

基于预测命中点的机动目标最优制导方法*

万雨君, 刘鲁华, 陈克俊, 吴杰

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对导弹攻击机动目标的情况,提出了一种基于“当前”统计模型的预测命中点方法。首先对目标进行实时机动检测,并预测了拦截时刻目标的位置。基于预测命中点的结果,推导得到导弹攻击机动目标最优制导方法的解析解。该方法无需提前假设目标机动模式,适用性好。在多个假想的攻击场景下对制导方法进行了仿真,仿真结果验证了该方法是有效的。

关键词:导弹;机动目标;预测命中点;机动检测;最优制导方法

中图分类号:TJ765.1 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2012)05-0021-05

Optimal guidance law based on hit point forecast for maneuvering target

WAN Yujun, LIU Luhua, CHEN Kejun, WU Jie

(College of Aerospace and Materials Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A method of hit point forecasting based on “current” statistical model is proposed for maneuvering target attacked by missiles. The method detects the target maneuvering in real time. In addition, it forecasts the hit point. Based on the forecasting, the optimal guidance law for maneuvering target attacking has been studied, while the analytic solution has been obtained. Based on the proposed method, assumption of target maneuvering model is needless. The results of simulations of several hypothetical scenes have proved that the method is effective.

Key words: missile; maneuvering target; hit point forecast; maneuvering detecting; optimal guidance law

随着航空技术的飞速发展,新一代的飞行器飞行速度更快、机动能力更强。针对这一类飞行器制导方法的研究在国际上一直是热点和难点之一,国内外对于机动目标制导均做了大量的理论研究。针对机动目标进行制导攻击的一个重要思路是预测命中点法^[1],基于预测命中点的方法可以有效地将高速运动目标转化为一个低速目标,从而使目标的机动性能得到充分抑制,但目前大部分基于预测命中点的制导方法局限于拦截弹道导弹或目标机动模式已知,这一类目标运动有一定的规律,适合进行命中点的预测^[2-5]。对于机动目标的估计问题,则广泛采用滤波的方法进行处理^[6],在研究中一般需要假设目标的机动模式及随机机动的统计特性。此外,最优制导方法已经广泛地被研究,各种改进形式的最优制导方法被提出^[7-10]。

本文提出的预测命中点方法基于“当前”统计模型,不需对目标的机动模式进行假设,而是完全从观测信息出发,对目标进行实时机动检测,并通过卡尔曼滤波进行预测。然后在预测命中点的

基础上利用最优方法原理推导得到了制导律的解析解。基于“边预测边制导”的基本思想进行仿真,仿真结果表明,方法能够适用于攻击机动目标,制导效果好。

1 实时机动检测的预测命中点方法

1.1 机动目标模型

本文采用基于一阶时间相关的“当前”统计模型^[11-12]描述目标运动。一阶时间相关模型又称为 Singer 模型^[13],这种机动模型在实际中被广泛应用,其符合最佳机动的基本原则,即随机性,又称为断续式随机机动。

建立目标运动状态方程

$$\dot{\mathbf{X}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \\ \dddot{x}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\alpha \end{pmatrix} \mathbf{X}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix} \bar{a}(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} w(t) \quad (1)$$

* 收稿日期:2011-12-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61104200)

作者简介:万雨君(1985—),男,江西临川人,博士研究生,E-mail:nudtyjwan@sina.com;

刘鲁华(通信作者),男,讲师,博士,E-mail:liu_luhua@sohu.com

其中 $X(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ \dot{x}(t) \\ \ddot{x}(t) \end{pmatrix}$ 的物理意义是目标在发射系

下的位置、速度及加速度, α 为机动频率, 是一个经验值, $\bar{a}(t)$ 为“当前”加速度均值, $w(t)$ 是零均值白噪声。

设采样间隔为 T , 对连续的状态方程离散化可得

$$X(k+1) = \Phi(k+1, k)X(k) + D(k+1, k)\bar{a}(k) + W(k) \quad (2)$$

其中

$$\Phi(k+1, k) = \begin{pmatrix} 1 & T & \frac{1}{\alpha^2}(-1 + \alpha T + e^{-\alpha T}) \\ 0 & 1 & \frac{1}{\alpha}(1 - e^{-\alpha T}) \\ 0 & 0 & e^{-\alpha T} \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$D(k+1, k) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\alpha}(-T + \frac{\alpha T^2}{2} + \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha}) \\ T - \frac{1 - e^{-\alpha T}}{\alpha} \\ 1 - e^{-\alpha T} \end{pmatrix} \quad (4)$$

$W(k)$ 的方差为

$$E[W(k)W^T(k)] = 2\alpha\sigma_a^2 \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{13} \\ q_{21} & q_{22} & q_{23} \\ q_{31} & q_{32} & q_{33} \end{pmatrix} = Q_w \quad (5)$$

其中, σ_a^2 为目标加速度的方差。

$$\begin{cases} q_{11} = \frac{1}{2\alpha^5}(1 + 2\alpha T - 2\alpha^2 T^2 + \frac{2\alpha^3 T^3}{3} - 4\alpha T e^{-\alpha T} - e^{-2\alpha T}) \\ q_{12} = q_{21} = \frac{1}{2\alpha^4}(1 - 2\alpha T + \alpha^2 T^2 - 2e^{-\alpha T} + 2\alpha T e^{-\alpha T} + e^{-2\alpha T}) \\ q_{13} = q_{31} = \frac{1}{2\alpha^3}(1 + 2\alpha T e^{-\alpha T} - e^{-2\alpha T}) \\ q_{22} = \frac{1}{2\alpha^3}(-3 + 2\alpha T + 4e^{-\alpha T} - e^{-2\alpha T}) \\ q_{23} = q_{32} = \frac{1}{2\alpha^2}(1 - 2e^{-\alpha T} + e^{-2\alpha T}) \\ q_{33} = \frac{1}{2\alpha}(1 - e^{-2\alpha T}) \end{cases} \quad (6)$$

根据目标模型, 不难通过卡尔曼滤波对目标的状态进行估计。在此不作详细介绍。由于存在观测噪声, 所以估计目标运动状态时对目标是否机动不敏感, 下节提出了一种新的机动检测的思路。

1.2 实时机动检测方法

由于目标的机动模式无法预先知道, 因此预测问题为一个黑箱问题, 从当前时刻至拦截时刻

之间无法利用观测信息。针对这一问题, 解决的基本思想是将预测问题转化为轨迹跟踪问题, 充分利用历史观测数据与当前观测数据, 预先进行目标机动检测, 若目标没有发生机动, 则认为目标保持当前运动状态; 若目标发生了机动, 则认为目标的运动参数发生了改变, 按照当前观测的信息对目标运动参数进行修正。然后不断更新预测命中点, 从而实现将预测问题转化为跟踪问题。实质上本方法跟踪的并非目标实时轨迹, 而是拦截时刻命中点的位置。

一般而言, 机动检测问题的基本思想往往是利用当前时刻对目标的速度观测值与历史观测值进行差分, 如超过一定阈值, 则判定为目标发生机动。但是由于观测值包含噪声, 若阈值设置过小, 则容易导致目标没有机动但检测结果为目标发生机动, 而阈值设置过大, 则容易导致算法对目标机动不敏感。

为了解决这一问题, 将机动检测与预测命中点结合起来。设在 t_k 时刻通过预测命中点得到的目标位置为 $(x_k \ y_k \ z_k)^T$, 在上一时刻 t_{k-1} 的预测命中点位置为 $(x_{k-1} \ y_{k-1} \ z_{k-1})^T$ 。不难得到两个时刻预测命中点之间的距离为

$$d_k = \sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2 + (z_k - z_{k-1})^2} \quad (7)$$

设定阈值 K , 若 $d_k > K$, 则说明目标发生机动, 反之, 若 $d_k \leq K$, 则说明前后时刻预测命中点之间的位移是由观测噪声引起的, 目标没有发生机动。实质上是充分利用了当前时刻到拦截时刻这一段时间, 来对目标的机动进行放大处理。这样可以有效地消除观测噪声对目标机动检测的影响。下一小节的仿真结果也证明了上述观点。

假若没有检测到目标发生机动, 将结果保存, 在最后将拦截时刻至上一机动时刻之间的保存结果进行均值滤波, 得到最终结果。

1.3 预测命中点方法仿真

在发射坐标系下进行预测命中点的算法仿真。假定目标作常见的“U”转弯, 并返航, 分别在 $t_1 = 10s, t_2 = 15s, t_3 = 20s$ 时进行了机动。

首先生成 30s 的目标机动轨迹, 若不考虑观测噪声, 如图 1 所示, 在目标发生机动前, 即 t_1 时刻之前, 预测命中点结果为 A 点; 目标在 t_1 时刻发生机动至再次机动 t_2 时刻之间, 预测命中点结果为 B 点; 目标在 t_2 时刻发生机动至再次机动 t_3 时刻之间, 预测命中点结果为 C 点; 目标在 t_3 时刻发生机动至拦截时刻, 预测命中点结果为

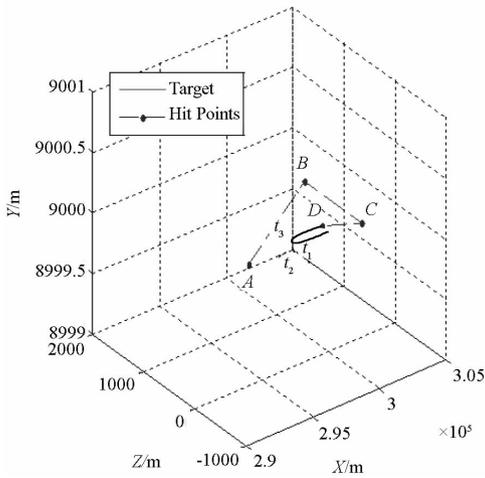


图1 不考虑观测噪声的预测命中点结果

Fig. 1 Results of hit points forecasting without noise

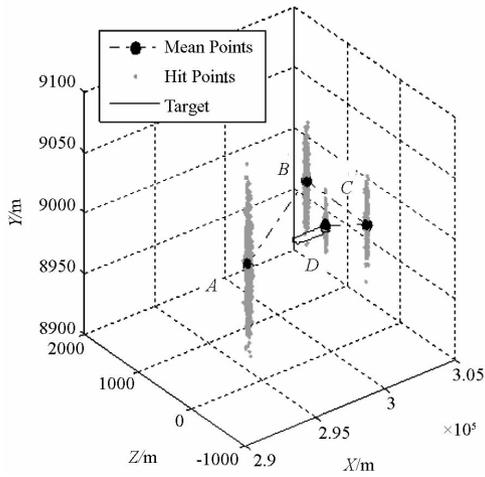


图2 考虑观测噪声的预测命中点结果

Fig. 2 Results of hit points forecasting with noise

D点。

加入观测噪声,预测命中点结果如图2所示,在目标发生机动前,即 t_1 时刻之前,每一时刻预测命中点结果均集中在 A 区域;目标在 t_1 时刻发生机动至再次机动 t_2 时刻之间,每一时刻预测命中点结果均集中在 B 区域;目标在 t_2 时刻发生机动至再次机动 t_3 时刻之间,每一时刻预测命中点结果均集中在 C 区域;目标在 t_3 时刻发生机动至拦截时刻,每一时刻预测命中点结果均集中在 D 区域。不难看出不同区域间预测命中点间的距离远大于同一区域内不同时刻预测命中点之间的距离,这就证明了加入观测噪声后,依然能够对目标进行机动检测,并根据机动检测得到的机动信息对目标运动模型进行更新,得到新的预测命中点结果。

对各个区域的预测命中点结果分别进行均值滤波,滤波的过程可以分为多次,不断剔除外围的计算结果,以减少观测噪声造成的影响,最终得到

对应不同机动时刻的平均预测点。拦截时刻的目标预测命中点结果为 D 区域的平均预测点。与目标实际位置进行求差可以得到拦截时刻的预测结果精度如表1所示,预测精度可达到米级。

表1 目标返航场景预测命中点仿真结果

Tab. 1 Results of hit point forecasting for target return scene

Δx	Δy	Δz	$\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}$
4.2579m	0.1962m	0.2433m	4.3097m

不难看出通过上一小节给出的机动检测方法能够消除观测噪声影响,有效对目标机动进行检测,预测命中点的精度能够满足后续制导的需求。

2 基于预测命中点的最优制导方法

根据预测命中点的结果,可以将针对移动目标的制导问题转化为针对预测命中点的制导问题,在本节将研究基于预测命中点的最优制导方法,并推导解析解。

2.1 弹目相对运动方程

基于预测命中点的最优制导方法实质上是给出能够引导导弹攻击预测命中点的最优导引律。

为便于理论分析,给出如下假设:

- (1) 假设导弹进行机动时没有延迟;
- (2) 由于目标机动估计不能完全表示真实情况,因此预测命中点可能在一定范围内变化,将此视作预测算法误差,在制导模型中不予考虑。

把预测命中点视为一个虚拟目标,对弹目相对运动进行建模。令状态变量为

$$\mathbf{x}_1 = \begin{pmatrix} x_r \\ y_r \\ z_r \end{pmatrix}, \tag{8}$$

$$\mathbf{x}_2 = \dot{\mathbf{x}}_1 = - \begin{pmatrix} v_{Mx} \\ v_{My} \\ v_{Mz} \end{pmatrix}$$

其中, \mathbf{x}_1 与 \mathbf{x}_2 分别为发射系下导弹与预测命中点的相对位置与相对位置变化率,相对位置变化率即导弹自身速度取负。

建立相对运动方程

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{C} \tag{9}$$

其中, $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix}$, $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\mathbf{I} \end{pmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\mathbf{g} \end{pmatrix}$,

$\mathbf{u} = (a_{Mx} \ a_{My} \ a_{Mz})^T$ 为导弹控制律,用发射坐标系下三个方向加速度表示, $\mathbf{g} = (g_x \ g_y \ g_z)^T$ 为导弹引力加速度在发射坐标系下的矢量。式(9)即为发射系下弹目相对运动方程。

2.2 最优制导模型与求解

给出能量最省的最优制导方法,确定性能指标为

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{X}^T(t_f) \mathbf{F} \mathbf{X}(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}(t) dt \quad (10)$$

其中第一项表征终端约束,第二项积分项表征能量最省,由于是针对移动目标的制导问题,对导弹终端速度大小没有要求,只要求脱靶量尽可能小,所以取 $\mathbf{F} = \begin{pmatrix} s_1 I & 0 \\ 0 & s_2 I \end{pmatrix}$, \mathbf{F} 为一非负对称矩阵, $s_1 \rightarrow \infty, s_2 = 0$ 。

这是一个典型的二次型最优制导问题,得到系统的哈密尔顿函数为

$$H = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T(t) \mathbf{u}(t) + \boldsymbol{\lambda}^T(t) (\mathbf{A} \mathbf{X} + \mathbf{B} \mathbf{u} + \mathbf{C}) \quad (11)$$

其中 $\boldsymbol{\lambda}(t) = [\boldsymbol{\lambda}_1 \quad \boldsymbol{\lambda}_2]^T$ 为协态向量,用以连接系统约束方程式与代价泛函。应用庞特里亚金极大值原理可得

$$\frac{\partial H}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{u}^*(t) + \mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t) = 0 \quad (12)$$

即可得 $\mathbf{u}^*(t)$ 为最优制导律

$$\mathbf{u}^*(t) = -\mathbf{B}^T \boldsymbol{\lambda}(t) = \boldsymbol{\lambda}_2 \quad (13)$$

协态向量 $\boldsymbol{\lambda}(t)$ 满足微分方程

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}_1 = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}_1} = 0, \quad (14)$$

$$\dot{\boldsymbol{\lambda}}_2 = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}_2} = -\boldsymbol{\lambda}_1$$

终端条件为

$$\boldsymbol{\lambda}(t_f) = \mathbf{F} \mathbf{X}(t_f) \quad (15)$$

将式(13)代入状态方程(9)可以得到一个两点边值问题的矩阵方程

$$\begin{pmatrix} \dot{\mathbf{X}}(t) \\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & -\mathbf{B} \mathbf{B}^T \\ 0 & -\mathbf{A}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{X}(t) \\ \boldsymbol{\lambda}(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{C} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (16)$$

令 $t_0 = 0$ 可以解微分方程得

$$\begin{cases} \mathbf{x}_1(t_f) = \frac{\mathbf{x}_1(t_0) + t_f \mathbf{x}_2(t_0) - \frac{1}{2} \frac{t_f^2 s_2 \mathbf{x}_2(t_0)}{1 + s_2 t_f} + \frac{1}{2} \frac{(-\mathbf{g}) t_f^2 (2s_2 t_f + 1)}{1 + s_2 t_f}}{1 + \frac{1}{3} s_1 t_f^3 - \frac{1}{4} \frac{s_1 s_2 t_f^4}{1 + s_2 t_f}} \\ \mathbf{x}_2(t_f) = \frac{\mathbf{x}_2(t_0) - \mathbf{g} t_f - s_1 \frac{1}{2} t_f^2 \mathbf{x}_1(t_f)}{1 + s_2 t_f} \end{cases} \quad (17)$$

其中 $\mathbf{x}_1(t_0)$ 为 t_0 时刻相对位置, $\mathbf{x}_2(t_0)$ 为 t_0 时刻相对速度,由预测命中点算法及导弹自身导航设备得到。 t_f 为拦截时间。

根据式(13)可得最优制导规律

$$\mathbf{u}^*(t) = s_1 \cdot \frac{\mathbf{x}_1(t_0) + t_f \mathbf{x}_2(t_0) + \frac{1}{2} (-\mathbf{g}) t_f^2}{1 + \frac{1}{3} s_1 t_f^3} (t_f - t) \quad (18)$$

3 仿真结果与分析

本节将预测命中点方法和最优制导方法进行了集成,基于“边预测边制导”的思想对制导方法进行仿真。

对基于预测命中点的最优制导方法进行编程仿真。假定三种典型目标机动场景:

- (a) 目标返航场景,目标发现来袭导弹,同水平面内转弯 180°,即作“U 型”转弯,并加速返航;
- (b) 目标俯冲场景,目标在同铅垂面内进行俯冲,在垂直平面内保持固定方向快速下降飞行,高度急剧改变;
- (c) 目标随机机动场景,机动频率 0.2Hz,即每 5s 进行一次机动,在三维空间内进行随机机动。

经过计算,得到三维弹目交会轨迹仿真结果如图 3 ~ 图 5 及表 2 所示。

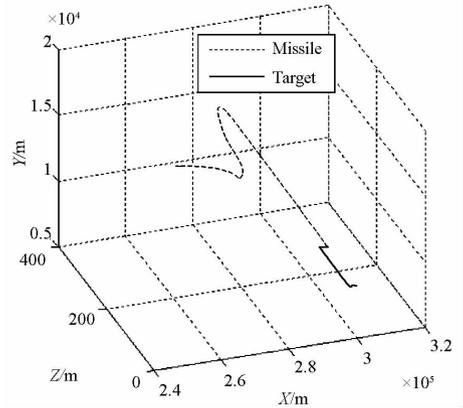


图 3 导弹攻击返航场景仿真结果
Fig. 3 Results of target return scene

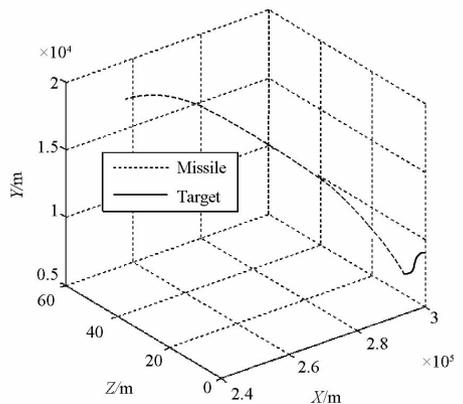


图 4 导弹攻击俯冲场景仿真结果
Fig. 4 Results of target dive scene

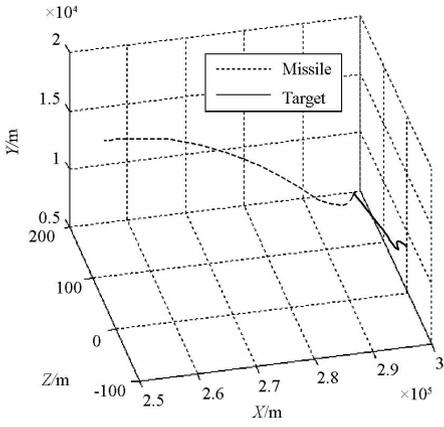


图5 导弹攻击随机机动场景仿真结果

Fig.5 Results of target random maneuvering scene

表2 各场景仿真结果

Tab.2 Results under simulation of different scenes

场景	ΔX	ΔY	ΔZ	脱靶量
返航	-5.1731m	-6.4518m	-2.3021m	8.5841m
俯冲	8.4717m	-4.0823m	-0.0310m	9.4040m
随机	9.0095m	-0.1109m	-2.4821m	9.3459m

针对三种典型目标机动场景,对基于预测命中点的最优制导方法进行了仿真,得到仿真结果。从图3~图5中可以看出,由于预测命中点结果在不同时间发生变化,导弹的飞行趋势也发生变化,且该变化符合目标发生机动的时机,证明该方法无需事先预测目标机动模式,增强了实用性。根据表2可以看出最后的脱靶量能够满足一般导弹的爆破杀伤半径,由此证明本文方法是有效的。

4 结论

本文研究了机动目标的运动模型和预测算法以及最优制导方法,从理论与仿真两方面证明了基于预测命中点的最优制导是可行的。并且验证了基于“边预测边制导”思想的制导方法的效果。由于预测问题中目标的运动是随机不可预知的,因此本文提出的制导方法具有实用价值。同时由于制导方法由预测部分与制导部分构成,其精度也是由预测算法的精度和最优制导方法的精度决定的。用本文提出的最优制导方法的解析解,可以不考虑剩余时间的估计精度,实质上是在固定时间内将导弹导引至预测命中点,因此只要选取合理的剩余时间即可。

参考文献 (References)

[1] 程国采. 战术导弹导引方法[M]. 北京:国防工业出版社, 1996:280-281.
CHEN Guocai, Guidance theory of tactical missile[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1996: 280 - 281. (in Chinese)

[2] 张华伟. 基于预测命中点的反弹道导弹拦截方法研究[J]. 弹箭与制导学报,2007,27(2):196-199.
ZHANG Huawei. Research way of intercepting ballistic missile based on the forecasting hitting position [J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2007, 27(2): 196 - 199. (in Chinese)

[3] 陈海霞. 基于测角信息的机动目标轨迹预测研究[J]. 光电技术应用,2009,24(4):6-9.
CHEN Haixia. Estimation of mobile target track based on angular information [J]. Electro-Optic Technology Application, 2009, 24(4): 6 - 9. (in Chinese)

[4] 汪朝群. 大气层内拦截战术弹道导弹制导控制技术研究[J]. 航天控制,2002(4):46-50.
WANG Chaogun. Study of guidance and control technique for ATBM in - atmosphere [J]. Aerospace Control,2002(4):46 - 50. (in Chinese)

[5] Atir R, Hexner G, Weiss H, et al. Target maneuver adaptive guidance law for a bounded acceleration missile [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, August, 2009.

[6] Speyer J L, Kevin D, Tahk M. Passive homing missile guidance law based on new target maneuver models[J]. AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1990, 13(5): 803-812.

[7] Vinh N X, Kabamba P T, Takehira T. Optimal interception of a maneuvering long rang missile [J]. Acta. Astronautica, 2001,48:1-19.

[8] Imado F, Kuroda T, Tahk M J. A new missile guidance algorithm against a maneuvering target[C]//AIAA Conference on Guidance, Navigation, and Control, August 1998.

[9] 李振营,沈毅. 攻击机动目标的最优导引规律研究[J]. 哈尔滨工业大学学报,1999,31(6):56-58
LI Zhengying, SHEN Yi. An optimal guidance law for interception of maneuvering targets [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 1999,31(6):56-58. (in Chinese)

[10] 李秋月,李忠应. 空空导弹全向攻击随机最优制导律[J]. 北京航空航天大学学报,1991(3):91-98.
LI Qiuyue, LI Zhongying. A random optimal guidance law of air-to-air missile in all directions [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1991(3): 91 - 98. (in Chinese)

[11] 周宏仁,敬忠良,王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京:国防工业出版社,1991:134-176.
ZHOU Hongren, JING Zhongliang, WANG Peide, Maneuvering target tracking[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 1991:134 - 176. (in Chinese)

[12] Zhou H R, Kumar K S P. A current statistical model and adaptive algorithm for estimating maneuvering targets [J]. AIAA Journal of Guidance, 1984,7(5):596-602.

[13] Singer R A. Estimating optimal tracking filter performance for manned maneuvering target [J]. IEEE trans. on Aerospace and Electronic Systems, 1970, AES-6(4):473-483.