

UCAV 空面多目标攻击三维轨迹规划技术*

张煜, 陈璟, 沈林成

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:研究了单架无人作战飞机(UCAV)攻击多个地面目标的三维轨迹规划问题。首先,将问题形式化为一类特殊的旅行商问题(TSP),即带动力学约束的邻域访问 TSP 问题(DCTSPN)。其次,针对规划空间维度过高、搜索代价过大的问题,提出了一种基于概率路标图(PRM)的方法。该方法借鉴了基于采样的运动规划方法的思想,并结合多种组合优化技术,将原本连续状态空间中的轨迹规划问题转化为离散拓扑图上的路由问题。求解过程分为离线预处理和在线查询两个阶段。离线阶段采用 Halton 拟随机采样算法及 Noon-Bean 转换方法,将原问题转化为经典的非对称旅行商问题(ATSP);在线阶段根据战场态势的实时变化,快速更新路标图,然后采用 LKH 算法在线求解问题的近似最优解。为了保证生成的飞行轨迹满足平台的运动学/动力学约束,算法基于 Gauss 伪谱法构建了局部轨迹规划器。最后,以攻击时间最短为优化指标对算法进行了仿真实验。结果表明,本文提出的方法能够以较高的精度和在线收敛速度生成真实可行的、较优的多目标攻击轨迹。

关键词:空面多目标攻击;轨迹规划;概率路标图;旅行商问题;最优控制;Gauss 伪谱法;无人作战飞机
中图分类号: V249.1; V279 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2012)05-0107-08

3-Dimensional trajectory planning for single UCAV attacking multiple targets

ZHANG Yu, CHEN Jing, SHEN Lincheng

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A trajectory planning problem for a single unmanned combat aerial vehicle (UCAV) performing an air-to-surface multi-target attack mission was studied. First, this problem was mathematically formulated as a variant of the traveling salesman problem (TSP), called the dynamic-constrained TSP with Neighborhoods (DCTSPN). A novel planning algorithm based on an updatable probabilistic roadmap (PRM) was then presented to solve the DCTSPN. This algorithm blends the sampling-based motion planning ideas with combinatorial optimization, and can reduce the complicated trajectory planning problem in high-dimensional continuous state space to a routing problem on a finite discrete graph, while maintaining completeness guarantees (in a probabilistic sense). The entire planning procedure was divided into two phases: 1) In offline preprocessing phase, the original problem was converted into a standard ATSP (Asymmetric TSP) by Halton quasirandom number generator and the Noon-Bean transformation algorithm; 2) In online querying phase, a fast heuristic searching algorithm was used to solve the ATSP. To generate dynamically feasible flight trajectories, a trajectory planning algorithm based on the Gauss pseudospectral method (GPM) was developed. Numerical experiments indicate that the algorithm adopted can generate both feasible and near-optimal attack trajectories quickly for online purposes.

Key words: air-to-surface multi-target attack; trajectory planning; probabilistic roadmap; traveling salesman problem; optimal control; Gauss pseudospectral; unmanned combat aerial vehicles

随着无人作战飞机(UCAV)平台的迅猛发展,UCAV在飞行性能、载荷、作战半径以及信息处理能力方面都得到了较大幅度的提升,使其能够担负起更为复杂的打击任务。各国空军开始不满足于以往UCAV一次进入只能攻击一个目标的作战使用方式,而是越来越看重单架UCAV在单次任务中打击多个目标的能力,期望最大限度地发挥UCAV的作战效能。

图1给出了一个典型的单机多目标攻击任务

想定。从中可以看出,UCAV要想顺利完成任务,需要制定合适的攻击次序,依次完成对所有目标的攻击。每次攻击,UCAV都需要机动到目标所对应的可攻击区(如图1中阴影区域所示)内,调整好攻击姿态,完成武器发射;在此之后需要选择合适的脱离方向,以便衔接好下一段的攻击。可见,整个过程一环扣一环,需要考虑的因素非常多,若缺乏合理、高效的自动规划手段,UCAV很难顺利完成任务。本文正是基于上述需求展开对

* 收稿日期:2012-03-18

作者简介:张煜(1981—),男,湖南湘潭人,博士研究生,E-mail:redarmy_zy@163.com;

沈林成(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:lshen@nudt.edu.cn

多目标攻击轨迹规划这项关键技术的研究。研究目的是:根据给定的地面目标集合,为UCAV实时规划出能够依次攻击到所有目标的最优或近似最优的飞行轨迹,同时最大限度地保证飞行安全。

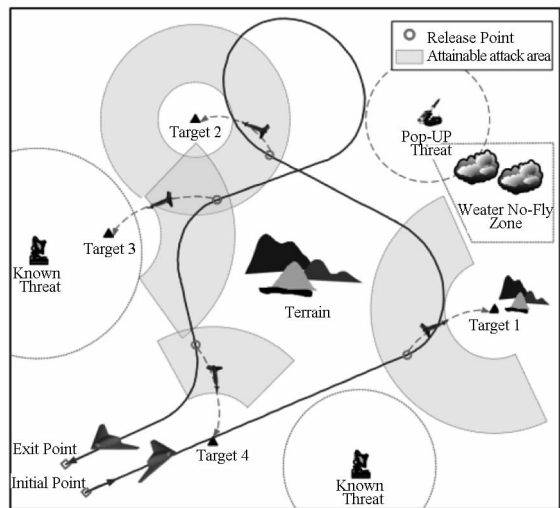


图1 UCAV 单机多目标攻击示意图

Fig. 1 A typical scenario of air-to-surface multi-target attack mission

空面多目标攻击轨迹规划问题中耦合了攻击排序这类组合优化子问题,这使得问题原本复杂的解空间变得更加庞大。直接采用常规的数值优化技术^[1]所需花费的时间和资源代价难以想象,为此研究需要另辟蹊径。考虑到经过适当地抽象和合理简化,该问题可转化为一类特殊的旅行商问题(Travel Salesman Problem, TSP)^[2],为此本文从该角度入手,通过集成各种组合优化技术以实现问题求解。

1 问题描述及建模

与传统的 TSP 问题^[3-6]相比,本文问题具有以下特点。首先,问题中的访问节点由二维平面内的单个位置点扩展为高维空间中的封闭子空间(如图1中阴影区域所示),UCAV需要访问每个子空间中的至少一个点。其次,在传统的 TSP 模型^[7]中,节点之间的路径为直线,边的代价采用欧氏距离来衡量,没有考虑路径的实际可飞性;而在本文问题中,飞行器平台的运动学/动力学特性是必须要考虑的,并且受武器投放条件的限制,在每个访问节点上UCAV还需要满足姿态角和速度约束,因此节点间的访问路径必须是实际可飞的光滑曲线。可见,空面多目标攻击轨迹规划问题是一类独特的 TSP 问题,本文中将其称之为带动力学约束的邻域访问 TSP 问题(Dynamic-Constrained TSP with Neighborhoods, DCTSPN)。

目前几乎没有见到过直接研究 DCTSPN 问题的文献,相关研究主要集中在 ETSPN、DTSP、EGTSP 等问题上。其中,ETSPN (ETSP with Neighborhoods)^[8-9]是对 ETSP (Euclidean TSP)的扩展,它的节点扩展为访问点周围的连续区间,即所谓的邻域(neighborhoods, $\in \mathbf{R}^2$ 或 \mathbf{R}^3),目的是寻找通过所有邻域的最短闭合欧氏路径。当邻域之间的距离远大于飞行器最小转弯半径时,DCTSPN 问题可简化为 TSPN 问题。DTSP (Dubins TSP)^[4-5, 10]是近期比较热门的研究问题,其考虑了路径的曲率约束,但由于采用的飞行器模型(Dubins 模型^[11])过于简单,只能在一定程度上体现飞行器的动力学约束。EGTSP (Euclidean Group TSP)^[12]与 TSPN 类似,区别在于其访问节点不再是连续的空间,而是由有限个点组成的子集合。通过对连续领域的离散化,ETSPN 问题能够转化为 EGTSP 问题。

上述三种 TSP 模型都只体现了 DCTSPN 问题的部分特征,为此,本节首先对该问题进行数学建模。

1.1 问题数学建模

设需要攻击的地面目标集合为 $T = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$,相关符号约定如下:

i : 目标索引, $i \in \{1, \dots, n\}$;

\mathbf{x} :UCAV 的状态向量, $\mathbf{x} \in \mathbf{X}$,其中: \mathbf{X} 为状态空间;

$\mathbf{x}_{\text{init}}, \mathbf{x}_{\text{exit}}$:UCAV 在进入点和退出点的状态;

$R(T_i)$:目标 T_i 的可攻击域。 $\forall \mathbf{x} \in R(T_i)$,UCAV 都能有效攻击到目标 T_i ;反之 $\forall \mathbf{x} \notin R(T_i)$,无法保证有效地命中目标;

$J_e(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b)$:UCAV 从状态 \mathbf{x}_a 飞到状态 \mathbf{x}_b 的最优代价,其函数值由算法的局部轨迹规划器负责计算。由于UCAV带有非完整性约束, $J_e(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b)$ 通常为非对称的,即 $\exists \mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b \in \mathbf{X}, J_e(\mathbf{x}_a, \mathbf{x}_b) \neq J_e(\mathbf{x}_b, \mathbf{x}_a)$ 。

空面多目标攻击轨迹规划问题可形式化如下:

$$\begin{cases} \min J(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n) = J_e(\mathbf{x}_{\text{init}}, \mathbf{x}_1) + \sum_{j=1}^{n-1} J_e(\mathbf{x}_j, \mathbf{x}_{j+1}) \\ \quad \quad \quad + J_e(\mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{\text{exit}}) \\ \text{s.t. } \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}, \exists j \in \{1, 2, \dots, n\} \\ \quad \text{such that } \mathbf{x}_j \in R(T_i) \end{cases} \quad (1)$$

其中,状态 $\mathbf{x}_j (j=1, \dots, n)$ 为决策变量。上述问题求得最优解后,即可得到最佳的武器投放状态序列 $\{\mathbf{x}_{\text{init}}, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n, \mathbf{x}_{\text{exit}}\}$ 。通过调用轨迹规划器

计算出每一相邻状态对之间的轨迹段,串接起来即可生成完整的多目标攻击轨迹。

1.2 飞行器动力学模型

在空对面打击任务中,UCAV 的运动主要以航迹控制为主。因此,可采用如下三自由度质点动力学模型^[13]:

$$\begin{cases} \dot{x} = V\cos\gamma\cos\psi, & \dot{y} = V\cos\gamma\sin\psi, & \dot{h} = V\sin\gamma \\ \dot{m} = -cP, & P = \delta P_{\max}(M, h) \\ \dot{V} = \frac{P\cos\alpha - D}{m} - g\sin\gamma \\ \dot{\gamma} = \frac{(L + P\sin\alpha)\cos\mu}{mV} - \frac{g}{V}\cos\gamma \\ \dot{\psi} = \frac{(L + P\sin\alpha)\sin\mu}{mV\cos\gamma} \end{cases} \quad (2)$$

其中, (x, y, h) 为经度、纬度、高度; V 为真空速; γ 为航迹倾角; ψ 为航向角; α 为迎角; μ 为滚转角; m 为飞行器质量; g 为重力加速度; D 为阻力; L 为升力; c 为燃料消耗系数; P 为发动机推力; δ 为油门位置 ($\delta \in [0, 1]$); P_{\max} 为发动机最大可用推力。上述模型中, 状态变量为 $\mathbf{x} = [x, y, h, V, \gamma, \psi, m]$, 控制变量为 $\mathbf{u} = [\alpha, \mu, \delta]$ 。

1.3 可攻击域模型

目标的可攻击域 $R(T_i)$ 反映的是投放时载机所允许的状态范围。精确的可攻击域计算较为复杂, 为此, 本文考虑先根据目标特性及毁伤要求, 为每个目标设定合适的投放速度及俯仰角, 并且规定 UCAV 采用射面投放方式, 将可攻击域简化为三维空间中的射面可投放区。

图2 给出了一个实际的射面可投放区的算例。可以看出, 射面可投放区可描述为水平可投放区和垂直可投放区。水平可投放区是由最大最小射程构成的圆环, 如果考虑到攻击方向的限制(如地形遮蔽、威胁分布、武器使用约束及任务要求等), 圆环将会被裁剪成多个扇环(图2(a)部分阴影区域)。垂直可投放区反映的则是任意攻击方向上最大、最小纵向射程边界随投放高度的变化关系, 同样, 考虑投放高度的限制, 也需要对其进行裁剪。

2 基于 PRM 的 DCTSPN 问题求解

DCTSPN 问题的访问邻域为连续的高维状态空间, 直接在其中进行寻优, 算法复杂度及代价不可想象。为此, 本文提出了一种新的基于概率路标图(probabilistic roadmap, PRM)的方法。该方

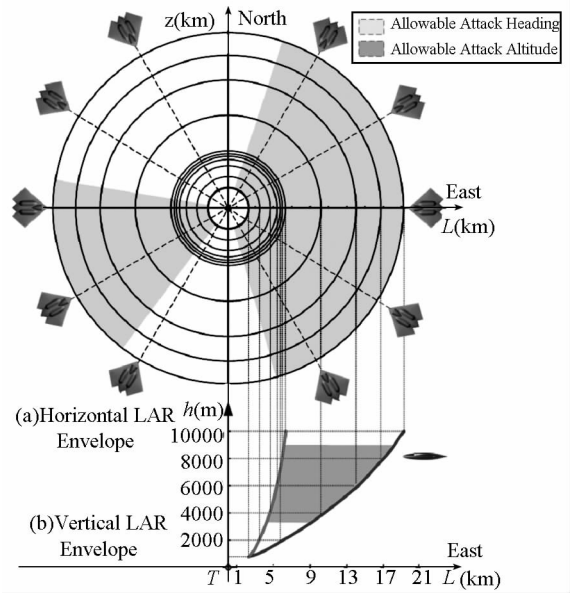


图2 某型制导炸弹的射面可投放区边界

Fig. 2 The envelope of guided bomb's shot-plane LAR

法借鉴了基于采样的运动规划方法(Sampling-based method)^[14-15]的思想, 并结合多种组合优化技术, 将原本连续状态空间中的轨迹规划问题转化为离散拓扑图上的路由问题。

该算法将规划过程分为两个阶段: 离线预处理阶段和在线查询阶段。在离线预处理阶段, 规划算法对邻域空间进行随机采样, 构建 PRM, 然后将问题转化为标准的 ATSP 问题; 在线查询阶段, 规划算法根据战场态势的最新变化, 更新 PRM 中存储的有向边代价值, 然后利用启发式求解技术和轨迹优化技术快速求得最终解。离线预处理阶段可能需要较长的时间, 但在线查询阶段可以在很短的时间内完成, 能够满足实时性要求。算法具体细节如下。

2.1 PRM 的构建

PRM 在文献中主要用于高维位形空间(Configuration space)中的机器人运动规划, 其应用背景和构建方式与本文略有不同, 为此给出 DCTSPN 问题的 PRM 定义:

定义1 DCTSPN 问题的 PRM。给定一个有向拓扑图 $G\langle Vertices, Edges \rangle$, 其中 $Vertices$ 表示所有路标节点构成的集合; $Edges$ 表示所有有向边构成的集合。任意路标节点 $v \in Vertices$ 都对应某目标可攻击域中的一个载机投放状态向量, 即 $x(v) \in R(T_i)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)。 $Vertices$ 中的路标节点按照所属的邻域 $R(T_i)$ 分为多个互斥的子路标节点集合(文中称之为节点簇, 表示为 $Vertices(T_i)$), 则有

$$Vertices = \{Vertices(T_1), \dots, Vertices(T_n)\}$$

其中,节点簇

$$Vertices(T_i) = \{v_{(i,1)}, v_{(i,2)}, \dots, v_{(i,n_i)}\}$$

可通过对 $R(T_i)$ 进行随机采样而获得。 $Vertices$ 完整的表示如下

$$Vertices = \{v_{(1,1)}, v_{(1,2)}, \dots, v_{(1,n_1)}, \dots, v_{(n,1)}, v_{(n,2)}, \dots, v_{(n,n_n)}\}$$

s. t. $\forall v_{(i,m)} \in Vertices(T_i)$ and $\forall j \neq i$
such that $v_{(i,m)} \notin Vertices(T_j)$

$Edges$ 中的任意有向边均连接两个不属于同一个节点簇的路标点,即

$$Edges = \left\{ e(v_{(i,m)}, v_{(j,k)}) \left| \begin{array}{l} i, j \in \{1, \dots, n\}, j \neq i \\ m \in \{1, \dots, n_i\}, k \in \{1, \dots, n_j\} \end{array} \right. \right\}$$

其中,有向边 $e(v_{(i,m)}, v_{(j,k)})$ 的方向为从节点 $v_{(i,m)}$ 到节点 $v_{(j,k)}$,其对应的飞行轨迹和飞行代价分别为 $\zeta_e(x(v_{(i,m)}), x(v_{(j,k)}))$ 和 $J_e(x(v_{(i,m)}), x(v_{(j,k)}))$,由局部最优轨迹规划器负责给出。上述定义的有向非对称拓扑图 G 即为 DCTSPN 问题的 PRM。

通过构建 PRM,算法将连续状态空间中的轨迹规划问题转化为了有向拓扑图上的搜索问题。基于上述定义,PRM 的详细构建过程如下:

(1) 随机采样

射面可投放区具有不规则形状,难以直接进行均匀随机采样,为此采用如下采样策略:首先构建可投放区的外接长方体,然后在其中随机采样 N_i 个点。判断采样点是否落在可投放区范围之内,若在,则将其添加到节点簇 $Vertices(T_i)$ 中;反之,则视为无效点,予以舍弃。

考虑到 UCAV 多目标攻击轨迹都需要从指定的初始进入点开始,到退出点结束,为此还需要在 PRM 中添加两个只包含单节点的节点簇,即初始节点簇 $Vertices_{init} = \{x_{init}\}$ 和退出节点簇 $Vertices_{exit} = \{x_{exit}\}$ 。

(2) 创建有向边

PRM 的有向边由所有可能的、连接不同节点簇的最优飞行轨迹构成,边的代价值由优化指标来确定,可以是飞行时间、距离、燃油消耗量或是飞行安全性等。需要特别说明的是,两个单节点簇 ($Vertices_{init}$ 、 $Vertices_{exit}$) 与其他节点簇之间按下规则构建有向边:

- (a) 构建从 x_{init} 到其他所有节点簇 (除 $Vertices_{exit}$) 的单向有向边;
- (b) 构建所有从其他节点簇 (除 $Vertices_{init}$) 到 x_{exit} 的单向有向边;
- (c) 构建从 x_{exit} 到 x_{init} 的单向边,边的代价值

设为 0。

(3) 计算有向边代价值

PRM 中的每一条有向边都需要给定代价值。在实际战场环境中,由于存在敌方威胁,有向边除了具有资源消耗代价外,还存在风险代价。设敌方威胁集合为 $Threats$,其中能够作用到有向边 $e(v_{(i,m)}, v_{(j,k)})$ 的威胁子集为

$$Threats'_k = \{threat_i \mid threat_i \in Threats, i = 1, \dots, N_T\}$$

则有向边 $e(v_{(i,m)}, v_{(j,k)})$ 的代价可由下式给出:

$$J_e(x(v_{(i,m)}), x(v_{(j,k)})) = \lambda J_{consume}^*(im, jk) + (1 - \lambda) J_{risk}(im, jk) \quad (3)$$

$$J_{consume}^*(im, jk) = \min(w_1 \hat{J}_{time}(im, jk) + w_2 \hat{J}_{fuel}(im, jk)) \quad (4)$$

$$J_{risk}(im, jk) = \sum_{k=1}^{N_T} \left[level_k \int_{\Gamma} (rcs_k(\tau) / dis_k(\tau)^4) d\tau \right] \quad (5)$$

其中, $J_{consume}^*(im, jk)$ 表示 UCAV 沿有向边对应轨迹飞行的最小资源消耗代价,为时间消耗代价 $\hat{J}_{time}(im, jk)$ 和燃油消耗代价 $\hat{J}_{fuel}(im, jk)$ 的加权和。有向边的最小资源消耗代价由局部最优轨迹规划器负责计算。 $\lambda \in [0, 1]$ 表示资源消耗代价在总代价中的权重,体现了决策者的战术倾向。 $J_{risk}(im, jk)$ 表示 UCAV 沿有向边对应轨迹飞行的风险代价,其体现的是飞行轨迹暴露在敌方威胁 $Threats'_k$ 下的程度。式(5)中, $level_k$ 为 $threat_k$ 的威胁强度; $rcs_k(t)$ 为 UCAV 的雷达反射截面积,具体计算公式参见文献[16]; $dis_k(t)$ 为 UCAV 到威胁的直线距离;符号 Γ 表示轨迹暴露在威胁作用范围内的时间段集合。

需要特别指出的是,在战场态势发生变化时,风险代价需要进行在线更新,相关的内容详见第 4 节。

PRM 给定后, DCTSPN 问题的目标就是在其中搜索一条能够访问每一个节点簇中至少一个路标点顶点的最小代价路径。

2.2 Noon-Bean 转换

通过构建 PRM, DCTSPN 问题被转化为了 EGTSP 问题。EGTSP 问题的求解通常可采用多种转换算法^[2, 12, 17],将原问题等价转换为标准的 ATSP (Asymmetric TSP) 问题,然后利用现有的 ATSP 算法进行求解。从算法的效率及编程实现难度来考虑,本文选用 Noon-Bean 转换法^[17]。沿用定义 1 中的符号约定,转换步骤可描述如下:

- (1) 在每个节点簇 $Vertices(T_i)$ (除单节点簇 $Vertices_{init}$ 、 $Vertices_{exit}$) 内部添加一个零代价的虚拟

单向环,将其中所有路标点 $v_{(i,m)}$, ($m = 1, \dots, n_i$) 串联起来,即添加如下有向边

$$\begin{aligned} & \{e(v_{(i,1)}, v_{(i,2)}), \dots, e(v_{(i,n_i-1)}, v_{(i,n_i)}), e(v_{(i,n_i)}, v_{(i,1)})\} \\ & \text{s. t. } J_e(\mathbf{x}(v_{(i,1)}), \mathbf{x}(v_{(i,2)})) = \dots \\ & \quad = J_e(\mathbf{x}(v_{(i,n_i-1)}), \mathbf{x}(v_{(i,n_i)})) \\ & \quad = J_e(\mathbf{x}(v_{(i,n_i)}), \mathbf{x}(v_{(i,1)})) = 0 \end{aligned}$$

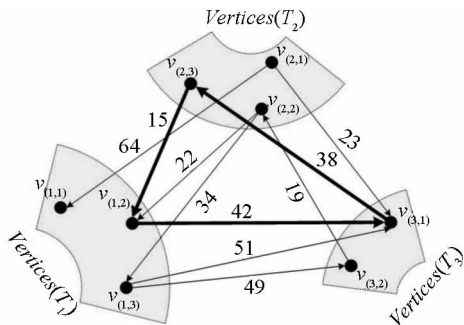
(2) 修改所有有向边 $e(v_{(i,m)}, v_{(j,k)})$, ($j \neq i$, $k = 1, \dots, n_j$) 的起点 $v_{(i,m)}$, 将其切换为虚拟单向环上的前一个路标点 $v_{(i,m-1)}$;

(3) 相应地修改上述有向边 $e(v_{(i,m)}, v_{(j,k)})$ 的代价值为

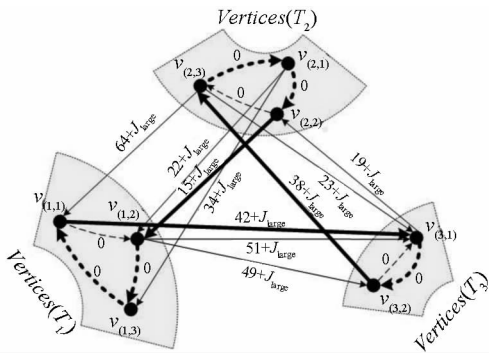
$$\begin{aligned} & J_e(\mathbf{x}(v_{(i,m)}), \mathbf{x}(v_{(j,k)})) \\ & = J_e(\mathbf{x}(v_{(i,m-1)}), \mathbf{x}(v_{(j,k)})) + J_{\text{large}} \end{aligned}$$

其中 J_{large} 为一个非常大的惩罚值,目的是保证每个节点簇只访问一次。

图3给出了 Noon-Bean 转换的示意图,图中虚线为零代价的虚拟有向边,粗线边为最优访问路径。需要注意的是,ATSP 问题的最优解还需要进行如下简单操作方可得到 EGTSP 问题对应的解:即沿 ATSP 最优路径只选择每个节点簇的第一个被访问节点,并跳过所有零代价有向边。



(a) The EGTSP instance before the transformation



(b) The equivalent ATSP instance after the transformation

图3 EGTSP 转换为 ATSP 的过程示意图

Fig.3 Transformation procedure from EGTSP into ATSP

2.3 ATSP 问题求解

ATSP 问题的规模会随着采样点的增多而变得非常庞大,算法会遭遇组合爆炸的问题。为此,

本文采用一种非常高效的启发式算法(heuristic algorithm)——LKH 算法^[18]来求解,这类算法通常能够在可接受的计算时间内得到满意的近似最优解。该方法是在经典 LK 算法(Lin-Kernighan heuristic)的基础上发展而来的,被认为是目前求解 TSP 问题最有效的算法之一^[2]。算法的详细流程参见文献[19]。

采用 LKH 算法求解 ATSP 问题,虽然无法保证每次都能得到的全局最优解,但其运算速度较快,求解数百个节点的问题,只需要几秒钟即可完成。

3 基于 Gauss 伪谱法的轨迹规划

算法的局部轨迹规划器负责提供最优的“state-to-state”飞行轨迹以及相关的飞行代价。为了保证生成的飞行轨迹能够满足平台飞行性能约束以及武器投放约束,本文采用新近发展起来的一种最优控制数值求解方法——高斯伪谱法(Gauss Pseudospectral Method, GPM)构建了局部轨迹规划器。

3.1 最优控制问题形式化

首先需要将轨迹规划问题形式化为如下最优控制问题:

寻找最优控制变量 $\mathbf{u}(t)$ 及最优状态轨迹 $\mathbf{x}(t)$, 最小化性能指标:

$$\min_{\mathbf{u}(t)} J = w_1(t_f - t_0) + w_2(-m(t_f)) \quad (6)$$

其中 w_1, w_2 为权系数,分别对应时间消耗和燃油消耗的权重; $t \in [t_0, t_f]$, 终端时间 t_f 自由; $m(t_f)$ 为终端时刻飞行器的剩余总重量。满足动力学微分方程约束(式(2)):

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad (7)$$

边界条件(即起止路标点状态):

$$\mathbf{x}(t_0) \in \text{Vertices}(T_i), \mathbf{x}(t_f) \in \text{Vertices}(T_j), j \neq i \quad (8)$$

以及等式和不等式约束:

(1) 机动性能约束:

$$\begin{aligned} & h_{\min} \leq h(t) \leq h_{\max}, \quad V_{\min} \leq V(t) \leq V_{\max} \\ & \gamma_{\min} \leq \gamma(t) \leq \gamma_{\max}, \quad \psi_{\min} \leq \psi(t) \leq \psi_{\max} \\ & \alpha_{\min} \leq \alpha(t) \leq \alpha_{\max}, \quad \mu_{\min} \leq \mu(t) \leq \mu_{\max} \\ & m_{\min} \leq m(t), \quad n_{\min} \leq n_D(t) \leq n_{\max} \\ & |\dot{\alpha}(t)| \leq \dot{\alpha}_{\max}, \quad |\dot{\mu}(t)| \leq \dot{\mu}_{\max}, \quad 0 \leq \delta \leq 1 \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $n_D = (L + P \sin \alpha) / (mg)$ 为法向过载。

(2) 威胁回避约束:

敌方火力或探测威胁的作用范围可近似看作是个半球,相应的约束条件式如下:

$$\| (x(t) - x_{T,i}, y(t) - y_{T,i}, h(t) - h_{T,i}) \|_2 \geq R_{T,i},$$

$$i = 1, \dots, N_T \tag{10}$$

其中 $(x_{T,i}, y_{T,i}, h_{T,i})$ 和 $R_{T,i}$ 分别为第 i 个威胁的中心坐标及作用半径。

3.2 Gauss 伪谱法求解最优轨迹

Gauss 伪谱法被认为是目前求解复杂最优控制问题最有效的方法之一^[20],其基本的求解思路如下:在一系列的离散点 (Legendre-Gauss (LG) 点) 上对状态变量和控制变量进行全局插值多项式逼近,然后将系统微分方程约束以及路径约束转换为代数约束式,从而将原本的最优控制问题转化为非线性规划问题 (NLP),最后采用适当的约束非线性优化算法求得数值最优解。算法的描述及具体的求解过程可参见文献[21]以及作者前期研究工作^[13]。

4 在线重规划

在实际飞行过程中,如果战场态势发生变化,预先制定的飞行计划将可能遭遇较大的风险,甚至变为不可行,此时UCAV需要执行在线重规划。由于PRM的构建过程非常耗时,在线重新构建一个新的PRM几乎是不可能的。为此,本文设计了如图4所示的实时重规划策略。

在每次重规划过程中,算法首先根据威胁态势变化,更新受到影响的有向边的风险代价项(行1)。由于只涉及简单的数学运算,更新过程将会非常迅速。然后,算法在此基础上进行重新搜索,得到一条适应新态势的有向边序列 $\hat{\Gamma}^*$ (行2),通过调用最优轨迹规划器,算法将获得对应的精细飞行轨迹 $\hat{\zeta}^*$ (行6~12)。随后算法采用一种“延迟检测”策略来对PRM中的有向边进行可行性评估,即算法并不对PRM中的所有有向边依次进行检测,而是仅对当前新生成的最佳轨迹 $\hat{\zeta}^*$ 上的有向边进行重新检测。如果该轨迹仍然可行,则UCAV将按照该轨迹执行;否则,轨迹上不可行部分所对应的有向边将被从PRM中除去(行13~14)。“延迟检测”过程将循环执行,直到搜索到一条可行轨迹,或者PRM中的所有有向边都被删除为止。如果后一种情况发生,UCAV将无法获得可执行轨迹,规划器将终止任务。采用上述在线重规划策略的好处在于能够极大地降低更新PRM所耗费的计算资源,使规划器将主要精力放在查询操作上,同时又能确保所执行的轨迹能够适应新的态势,并且总是可行的。

Algorithm 1 Real-time Replanning

```

1: Update the exposure cost term for every affected directed edge in PRM
2: Research a new best tour  $\hat{\Gamma}^* = \{e_1(\hat{v}_1, \hat{v}_2), \dots, e_{m-1}(\hat{v}_{m-1}, \hat{v}_m)\}$ , ( $m \leq n$ ) in the updated PRM
3: if ( $\hat{\Gamma}^* = \phi$ ) then
4:  $\hat{\zeta}^* = \phi$  and goto line 17
5: end if
6: Obtain the flight trajectory associated with this new plan  $\hat{\Gamma}^*$ :
 $\hat{\zeta}^* = \zeta_{e_1}(x(\hat{v}_1), x(\hat{v}_2)) \circ \dots \circ \zeta_{e_{m-1}}(x(\hat{v}_{m-1}), x(\hat{v}_m))$ 
7: if ( $x(\hat{v}_1) \neq$  the next release pose  $x(v_{next})$  prepared to visit in original plan) then
8: Run the optimal “state-to-state” trajectory planner to find a new threat-avoidance trajectory  $\zeta(x_{cur}, x(\hat{v}_1))$  from current state  $x_{cur}$  to  $x(\hat{v}_1)$ 
9:  $\hat{\zeta}^* \leftarrow \zeta(x_{cur}, x(\hat{v}_1)) \circ \hat{\zeta}^*$ 
10: else
11:  $\hat{\zeta}^* \leftarrow \zeta(x_{cur}, x(v_{next})) \circ \hat{\zeta}^*$ 
12: end if
13: if (flight trajectory  $\hat{\zeta}^*$  is infeasible) then
14: Remove the edges which are associated with infeasible portion of  $\hat{\zeta}^*$ 
15: goto line 2
16: end if
17: return  $\{\hat{\Gamma}^*, \hat{\zeta}^*\}$ 

```

图4 实时重规划算法流程

Fig. 4 Flow chart of real-time replanning algorithm

5 实验结果与分析

5.1 实验设置

仿真实验在PC机上进行,算法在Matlab R2008a环境下编程实现,其中SQP算法由商业软件包SNOPT^[22]提供,用于快速求解NLP问题。UCAV的机体参数及飞行性能参数见文献[13]。另外,假设UCAV上装备有能够探测到敌方雷达信号的传感器。

仿真想定设置如下:3个地面固定目标随机分布在50km×50km的区域内,各自对应的可攻击域属性参见表1;UCAV从IP点进入,初始状态为: $x_0 = [30\text{km}, -30\text{km}, 3\text{km}, 315^\circ, 250\text{m/s}, 0^\circ]$,从Exit点退出,退出状态为: $u_f = [33\text{km}, -27\text{km}, 3\text{km}, 135^\circ, 250\text{m/s}, 0^\circ]$ 。另外,目标区中还部署有一个事先未探明的敌方雷达。仿真场景如图6所示。

表1 目标的可攻击域属性

Tab. 1 The parameters of allowable attack regions

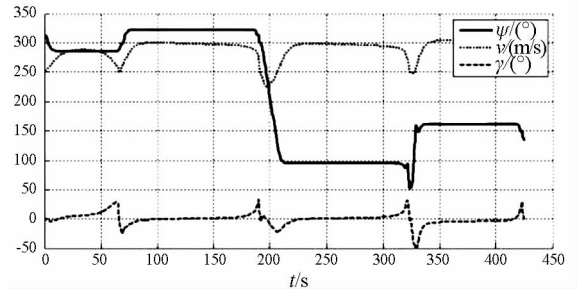
	Attack heading/(°)	Release height/m	Release speed/(m/s)	Release pitching angle/(°)
Target1	[45, 130]	[2000, 7600]	250	0
Target2	[160, 320]	[3000, 7000]	250	0
Target3	[90, 350]	[4000, 8000]	250	0

算法相关参数设定如下:拟随机采样点总数 $N_{\text{sampling}} = 100$;构建PRM阶段,轨迹规划选取的Gauss节点数为 $N = 10$;在线轨迹优化阶段,轨迹规划采用两步迭代优化,选取的Gauss节点数分

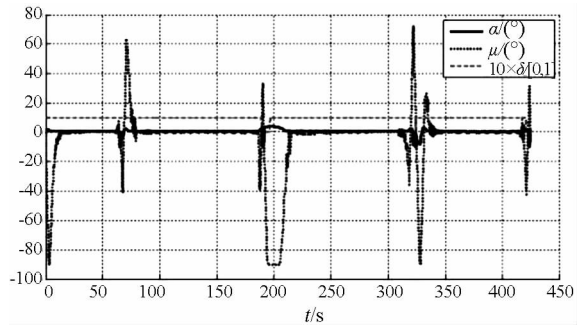
别为 $N_{step1} = 30, N_{step2} = 50$;采用时间作为性能指标,即加权系数 $w_1 = 1, w_2 = 0$ 。

5.2 结果分析

离线生成的 PRM 如图 5 所示。其中,有效路标点(如图 5 中箭头所示,箭头方向指示的是射面方位角)为 34 个,有向边为 746 条。初始规划时,规划器未考虑敌方威胁,所生成的飞行轨迹如图 6 所示,其对应的时间代价为 424.7s。图 7 为该轨迹所对应的状态变量和控制变量随时间变化曲线,从中可以看出,飞行轨迹能够很好地满足所有设定的机动性能约束。另外从图 7 (b)可知,整个攻击过程中,UCAV 基本上都采用满油门飞行,因而能够保持较高的飞行速度,缩短飞行时间。



(a) Time histories of state variables



(b) Time histories of control variables

图 7 时间最优轨迹的状态及控制参数曲线

Fig. 7 Time histories of states and control variables

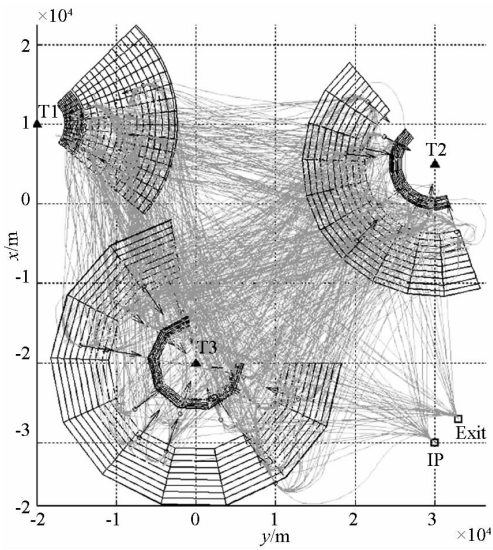


图 5 DCTSPN 问题的 PRM

Fig. 5 PRM of DCTSPN

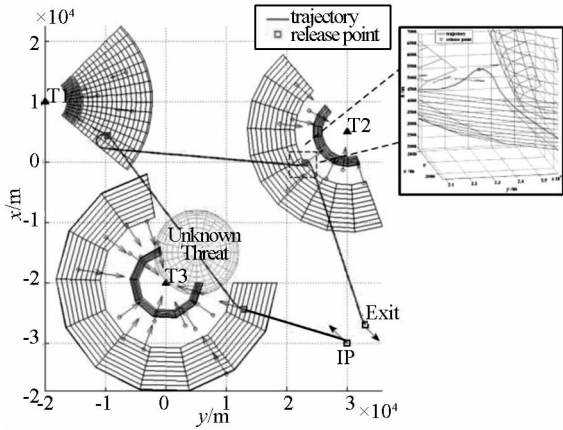
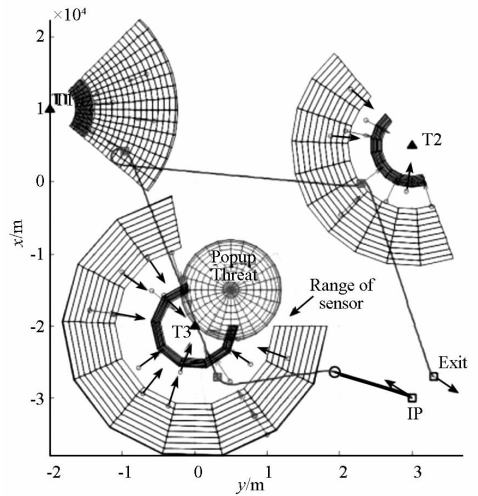


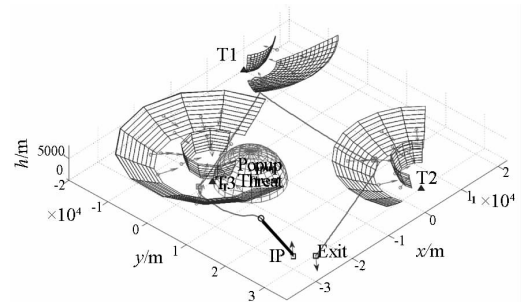
图 6 未探明威胁时的多目标攻击轨迹

Fig. 6 The multi-target attack trajectory (with undetected threats)

为了检验算法的实时重规划性能,设定 UCAV 沿该初始轨迹飞行。当敌方雷达进入 UCAV 传感器探测范围之内时($t_{replan} = 42.6$ s),该雷达变为已知,规划器开始执行在线重规划操作。重规划结果



(a) 2-D ground trajectory



(b) 3-D trajectory

图 8 探测到突发威胁后重规划得到的多目标攻击轨迹

Fig. 8 The replanning trajectory (with popup threat)

如图 8 所示。图中粗线表示 UCAV 已经执行的轨迹段,扇形区域表示机载传感器的探测范围。由于

原飞行轨迹穿越了雷达探测包络,规划器对 218 条有向边进行了在线更新。新生成的轨迹剩余的飞行时间为 402.8 s ($> t_f - t_{replan}$)。可见,由于穿越威胁所带来的风险代价较大,算法牺牲了部分时间代价,选择了避开威胁的有向边。

综合图 6~8 的结果可以看出,算法生成的飞行轨迹较为光滑,能够很自然地衔接好每段攻击过程中的占位段、武器投放段以及脱离段。

算法离线预处理阶段总共用时 49.7min,平均每条有向边计算耗时 4 s;在线查询阶段(包括重规划)用时较短,其中在线更新有向边代价耗时 51.8 ms,ATSP 问题求解耗时 10 ms,最终轨迹迭代优化耗时 4.3 s。基于 GPM 的轨迹规划算法的计算时长随求解精度(即插值点数)的增加而迅速增长,对于不同的插值点数,规划所耗费的平均时长见表 2 所示。

表 2 轨迹规划计算时间

Tab. 2 Computation time of trajectory planning

	$N=5$	$N=10$	$N=30$	$N=50$
Time/s	1.859	4.532	10.234	21.766

6 结 论

(1) 深入分析 UCAV 空面多目标攻击问题的特点,将问题转化为一类特殊的 TSP 问题,即带动力学约束的邻域访问 TSP 问题。

(2) 针对规划空间维度过高、搜索代价过大的问题,提出了一种新的基于概率路标图方法。该方法借鉴了基于采样的运动规划方法的思想,并结合多种组合优化技术,将连续状态空间中的轨迹规划问题转化为离散拓扑图上的路由问题。算法将复杂、耗时的构图操作置于离线阶段,并提供了快速的在线重规划机制,能够很好地满足实时性要求。

(3) 为保证生成的飞行轨迹能够满足平台飞行性能约束以及武器投放约束,算法采用 Gauss 伪谱法构建了局部轨迹规划器。仿真实验表明,本文提出的方法能够以较高的精度和在线收敛速度生成真实可行的、较优的多目标攻击轨迹。

参考文献 (References)

[1] Betts J T. Survey of numerical methods for trajectory optimization [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, 21(2): 193-207.

[2] Gutin G, Punnen A P. The traveling salesman problem and its variations[M]. New York: Kluwer Academic Publisher, 2002.

[3] Shetty V K, Sudit M, Nagi R. Priority-based assignment and routing of a fleet of unmanned combat aerial vehicles [J]. Computers & Operations Research, 2006, 35(6): 1813-1828.

[4] Savla K, Frazzoli E, Bullo F. Traveling salesperson problems

for the Dubins vehicle[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2008, 53(6): 1378-1391.

[5] Oberlin P, Rathinam S, Darbha S. A transformation for a heterogeneous, multiple depot, multiple traveling salesman problem[C]//Proceedings of American Control Conference. St. Louis, USA, 2009: 1292-1297.

[6] Obermeyer K J. Path planning for a UAV performing reconnaissance of static ground targets in terrain[C] // AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference. Chicago, USA, 2009.

[7] Jung S, Moon B R. Toward minimal restriction of genetic encoding and crossovers for the two-dimensional Euclidean TSP [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2002, 6(6): 557-565.

[8] Berg M D, Gudmundsson J, Katz M J, et al. TSP with neighborhoods of varying size [J]. Journal of Algorithms, 2005, 57(1): 22-36.

[9] Dumitrescu A, Mitchell J S B. Approximation algorithms for TSP with neighborhoods in the plane [J]. Journal of Algorithms, 2003, 48(1): 135-159.

[10] Savla K, Frazzoli E, Bullo F. On the point-to-point and traveling salesperson problems for Dubins' vehicle [C] // Proceedings of 2005 American Control Conference. Portland, USA, 2005: 786-791.

[11] Dubins L E. On curves of minimal length with a constraint on average curvature, and with prescribed initial and terminal positions and tangents[J]. American Journal of Mathematics, 1957, 79(3): 497-516.

[12] Elbassioni K, Fishkin A V, Mustafa N H, et al. Approximation algorithms for Euclidean group TSP [M]. Berlin: Springer, 2005:1115-1126.

[13] 张煜, 张万鹏, 陈璟, 等. 基于 Gauss 伪谱法的 UCAV 对地攻击武器投放轨迹规划[J]. 航空学报, 2011, 32(7): 1240-1251.

ZHANG Yu, ZHANG Wanpeng, CHEN Jing, et al. Air-to-ground weapon delivery trajectory planning for UCAVs using Gauss pseudospectral method [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(7): 1240-1251. (in Chinese)

[14] LaValle S M. Planning algorithms [M]. UK: Cambridge University Press, 2006.

[15] LaValle S M, Kuffner J J. Randomized kinodynamic planning [J]. International Journal of Robotics Research, 2001, 20(5): 378-400.

[16] Norsell M. Radar cross section constraints in flight path optimization [C]//Proceedings of 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, USA, 2003.

[17] Noon C E, Bean J C. An efficient transformation of the generalized traveling salesman problem [R]. Department of Industrial and Operations Engineering, University of Michigan, 1991.

[18] Helsgaun K. An effective implementation of the Lin-Kernighan traveling salesman heuristic[J]. European Journal of Operational Research, 2000, 126(1): 106-130.

[19] 黄厚生. 求解旅行商问题的新方法研究[D]. 天津:天津大学, 2005.

HUANG Housheng. Investigation into new method for TSP [D]. Tianjin: Univ. of Tianjin, 2005. (in Chinese)

[20] Fahroo F, Ross I M. Advances in pseudospectral methods for optimal control[C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference. Honolulu, USA, 2008.

[21] Benson D. A Gauss pseudospectral transcription for optimal control [D]. USA: Massachusetts Institute of Technology, 2004.

[22] Gill P E, Murray W, Saunders M A. User's guide for SNOPT version 7; software for large-scale nonlinear programming[EB/OL]. 2006.