

# 基于 FFT 和电文估计的 GNSS 弱信号载波跟踪方法\*

王建辉, 张鑫, 倪少杰, 张勇虎, 欧钢  
(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**在弱 GNSS 信号环境中, 基于传统环路的 GNSS 载波跟踪方法受导航电文、接收机动态和晶振稳定性的制约, 难以使用较长相干积分时间提高环路输入信噪比。本文提出了一种基于 FFT 的电文估计方法, 该方法只需计算一种电文组合下的相干积分值序列的 FFT, 其他电文组合下的 FFT 只需少量加法运算即可完成, 降低了电文符号估计的计算量。通过对导航电文符号和边沿的估计, 可以使用较长时间的相干积分值序列的 FFT 变换鉴别载波跟踪误差, 这可以克服长积分时间中接收机动态和多普勒频率估计误差造成的损耗, 从而提高鉴频器的输出信噪比。仿真结果表明, 本文提出的跟踪方法能够在低动态弱信号条件下跟踪载波频率。

**关键词:**GNSS 弱信号跟踪; 电文估计; FFT 鉴频器

中图分类号: TN914.42 文献标志码: A 文章编号: 1001-2486(2012)05-0078-05

## Carrier tracking of weak GNSS signals based on FFT and navigation data estimation

WANG Jianhui, ZHANG Xin, NI Shaojie, ZHANG Yonghu, OU Gang

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In weak GNSS signal environments, due to navigation data bit, the dynamic of receiver and the quality of receiver's oscillator, the traditional carrier loop cannot use long coherent integration time to enhance input SNR of the loop. A navigation data bits estimation method based on FFT is proposed, which just needs to calculate the FFT of one combination of data bits' signs. The FFT of the received signal under any other data bits combination can be obtained through a few additions. The proposed method reduces the calculation complexity of navigation data bits' signs estimation. Based on the estimation of the signs and bit edges of navigation data bits, the proposed method can adopt short coherent integration time samples over long time and FFT to discriminate doppler frequency error, which can overcome the SNR degradation introduced by receiver's dynamic and doppler frequency estimation error over long coherent integration time and enhance the output SNR of the loop. Simulation results show that the proposed carrier tracking method can track carrier frequency in weak signal and low dynamic environments.

**Key words:** GNSS weak signal tracking; navigation data bits estimation; FFT frequency discriminator

在城市峡谷、植被覆盖区域和室内等环境中, GNSS 信号比在开阔地域弱十几甚至几十分贝。载波跟踪是 GNSS 接收机中的薄弱环节<sup>[1]</sup>, 弱信号条件下的载波跟踪一般通过延长积分时间提高环路的输入信噪比<sup>[2]</sup>, 或通过动态调整环路带宽的方法降低载波跟踪门限<sup>[3-5]</sup>。矢量跟踪方法(VDLL 和 VDFLL)<sup>[6-7]</sup>联合跟踪多颗卫星的信号, 这使得接收机能够在弱信号和动态环境中跟踪 GNSS 信号。本文在文献[8-9]基础上, 改进了 FFT 鉴频器, 提出了一种基于导航电文估计和 FFT 鉴频器的载波跟踪方法, 采用短相干积分值序列的 FFT 鉴频, 克服了多普勒频率及其变化率在长积分时间中引入的损耗。与传统 FLL 载波

跟踪环相比, 本文采用的 FFT 鉴频器为非线性鉴频器, 能够使用较长的数据鉴频, 以提高鉴频器的输出信噪比。结合导航电文符号排序和 FFT 运算的特点, 本文提出了一种运算量低的导航电文符号估计方法, 该方法适用于无外部电文辅助的弱信号接收机。

本文以 GPS 信号为例推导和验证了基于 FFT 和电文估计的 GNSS 弱信号载波跟踪方法。GPS 卫星均在相同的频点发射信号, 不同卫星之间通过码分多址复用。本文只考虑单个卫星 L1 信号的接收, 不考虑不同卫星信号之间的多址干扰。接收到的 L1 频点 GPS 信号包含 C/A 码信号和 P 码信号, 表达式如下。

\* 收稿日期: 2011-10-19

基金项目: 国家部委资助项目

作者简介: 王建辉(1979—), 男, 河北定州人, 博士研究生, E-mail: wjh0369@163.com;

欧钢(通信作者), 男, 教授, 博士生导师, E-mail: ougangos@gmail.com

$$r(t) = \sqrt{2P_{C/A}} C_{C/A}(t) d(t) \cos(2\pi f_{L1} t + \varphi) + \sqrt{2P_p} C_p(t) d(t) \sin(2\pi f_{L1} t + \varphi) + n(t) \quad (1)$$

其中,  $P_{C/A}$ 、 $P_p$  分别为接收到的  $C/A$  码和  $P$  码信号功率,  $C_{C/A}(t)$  和  $C_p(t)$  分别为民用和军用信号伪码,  $d(t)$  为导航电文,  $f_{L1}$  为载频,  $\varphi$  为初相,  $n(t)$  为高斯白噪声。

$C/A$  码信号的每个周期时长为 1ms, 包含 1023 个码片, 码片速率为 1.023Mcps。导航电文  $d(t)$  的码元速率为 50bps, 每个电文比特持续时间为 20ms, 包含 20 个  $C/A$  码周期。 $P$  码为长码, 每 7 天重复一次, 码元速率为 10.23Mcps。同一颗卫星发射的信号中,  $C/A$  码信号功率比  $P$  码信号强 3dB。

### 1 基于导航电文估计和 FFT 鉴频器的弱信号载波跟踪

弱信号条件下, 由于接收信号的载噪比较低, 需要采用较长的相干积分时间提高信噪比。但相干积分时间的延长会增大环路设计的难度, 导致环路容易发散。此外, 导航电文的存在也限制了相干积分时间的长度。

为了获得尽可能高的信噪比增益, 在更低的载噪比下实现对载波的跟踪, 本文提出了一种基于导航电文估计和 FFT 鉴频器的载波跟踪方法, 为了在环路中使用更长时间的相干积分数据鉴频, 需要估计导航电文的比特边沿和符号。为了在弱信号环境中估计载波多普勒频率, 环路需要进行三维搜索(假设码环已经收敛), 即电文比特边沿、符号和载波多普勒频率。本文提出的跟踪方法结构图如图 1 所示, 假设接收机已经实现了伪码跟踪。接收信号经过伪码和载波剥离后进入积分时间长度为 1ms 的相干积分器, 跨越  $N$  个导航电文比特的 1ms 积分值送入导航电文比特边沿估计模块, 该模块估计出的导航电文比特边沿可用于辅助估计积分值中的导航电文比特和多普勒频率。为了降低 FFT 鉴频的计算复杂度, 可先将所有积分值分成若干组, 将同一分组内的积分值相干累加求平均后的结果作为该分组的输出。

### 2 导航电文比特边沿和符号估计

若接收机采用长时间相干积分, 多普勒频率估计误差损耗会降低相干积分器的输出信噪比。相干累加的时间长度为  $20N$  ms 时, 当环路估计的多普勒频率与真实多普勒频率相差  $50/N$  Hz 时, 相干积分值衰减到 0 附近, 传统鉴相器/鉴频器的输出信噪比几乎为 0。此外, 较长的积分时间也

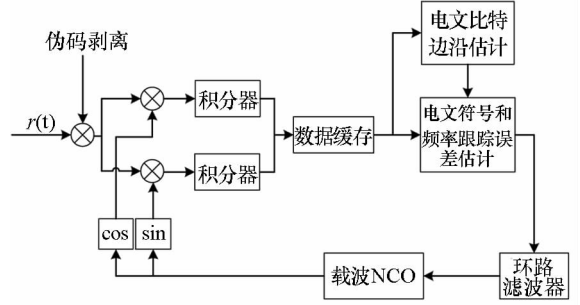


图 1 基于 FFT 和电文估计的弱信号载波跟踪环路结构图  
Fig. 1 Structure of weak signal carrier tracking loop based on FFT and data bits estimation

增加了传统环路设计的难度。使用 FFT 对导航电文比特边沿和符号进行估计, 可以在积分器输出的积分值序列频率不为 0 时正确估计导航电文比特边沿和符号。

在导航电文比特边沿已知的情况下, 设待估计的电文比特数为  $N$ , 电文符号相反的两组电文组合具有相同的 FFT 模值, 因此, 待估计的电文组合可减少为  $2^{N-1}$  种, 如图 2 所示。图 2 中每一路 FFT 运算的步骤如下:

- (a) 将积分值分为长度相等的若干组, 每组包含  $g$  个 1ms 积分值;
- (b) 将同一分组内的积分值累加后求平均, 每个分组输出一个值, 形成的新序列包含  $20N/g$  个值, 采样率变为原来的  $1/g$ ;
- (c) 对降采样后的序列求 FFT, 频域序列的模值最大处对应该电文组合下对多普勒频率估计误差的估计值。

记相关器输出的长度为  $20N$  的 1ms 积分值复序列为

$$x(n) = I(n) + jQ(n) \quad (2)$$

其中,  $I(n)$ 、 $Q(n)$  分别为  $I$ 、 $Q$  两个支路相关器输出的 1ms 积分值序列。

降采样后每个电文比特长度内包含  $20/g$  个值, 第  $m$  种电文组合下的序列经 FFT 变换后的表达式如下

$$Z_m(k) = \sum_{b=0}^{N-1} C_m(b) \sum_{i=0}^{20/g-1} e^{-j\frac{2\pi(20b/g+i)k}{20N/g}} \cdot \left( \sum_{n=0}^{g-1} x((20b/g+i)g+n) \right) \quad (3)$$

其中,  $C_m(b)$  为第  $m$  种电文组合中第  $b$  个比特的符号, 取值为 +1 或 -1。

记(3)式模值最大值为

$$Y_m = \max_{0 \leq k \leq 20N/g-1} |Z_m(k)| \quad (4)$$

令(4)式最大的组合即为  $N$  个导航电文符号的估计值, 该组合下输出的 FFT 鉴频结果即为环

路对载波多普勒频率跟踪误差的估计。

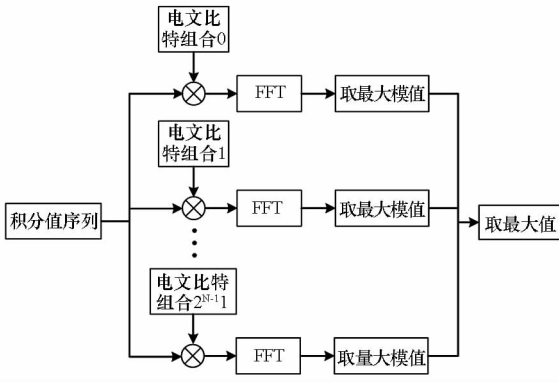


图 2 导航电文符号估计框图

Fig. 2 Navigation data bit estimating frame

将不同电文组合按一定次序排序后,可降低每种电文组合下 FFT 运算的计算量。本文以  $N = 4$  为例进行说明。 $N = 4$  时,共有 8 种需搜索的电文组合,如表 1 所示,任意两组相邻的组合只有一位不同(“1”对应的信道符号为“-1”,“0”对应的信道符号为“1”)。可以证明,任意位待搜索的导航电文组合均存在相邻两种组合仅相差一位的排列方式。

表 1  $N = 4$  时待搜索的电文比特组合

Tab. 1 Combinations of data bits with  $N$  equal to 4

序号	电文比特组合
1	0000
2	0001
3	0011
4	0010
5	0110
6	0111
7	0101
8	0100

降采样后第 1 种电文组合下相干积分值序列的 FFT 变换为

$$Z_1(k) = \sum_{b=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{20/g-1} \left( e^{-j \frac{2\pi(20b/g+i)k}{20N/g}} \cdot \left( \sum_{n=0}^{g-1} x((20b/g+i)g+n) \right) \right) \quad (5)$$

第 2 种电文组合下相关积分值序列的 FFT 变换为

$$Z_2(k) = Z_1(k) + (C_2(3) - C_1(3)) \cdot \sum_{i=0}^{20/g-1} \left( e^{-j \frac{2\pi(20b/g+i)k}{20N/g}} \Big|_{b=3} \cdot \left( \sum_{n=0}^{g-1} x((20b/g+i)g+n) \right)_{b=3} \right) = Z_1(k) - 2 \sum_{i=0}^{20/g-1} \left( e^{-j \frac{2\pi(60/g+i)k}{20N/g}} \cdot \left( \sum_{n=0}^{g-1} x((60/g+i)g+n) \right) \right) \quad (6)$$

第 3 种电文组合下相关积分值序列的 FFT 变换为

$$Z_3(k) = Z_2(k) + (C_3(2) - C_2(2)) \cdot \sum_{i=0}^{20/g-1} \left( e^{-j \frac{2\pi(20b/g+i)k}{20N/g}} \Big|_{b=2} \cdot \left( \sum_{n=0}^{g-1} x((20b/g+i)g+n) \right)_{b=2} \right) = Z_2(k) - 2 \sum_{i=0}^{20/g-1} \left( e^{-j \frac{2\pi(40/g+i)k}{20N/g}} \cdot \left( \sum_{n=0}^{g-1} x((40/g+i)g+n) \right) \right) \quad (7)$$

依此类推,可完成所有电文组合下的 FFT 运算。上述方法只需要计算降采样后第 1 种组合下的相关积分值序列的 FFT 变换,(6)、(7) 中第二项复乘法运算可直接调用(5) 式结果。此外, $C_m(x) - C_{m-1}(x)$  的值只可能为 2 或 -2,(6)、(7) 式均只有加法和取符号运算。因此,除第 1 种组合外,计算第 2 种到第  $2^{N-1}$  种电文组合下的 FFT 变换时,只需进行  $40N/g$  次加法和 1 次取符号运算。若分别直接计算每种组合下的 FFT 变换(采用了两倍补零插值),对于每种电文组合,除需要大量加法运算外,还需要的复乘法运算次数为

$$L_{mul} = \frac{20N}{g} \log_2 \frac{40N}{g} \quad (8)$$

由以上分析可知,本文所提方法可以大幅度降低图 2 中除第一种组合外每种组合下 FFT 变换的计算量。

在导航电文比特边沿未知的情况下,对于 1ms 相干积分值序列,每一种可能的电文符号组合共有 20 种可能的比特边沿,对所有可能的比特边沿进行图 2 所示的导航电文符号估计(为了提高估计精度, $g$  的取值为 1),每种可能的比特边沿均会得到一个 FFT 模值,20 个模值中的最大值对应的比特边沿即为导航电文比特边沿的估计值。比特边沿估计框图如图 3 所示, $e$  为比特边沿位置。在一段时间内,比特边沿的位置变化不大,为了降低计算量,可每隔一段时间进行一次比特边沿估计,时间间隔的选取与接收机动态有关。

### 3 FFT 模值的检测门限

为了降低 FFT 运算的栅栏效应,可采用时域补零插值的方法。采用两倍补零时,最差情况下,FFT 模值最大值处的信噪比与不补零时相比可提高约 3dB。以下分析中的 FFT 变换均为时域两倍补零后的变换。

为了降低 FFT 鉴频器的虚警概率,可以设置一个检测门限  $\delta$ ,当 FFT 模值最大值大于  $\delta$  时认为

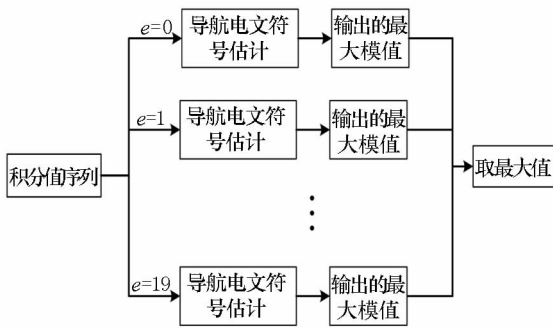


图3 导航电文比特边沿估计框图

Fig.3 Navigation data bit edge estimating frame

成功检测到频率误差,否则认为检测失败。检测门限越高,虚警概率越低,但检测概率也越低。直接计算虚警概率较复杂,本文采用仿真方法确定检测门限。表2为检测概率、虚警概率与检测门限在不同输入信噪比(FFT鉴频之前复采样序列的信噪比)下的仿真结果。其中, $N_1$ 为FFT点数(本文仿真中 $N_1$ 为128,时域采样间隔5ms), $\sigma^2$ 为复噪声序列模值的方差,仿真的频点范围为 $-3\text{Hz} \sim 3\text{Hz}$ (步进0.5Hz),每个频点在每个信噪比下仿真次数为10000次,检测概率与虚警概率的值为同一门限和信噪比下在各个频点的平均值。在FFT序列模值最大值超过检测门限的前提下,频率估计误差小于1Hz时,认为检测成功,频率误差大于1Hz时,认为出现虚警。由表2可知,相同检测门限下,信噪比越高,检测概率越高,虚警概率越低。

### 4 仿真

与传统的载波跟踪环相比,本文提出的频率估计方法能够使用跨越多个电文比特的数据鉴频。为了进行对比分析,本文分别仿真了不同动态和采用不同长度数据鉴频时环路的跟踪性能。

仿真条件设置:载波中频频率为2.3MHz,采样频率为5MHz,多普勒频率初始值为13Hz,仿真数据总长度为100s,FFT鉴频器的检测门限为 $\sqrt{20N_1\sigma^2}$ ( $\sigma^2 = 1/(10^{\text{CNR}/10} \times 2g)$ ),每10个1ms相干积分值求均值后作为一个采样点( $g = 10\text{ms}$ )。图4为载噪比15dBHz、多普勒频率变化率为0、采用160ms数据鉴频时环路的跟踪性能,环路稳定后,

多普勒频率估计标准差为0.21Hz;图5为载噪比15dBHz、多普勒频率变化率为3Hz/s、采用160ms数据鉴频时环路的跟踪性能,环路稳定后,多普勒频率估计标准差为0.9Hz。由图4、图5可知,本文方法能够在存在多普勒频率变化率条件下保持载波跟踪,但跟踪精度会降低。图6为载噪比15dBHz、无多普勒频率变化率、采用80ms数据鉴频时环路的跟踪性能,环路稳定后,多普勒频率估计标准差为0.67Hz。由图4和图6可知,无高阶动态条件下,采用较长数据鉴频时,多普勒频率估计精度更高。

采用线性鉴频器的载波跟踪环使用较长数据鉴频或鉴相时容易导致环路发散。图7为基于扩展卡尔曼滤波器(EKF)的载波跟踪环,采用160ms长的数据鉴频时的多普勒频率估计误差(载噪比为15dBHz,多普勒频率变化率为零,假设导航电文符号和比特边沿已知)。EKF载波跟踪环的鉴频器采用正弦函数泰勒展开后的线性项,可近似看成线性鉴频器。

仿真结果表明,本文提出的采用FFT鉴频器的跟踪环,通过对较长时间的相干积分值序列做FFT变换,提高了鉴频器输出的信噪比,这有利于在弱信号环境下跟踪载波频率。

### 5 结束语

与传统跟踪方法相比,采用FFT鉴频器的载波跟踪环使用较短的相干积分时间,这可以克服长积分时间中接收机动态和多普勒频率估计误差造成的损耗。本文提出了一种基于导航电文估计和FFT鉴频器的载波频率跟踪方法,通过对导航电文符号和边沿的估计,可以利用跨越多个导航电文的相干积分值序列进行FFT鉴频,从而提高鉴频器的输出信噪比。本文提出的导航电文符号估计方法只需计算第一种电文组合下的FFT,其他电文组合下的FFT可在第一种组合和对导航电文符号组合排序的基础上,通过少量加法运算实现,这降低了电文符号估计的计算量。由于FFT鉴频器的频率分辨率有限,因此,即使在高载噪比条件下,本文方法仍可能存在跟踪偏差,跟踪偏差可通过提高FFT频率分辨率减小。

表2 不同检测门限和信噪比下的检测概率与虚警概率

Tab.2 PD and PF under different thresholds and SNRs

门限 \ SNR(dB)		-6	-7	-8	-9	-10	-11
$\sqrt{10N_1\sigma^2}$	检测概率	0.9997	0.9959	0.9696	0.8901	0.7337	0.5415
	虚警概率	$1.1e-5$	$4.44e-5$	$6.67e-4$	0.0023	0.0045	0.0063
$\sqrt{5N_1\sigma^2}$	检测概率	0.999985	0.9997	0.9969	0.9841	0.9431	0.8630
	虚警概率	$1.54e-5$	$3.38e-4$	0.0029	0.0157	0.0511	0.1216

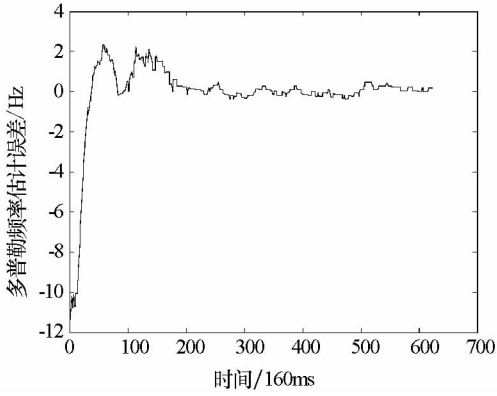


图 4 载噪比 15dBHz、相干积分时间 160ms、无频率变化率时载波跟踪环性能

Fig.4 Tracking performance under CNR 15dBHz, 160ms correlation and zero frequency rate

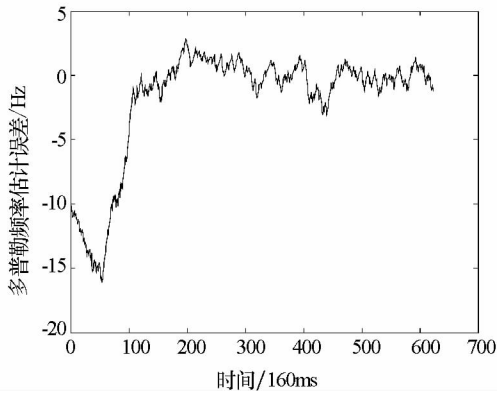


图 5 载噪比 15dBHz、相干积分时间 160ms、频率变化率 3Hz/s 时载波跟踪环性能

Fig.5 Tracking performance under CNR 15dBHz, 160ms correlation and 3Hz/s frequency rate

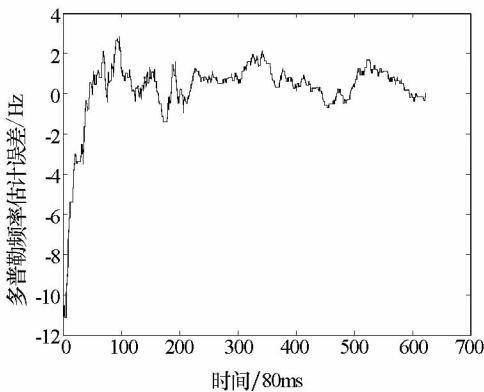


图 6 载噪比 15dBHz、相干积分时间 80ms、无频率变化率时载波跟踪环性能

Fig.6 Tracking performance under CNR 15dBHz, 80ms correlation and zero frequency rate

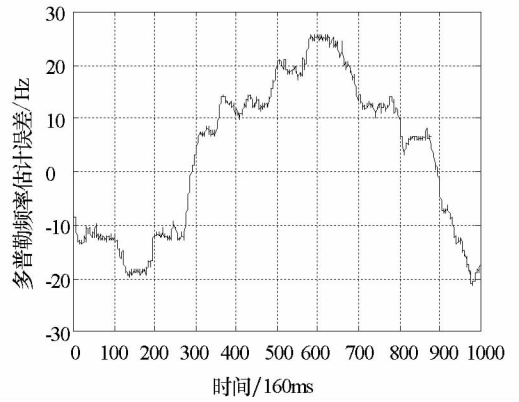


图 7 载噪比 15dBHz、相干积分时间 160ms 时 EKF 载波跟踪环性能

Fig.7 Tracking performance of carrier loop based on EKF under CNR 15dBHz and 160ms correlation

参考文献 (References)

- [1] Kaplan E D. Understanding GPS principles and applications [M]. 2nd ed. Norwood: Artech House, 2006; 164.
- [2] Soloviev A, Graas F V, Gunawardena S. Decoding navigation data messages from weak GPS signals[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009, 45 (2): 660 - 666.
- [3] Psiaki M L, Jung H. Extended Kalman filter methods for tracking weak GPS signals [C]//Proceedings of ION GPS, Portland, OR, September 24 - 27, 2002.
- [4] Ziedan N I. GNSS receivers for weak signals[M]. Norwood: Artech House, 2006.
- [5] Miao J, Sun Y, Liu J. A Kalman filter based tracking loop in weak GPS signal Processing [C]//Sixth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery, 2009: 438 - 442.
- [6] Lashley M, Bevilacqua D M, Hung J Y. Performance analysis of vector tracking algorithms for weak GPS signals in high dynamics [J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2009, 3(4): 661 - 673.
- [7] Kanwal N, Hurskainen H, Nurmi J. Vector tracking loop design for degraded signal environment [C]// Ubiquitous Positioning Indoor Navigation and Location Based Service, 2010: 1 - 4.
- [8] Yang C, Han S. Method and device for tracking weak GNSS signals[P]. US, 0205940, 2007 - 9 - 6.
- [9] Jia Z, Wang C. Fast fourier transform with down sampling based navigational satellite signal tracking[P]. US, 0046536, 2007 - 5 - 1.