有大强度大方差特点,从而引起混响的方差不收敛。在统计模型上,其概率密度分布呈现为厚拖尾特性,从而偏离高斯分布,而基于高斯模型的信号处理方法在

处理非高斯信号时性能下降很快。在描述这类带有冲击特性的混响信号时,对称 Alpha 稳定分布是一个较为理想的物理模型。不同于高斯分布的指数型拖尾,稳定分布的概率密度分布的拖尾成代数级下降<sup>[2]</sup>,因而能很好地描述幅度大的信号出现频繁的情况。高斯分布的形成前提是满足中心极限定理,而稳定分布的形成前提是满足广义中心极限定理。目前国内外利用对称 Alpha 稳定分布对海洋冲击型白噪声的研究较为广泛,但在混响方面尚属少数,本文将具体从混响的形成机理出发,利用对称 Alpha 稳定分布对混响信号进行建模,并检验该模型假设下的目标信号检测能力。

### 1 问题描述

以声呐探测单目标为前提,设声呐发射时的

\* 收稿日期:2012-01-15

作者简介:刘晔(1983—),男,浙江湖州人,博士研究生,E-mail:lyzhizhu@sina.com;

黄芝平(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:kduangzp@163.com

波形为  $s(t)$ , 对声呐的接收信号做假设检验:

$$\begin{cases} H_1: r(t) = s(t) + n_R(t) + n_C(t) \\ H_0: r(t) = n_R(t) + n_C(t) \end{cases} \quad (1)$$

其中  $s(t) = A_0 s(t - \tau_0)$  为目标回波信号,  $\tau_0$  是目标信号的到达时间,  $A_0$  表示目标信号在反射及信道传输过程中的衰减幅度,  $n_R(t)$  为混响信号,  $n_C(t)$  为环境噪声。进一步分解混响信号  $n_R(t)$ , 得到:

$$n_R(t) = \sum_{i=1}^{N(t)} A_i s(t - \tau_i) e^{j2\pi\varphi_i t} \quad (2)$$

式中  $s(t - \tau_i)$  表示第  $i$  个散射体的散射信号到达接收端的部分,  $\tau_i$  为散射体信号的到达时间,  $A_i$  为散射体散射和信道传输过程中的衰减幅度,  $\varphi_i$  是声呐与散射体相对运动产生的多普勒频移。若不考虑散射体与声呐之间的相对运动, 则  $\varphi_i = 0$ 。由式(2)可知混响的形成过程与散射体之间的关系。图1为散射体散射信号在接收端形成的混响采样序列, 发射波形为正弦单频脉冲信号, 脉宽为4ms, 发射频率4kHz, 采样频率10kHz。

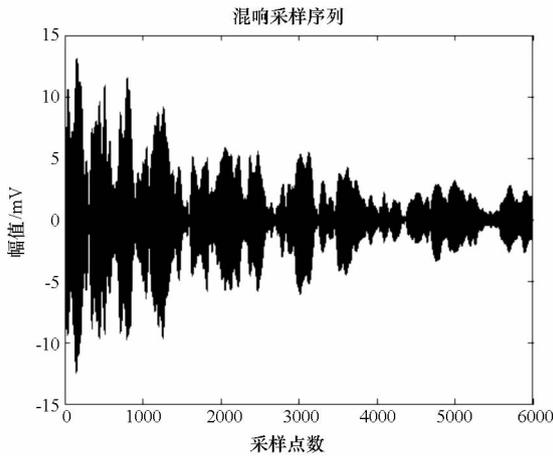


图1 混响采样序列

Fig. 1 Reverberation sample sequence

## 2 Alpha 稳定分布建模

描述非高斯混响的文献众多, 采用的非高斯模型也各具特点, 其中如 K 分布<sup>[3-4]</sup>、Weibull 分布<sup>[5-6]</sup>、log-normal 分布等, 这些模型在描述混响的包络特性时都具有良好的匹配性, 也能较好地反映包络在概率密度分布上的拖尾特性, 且模型的建立均以散射体的分布为假设基础。比如 Abraham 利用了 K 分布模型对混响建模, 其假设有效散射体数量服从指数分布且散射强度正比于散射体的散射面积。在高斯分布下, 声呐分辨单元内散射体数量足够多, 且满足随机分布和相互独立。而稳定分布假设散射体分布同样满足上述条件, 且方差的收敛性不受限制。因此 Alpha 稳

定分布与高斯分布对散射体分布的假设存在理论相通性。由于模型的特点, 这三种分布不具有对称分布形式, 只能描述信号包络分布, 无法直接描述瞬时信号值分布及信号中包含的相位信息。而 Alpha 稳定分布模型在描述信号的瞬时值及包络幅值的分布时具有优势。

Alpha 稳定分布的特征函数(CF)为<sup>[7]</sup>

$$\phi(u) = \exp \{ j a u - \gamma |u|^\alpha [1 + \beta \operatorname{sgn}(u) \omega(u, \alpha)] \} \quad (3)$$

其中,

$$\omega(u, \alpha) = \begin{cases} \tan(\pi\alpha/2), & \alpha \neq 1 \\ (2/\pi) \ln |u|, & \alpha = 1 \end{cases} \quad (4)$$

$$\operatorname{sgn}(u) = \begin{cases} 1, & u > 0 \\ 0, & u = 0 \\ -1, & u < 0 \end{cases} \quad (5)$$

当对称参数  $\beta = 0$ , 位置参数  $a = 0$  时, 分布即为以零值为对称轴的对称 Alpha 稳定分布 ( $S\alpha S$ ), (3) 式的特征函数表达式可简化为

$$\phi(u) = \exp(-\gamma |u|^\alpha) \quad (6)$$

对于稳定分布, 其概率密度函数除了高斯 ( $\alpha = 2$ )、柯西 ( $\alpha = 1$ ) 和莱维 ( $\alpha = 0.5$ ) 几种特殊分布外, 都不具有封闭的表达式。利用求特征函数的反傅里叶变换得到概率密度函数的一般表达式

$$f_{\alpha, \gamma}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-\gamma |u|^\alpha) e^{-jux} du \quad (7)$$

假设发射信号  $s(t)$  为单频脉冲调制信号, 则在接收端的混响成分可表示为同向调制和正交调制的组合形式, 其实部波形<sup>[8]</sup>表示为

$$\begin{aligned} n_R(t) &= n_c \cos(2\pi f_0 t) - n_s \sin(2\pi f_0 t) \\ &= R \{ (n_c + j n_s) \exp(j2\pi f_0 t) \} \end{aligned} \quad (8)$$

$n_c$  和  $n_s$  分别为同向调制和正交调制部分<sup>[9]</sup>, 而  $n_c + j n_s$  为对应的复包络,  $R\{\}$  表示取实部。若以混响的瞬时值波形为例, 单变量  $S\alpha S$  的概率密度分布能很好地反映出混响以 0 均值为中心对称的信号瞬时值分布情况。

图2为混响瞬时值的概率密度分布以及分别由参数估计得到的  $S\alpha S$  分布和正态分布图。相比之下,  $S\alpha S$  模型比高斯模型更好地匹配接收信号瞬时值的概率密度分布情况。

其次联合考虑混响信号的同向调制和正交调制分布的关系, 易知同向调制和正交调制服从联合  $S\alpha S$  分布, 亦具有相等的特征指数与分散系数, 因此联合特征函数和概率密度函数可表示为

$$\phi(u_1, u_2) = \exp(-\gamma |u_1^2 + u_2^2|^{\frac{\alpha}{2}}) \quad (9)$$

$$f_{\alpha, \gamma}(n_c, n_s) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\exp(-\gamma |u_1^2$$

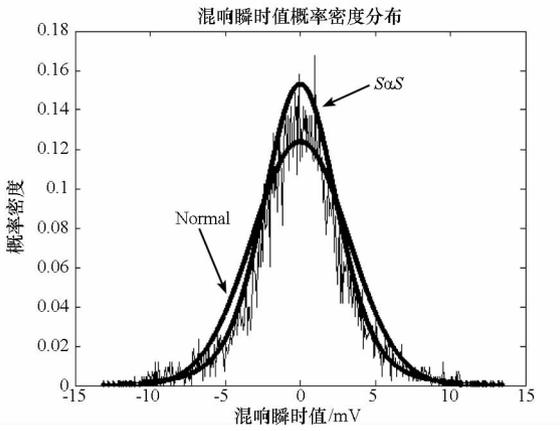


图 2 瞬时值概率密度分布的模型匹配  
 Fig.2 Model match of instantaneous values probability density distribution

$$+ u_2^2 | \frac{\alpha}{2} ) e^{-j(u_1 n_c + u_2 n_s)} ] du_1 du_2 \quad (10)$$

上式转换成极坐标下的表达式变为

$$\begin{aligned} f_{\alpha,\gamma}(\rho, \theta) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty [\rho s \exp(-\gamma s^\alpha) \cdot J_0(s\rho)] ds d\theta \\ &= \frac{1}{2\pi} \rho \int_0^\infty [s \exp(-\gamma s^\alpha) \cdot J_0(s\rho)] ds \\ &= f_{\alpha,\gamma}(\rho) \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $s = \sqrt{u_1^2 + u_2^2}$ ,  $\theta = \arctan(n_s/n_c)$ ,  $\rho = \sqrt{n_c^2 + n_s^2}$ ,  $J_0$  是零阶第一类 Bessel 函数, 从式中可以推断出混响的瞬时相位是  $\theta$  服从  $[0, 2\pi)$  上的均匀分布, 且与混响包络相独立。

下面利用 K、Weibull、SαS 及 Rayleigh 等分布对混响的包络分布进行匹配对比。图 3 为混响包络概率密度分布及各匹配模型的概率密度分布图。

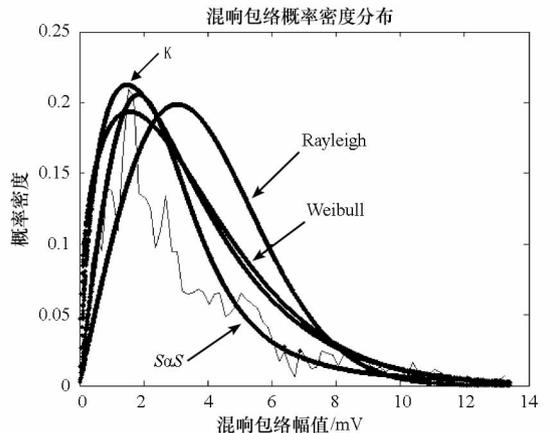


图 3 包络概率密度分布的模型匹配  
 Fig.3 Model match of envelopes probability density distribution

一般情况下, 当信号服从高斯正态分布时, 信

号的包络将服从 Rayleigh 分布。如图 3 所示, 由于混响瞬时信号的分布与高斯分布吻合度较低, 因此其包络与 Rayleigh 分布模型的吻合度也较低, 而根据 SαS 分布模型所求得的信号包络分布与数据分布更加接近。此外, 可以看出, 在描述非高斯特性的信号包络分布时, 无论是在小幅值区间或是在具有重拖尾特性的大幅值区间, K、Weibull 和 SαS 三种非高斯模型都具有比 Rayleigh 模型更好的吻合度, 而 SαS 模型在分布趋势方面更加接近数据, 其曲线对包络的拟合性能在上述非高斯模型中表现最佳, 因此说明了 SαS 分布模型的有效性。

因此用 SαS 模型对混响信号进行建模有其理论依据。而在海况不太恶劣的深海环境下, 海底散射作用明显减小, 声呐分辨单元内的散射体分布能够满足中心极限定理, 混响近似满足高斯模型。此时分布的特征指数接近于 2, SαS 模型同样能很好地匹配高斯模型, 这时包络幅度的概率密度函数可以表达成 Rayleigh 分布的包络概率密度函数

$$f_{2,\gamma}(\rho) = \frac{\rho}{2\gamma} \exp\left(-\frac{\rho^2}{4\gamma}\right) \quad (12)$$

对于 SαS 分布的模型参数估计有多种方法, 如 DuMouchel 提出的近似最大似然估计方法、基于样本分位数的参数估计方法、基于样本特征函数的参数估计方法、Ma Xinyu 提出的负阶矩法和  $\log|S\alpha S|$  法<sup>[10]</sup>, Tshirintzis 提出的快速参数估计法, 孙永梅提出的递推参数估计法等, 这些方法都各具特点, 算法在准确度与运算量上各有折中。其中最大似然估计的效果较好, 但计算量很可观, 而 Tshirintzis 的快速估计方法虽然表现效果一般, 但是在实时信号处理及计算上很有用处。这里参数估计采用的是 Ma Xinyu 的  $\log|S\alpha S|$  法, 这种方法的好处在于虽然  $\log|S\alpha S|$  法也是基于负阶矩理论, 但是却不需要对阶数  $p$  进行估计, 它直接由采样数据估计参数, 并且其参数都具有闭合的表达式。

### 3 随机相位的确知信号检测

建模后的信号检测<sup>[11]</sup>效果是本文所关心的问题, 这里讨论回波信号为达到相位随机但信号波形确知的情况。对到达的目标信号及干扰噪声建立模型, 进一步进行目标信号检测。对于单种确知信号的检测, 可以利用基于二元假设理论的似然比函数进行分析:

$$\Lambda = \ln \left\{ \frac{\prod_{i=1}^N f[r(i) - s(i)e^{j\phi_s}]}{\prod_{i=1}^N f[r(i)]} \right\}$$

$$= \sum_{i=1}^N \ln \left\{ \frac{f[r(i) - s(i)e^{j\phi_s}]}{f[r(i)]} \right\} \quad (13)$$

采样数据长度为  $N$ , 为去除目标随机相位  $\phi_s$  的影响对似然比函数进行积分, 得到检测器

$$l = \frac{1}{2\pi N} \sum_{i=1}^N \int_0^{2\pi} \left\{ \ln \frac{f[r(i) - s(i)e^{j\phi_s}]}{f[r(i)]} \right\} d\phi_s$$

$$= \frac{1}{2\pi N} \sum_{i=1}^N \int_0^{2\pi} \{ \ln f[r(i) - s(i)e^{j\phi_s}] - \ln f[r(i)] \} d\phi_s$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln f[r(i) - s(i)e^{j\phi_s}] d\phi_s - \ln f[r(i)] \right\} \quad (14)$$

方法 A: 如前面讨论的混响建模过程, 同样也对环境噪声建模, 不失一般性, 将环境噪声看成零均值的  $S\alpha S$  分布模型的非高斯白噪声, 特别, 当环境噪声的特征指数  $\alpha = 2$  时, 环境噪声为高斯白噪声, 设  $n_R(t) \sim S\alpha S(\alpha_R, \gamma_R)$ ,  $n_C(t) \sim S\alpha S(\alpha_C, \gamma_C)$ 。进一步假设环境噪声与混响和信号均相互独立, 包络概率密度函数表示为

$$f_{\alpha, \gamma}(n_c, n_s) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [\exp(-\gamma_R |u_1^2 + u_2^2|^{\frac{\alpha_R}{2}} - \gamma_C |u_1^2 + u_2^2|^{\frac{\alpha_C}{2}})] e^{-j(u_1 n_c + u_2 n_s)} du_1 du_2 \quad (15)$$

其中,  $n_c = n_{Rc} + n_{Cc}$ ,  $n_s = n_{Rs} + n_{Cs}$ 。检测则基于以下考虑假设进行

$$\begin{cases} H_1: r(i) = s(t) + n_R(i) + n_C(i), & i = 1, 2, \dots, N \\ H_0: r(i) = n_R(i) + n_C(i), & i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (16)$$

方法 B: 在检测前先对接收信号进行匹配滤波, 能减小环境噪声的相对能量。当存在目标信号时, 接收信号的匹配结果为

$$r'(t) = A_0 \int_{-\infty}^{\infty} s(u) s(u + t - \tau_0) du + \sum_{i=1}^{N(t)} A_i \int_{-\infty}^{\infty} s(u) s(u + t - \tau_i) du + R_C \quad (17)$$

$R_C$  为环境噪声的匹配结果, 这里假设目标与散射体相对于声呐均无相对位置运动或相对运动缓慢, 其多普勒效果不明显。因此经过滤波后分辨单元<sup>[10]</sup>内被抑制的散射体数量较少, 散射体分布情况不变, 并假设混响匹配后仍服从  $S\alpha S$  分布。虽然匹配滤波在非高斯背景噪声环境中不是

最优检测器, 但能够提高信号和混响相对环境噪声的能量比。当混响及信号的匹配成分占据主导时, 为简化模型可忽略环境噪声的匹配部分, 则

$$r'(t) = A_0 R_{ss}(t - \tau_0) + \sum_{i=1}^{N(t)} A_i R_{ss}(t - \tau_i) \quad (18)$$

重新作以下假设:

$$\begin{cases} H_1: r'(i) = R_s(i) e^{j\phi_s} + R_n(i), & i = 1, 2, \dots, N \\ H_0: r'(i) = R_n(i), & i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (19)$$

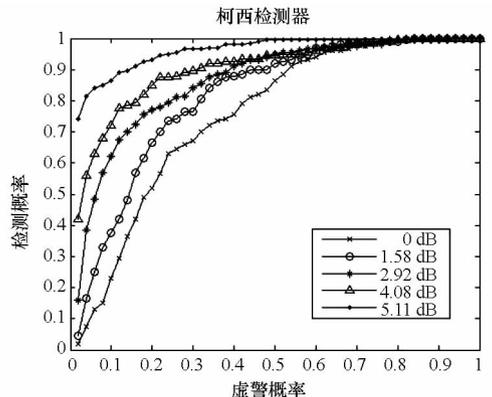
$R_s(i)$  为目标信号的匹配包络形式,  $R_n(i)$  为混响的匹配包络形式, 首先求得混响的匹配包络概率密度函数, 再以似然比检测器检测。

方法 C: 将混响和环境噪声近似看成整体噪声, 按照其包络形状进行  $S\alpha S$  建模, 得到一个稳定分布, 然后按照估计得到的模型参数, 进行似然比检测, 相对分别对混响和环境噪声建模的方法, 要简化很多计算量, 其假设为:

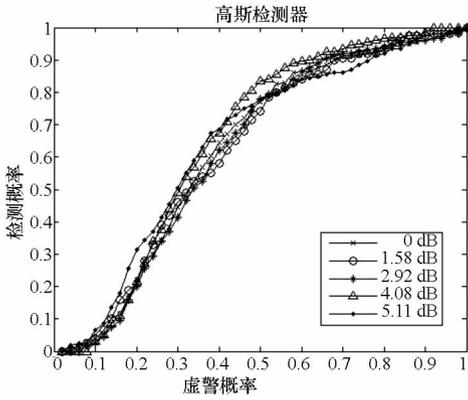
$$\begin{cases} H_1: r(i) = s(i) e^{j\phi_s} + n(i), & i = 1, 2, \dots, N \\ H_0: r(i) = n(i), & i = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (20)$$

考虑基于稳定分布理论的似然估计带来的计算量问题, 采用 Tsihrantzis<sup>[8-9]</sup> 给出的基于柯西分布的检测器, 虽然不是最优的, 但是在计算上简化了很多。分别以三种方法为例, 对混响噪声背景下的确知信号进行仿真测试。发射信号为正弦脉冲调制信号, 脉宽为 4ms, 发射频率 4kHz, 采样频率 10kHz。三种方法均进行了 500 次以上的蒙特卡洛仿真测试。

图 4 为方法 A 下的检测器 ROC 曲线图。由图 3(a) 与图 3(b) 比较可知, 即使在低性噪比下, 相同性噪比条件下的柯西检测器的性能要明显优于高斯检测器。随着性噪比的提高, 低虚警概率下的柯西检测器其检测概率迅速上升, 而基于高斯检测器的性能则改善较小。



(a) 柯西检测器

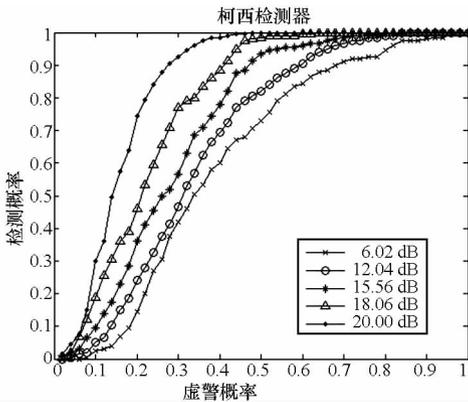


(b) 高斯检测器

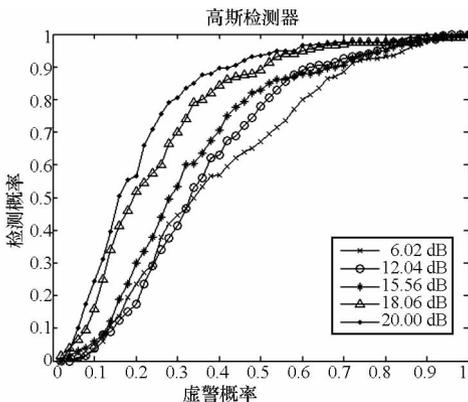
图 4 方法 A 下的检测器 ROC

Fig. 4 ROC of detector by method A

图 5 为与方法 A 相同试验条件下不同混合信噪比的方法 B 检测器 ROC 曲线图。图中两种检测器的性能均不理想,分析原因,在较强级别混响的干扰下,利用匹配滤波虽然能抑制环境白噪声,但同时增强了混响效果,当信噪比增强到 20dB,两检测性能仍然不佳。



(a) 柯西检测器



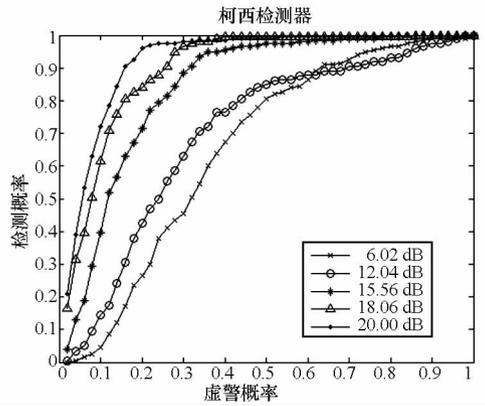
(b) 高斯检测器

图 5 方法 B 下的检测器 ROC

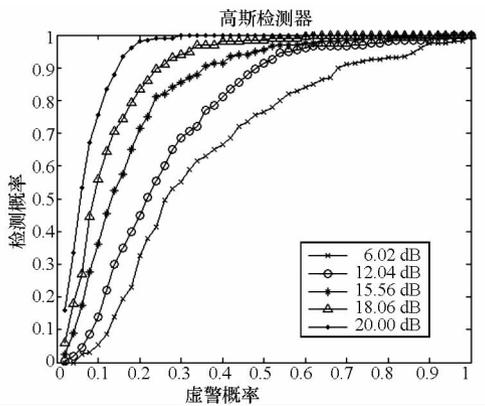
Fig. 5 ROC of detector by method B

图 6 为方法 C 检测器 ROC 曲线图。方法 C 的试验与方法 B 相同。低信噪比下,方法 C 的检测性能接近于 B,但随着信噪比的提高,方法 C 在各虚警概率条件下的检测性能要优于 B,但相对

于图 6(b),图 6(a)的性能表现并不是很突出。



(a) 柯西检测器



(b) 高斯检测器

图 6 方法 C 下的检测器 ROC

Fig. 6 ROC of detector by method C

对比三种方法,方法 A 模型精度高,其柯西检测器性能是三种方法中最理想的,特别是在低信噪比下其检测性能比高斯检测器性能要好很多,然而在建模过程中存在难处,即需先知道混响和环境噪声的先验概率分布,并由此得到二者的模型参数;方法 C 则将接收信号的包络看成同一特征指数下的分布,建模方法简便,但由于模型的简化,检测精度将受到影响,其柯西检测器在低虚警概率下的性能略好于高斯检测器;而方法 B 检测性能一般。

### 4 结 论

通过 Alpha 稳定分布对浅海环境下的非高斯混响进行建模具有普遍意义。本文基于混响的形成原理,根据广义中心极限定理及 Alpha 稳定分布理论对混响进行建模,并验证了 SaS 模型的合理性与准确性,且具有普适性。对 SaS 模型下混响背景中的确知信号检测方法进行了分析研究,提出了三种基于稳定分布模型的信号检测方法,并结合蒙特卡洛仿真得到的 ROC 曲线对三种方

(下转第 163 页)

法,但其并不能保证 SRAM 全电路在全部工作周期上对 SEU 免疫。本文针对 DICE 单元在构建 SRAM 过程中存在的问题,分别提出分离字线结构和双模冗余的方法。模拟表明该方法能够有效地减少单粒子翻转,有望实现高可靠高性能的抗辐照 SRAM。

## 参考文献 (References)

- [1] Lu H, Yee E, Hite L, et al. 1 - M bit SRAM on SIMOX material[C]//Proc IEEE Int SOI Conf, 1993:182.
- [2] Rockett L R. Simulated SEU hardened scaled CMOS SRAM cell design using gated resistors[J]. IEEE Trans. Nucl. Sci., 1992,39(1).
- [3] Whitaker S, Canaris J, Liu K. SEU hardened memory cells for a CCSDS reed solomn encoder[J]. IEEE Trans. Nucl. Sci, 1991,38(6): 1471 - 1477.
- [4] Calin T, Nicolaidis M, Velazco R. Upset hardened memory design for submicron CMOS technology [J]. IEEE Trans. Nucl. Sci,1996, 43(6): 2874 - 2878.
- [5] Whitaker S, Canaris J, Liu K. SEU hardened memory cells for a CCSDS reed solomn encoder[J]. IEEE Trans. Nucl. Sci,

1991,38(6): 1471 - 1477.

- [6] Liu M N, Whitaker S. Low power SEU immune CMOS memory circuits[J]. IEEE Trans. Nucl. Sci, 1992, 39 (6): 1679 - 1684.
- [7] Bessot D, Velazco R. Design of SEU-hardened CMOS memory cells: the HIT cell[C]//2nd European Conference Radiation and Its Effects on Components and Systems,1993: 563 - 570.
- [8] Velazco R, Bessot D. Two CMOS memory cells suitable for the design of SEU-tolerant VLSI circuits[J]. IEEE Trans. Nucl. Sci, 1994,41(6): 2229 - 2234.
- [9] Haddad N, et al. Design considerations for next generation radiation hardened SRAMs for space applications[C]//IEEE Conference on Aerospace, 2005:1 - 6.
- [10] LI H, Li W, Tan J P, et al. Design of a low power radiation hardened 256K SRAM[C]//IEEE Proceeding, 2006.
- [11] 章凌宇,贾宇明,李磊,等. 基于 DICE 结构的抗辐射 SRAM 设计[J]. 微电子学,2011,4(1).  
ZHANG Lingyu, JIA Yuming, LI Lei, et al. Design of radiation hardened SRAM based on DICE [J]. Microelectronics,2011,4(1). (in Chinese)
- [12] Chen T H, Chen J H, Clark L T. Ultra-low power radiation hardened by design memory circuits[J]. IEEE Trans. Nucl. Sci, 2007,54(6): 2004 - 2011.

(上接第 152 页)

法的检测性能进行了分析比较,验证了建模的精确度与检测性能成正比的关系,并结合信号特性及模型计算量方面验证了三种方法的优点与不足。

## 参考文献 (References)

- [1] 郭熙业,苏绍璟,王跃科. 运动声呐海底混响建模及仿真研究[J]. 国防科技大学学报, 2009, 31(5): 92 - 96.  
GUO Xiye, SU Shaojing, WANG Yueke. Research on modeling and simulating seafloor reverberation with the moving sonar [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2009, 31(5): 92 - 96. (in Chinese)
- [2] Shao M, Nikias C L. Signal processing with fractional lower order moments stable processes and their applications[C]// Proceedings of the IEEE, July 1993, 81(7): 986 - 1010.
- [3] Abraham D A, Lyons A P. Novel physical interpretations of K-distributed reverberation [J]. IEEE Journal of Oceanic Engineering, October 2002, 27(4): 800 - 813.
- [4] Joughin I R, Percival D B, Winebrenner D P. Maximum likelihood estimation of K-distribution parameters for SAR data[J]. IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing, Sept. 1993,

31: 989 - 999.

- [5] Farina A, Russo A, Scannapieco F. Radar detection in coherent Weibull clutter[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, June 1987, 35 (6): 893 - 895.
- [6] Anastassopoulos V, Lampropoulos G A. Optimal CFAR detection in Weibull clutter[J]. IEEE Trans. Aero. Elec. Systems, January 1995, 31(1): 52 - 64.
- [7] Kuruoglu E E. Density parameter estimation of skewed alpha-stable distributions[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, October 2001, 49(10): 2192 - 2201.
- [8] Tsihrintzis G A, Nikias C L. Incoherent receivers in alpha-stable impulsive noise[J]. IEEE Trans. on Signal Processing, September 1995, 43(9): 1043 - 1046.
- [9] Tsihrintzis G A, Nikias C L. Evaluation of fractional, lower-order statistics-based detection algorithms on real radar sea-clutter data[J]. IEE Proc. Radar, Sonar Navig., February 1997, 144(1): 29 - 37.
- [10] Ma X, Nikias C L. Parameter estimation and blind channel identification in impulsive signal environments [J]. IEEE trans. on Signal Processing, 1995, 43(12): 2884 - 2897.
- [11] Sun Y, Willett P, Swaszek P F. A non-Gaussian problem that arises in fused detection in clutter [J]. IEEE Signal Processing Letters, February 2004, 11(2): 189 - 192.