

基于 Kriging 模型的环形桁架可展天线结构参数优化方法*

何星星, 廖 瑛

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:针对传统结构动力学优化过程中求解效率较低的问题,以环形桁架可展天线结构参数优化为研究背景,在环形桁架可展天线结构的参数变量空间中,以试验设计方法选取样本点,通过有限元方法得到各个样本点的第一阶固有频率、固定载荷最大变形等响应值,利用样本点和响应值的关系建立 Kriging 近似模型进行优化算法的寻优,得到满足所有约束条件的最优解。结果表明,所得到的环形桁架可展天线第一阶固有频率、固定载荷最大变形的响应面呈现比较明显的非线性关系,基于 Kriging 模型的结构优化方法能比较准确地对环形桁架可展天线进行寻优设计。

关键词:Kriging 模型; 环形桁架可展天线; 参数优化; 试验设计; 遗传算法

中图分类号:V414.19 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2012)06-0111-05

Parameters optimization algorithm for ring truss deployable antenna structures based on Kriging model

HE Xingxing, LIAO Ying

(College of Aerospace and Materials Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The solution efficiency for the traditional structure dynamic optimization process is relatively low. Based on a discussion of the parameters optimization for the ring truss deployable antenna structures, this research chose the sample points by design of experiment method in the variable parameter space. The response values of the first order natural frequency, total mass, and the maximum deformation with specific loading for the ring truss deployable antenna structures were obtained by the finite element method. The Kriging models, which were established by the relationship between the sample points and response values, were used to find the optimum solution with optimization algorithm. It is required that the optimum solution should satisfy all the constrained conditions. The results showed that the response surfaces of the first order natural frequency, total mass, and the maximum deformation with specific loading for the ring truss deployable antenna structures were nonlinear relationship with the design variable. The structure optimization method with the Kriging approximate model can be used to find the optimum structural parameters of the ring truss deployable antennas accurately.

Key words: Kriging model; ring truss deployable antennas; parameters optimization; design of experiment; genetic algorithm

近十多年来,随着卫星通信、空间科学、军事侦察及地球观测等技术的飞速发展,大型星载天线的研究受到国内外诸多学者的广泛关注^[1-2]。其中,环形桁架可展天线(Ring Truss Deployable Antennas, RTDA)以其优越的性能在卫星通信、军事侦察等方面得到了成功的应用^[3-6]。这种天线口径可满足 6~150m 的需求,且随着口径增大,天线质量不会成比例增加,是目前大型星载天线的理想形式^[6]。但由于这种天线属于大型柔性结构,本质上存在质量轻、阻尼小、挠性大、低模态密集、模态耦合程度高等特点,因此研究它在轨的动力学性能及其结构参数优化成为现阶段工程中的重要研究方向^[7]。

目前,针对环形桁架可展天线的动力学优化

问题主要是通过改变结构形状、尺寸以及刚度等参数,以结构最低固有频率等动力学特性等为约束条件,达到质量或体积等目标函数的最优化。文献[8]对三种不同索网结构的环形桁架可展天线进行了静态强度分析以及动态的“找形(Form-finding)”优化分析。文献[9]以单元桁架结构为例,通过有限元方法计算此结构的动力学性能指标,设计了一套比较完整的结构动力学优化流程,实现了基于径向基函数代理模型的优化算法。文献[10]利用试验设计法选取位置变量样本点,对各个样本点对应的结构进行了尺寸优化,并在此基础上建立了 Kriging 代理模型,利用遗传算法(GA)求解了桁架结构静力学位置变量最优解。

本文引入试验设计方法和近似代理模型技术

* 收稿日期:2012-03-29

作者简介:何星星(1982—),男,湖北天门人,博士研究生,E-mail:twinklehe@sohu.com;

廖 瑛(通信作者),女,教授,博士,博士生导师,E-mail:liaoqing1104@163.com

建立天线结构力学性能的预测模型,利用优化算法对结构性能进行寻优。该方法建立的总体思想是:在环形桁架可展天线结构的参数变量空间中,以试验设计法选取样本点,通过有限元方法得到各个样本点的第一阶固有频率、质量和固定载荷最大变形等的响应值,利用样本点和响应值的关系建立 Kriging 近似模型进行优化算法的寻优,得到满足所有约束条件的最优解。

1 环形桁架可展天线优化模型

1.1 环形桁架可展天线模型

本文研究的环形桁架可展天线的典型应用是 TRW Astro Aerospace 公司研制的一种改进式环柱天线(AstroMesh Antenna),其结构组件主要包括可展开的周边桁架、金属反射网、前、后索网以及纵向调节索结构(如图 1 所示)。它用可展开刚性桁架代替了索,网直接固定在一个可靠的展开桁架上。与其他的网状天线相比,这种新型环柱天线具有质量小、收拢体积小、成本低、周期短等优点。前索网主要用于支撑所铺设的金属网,后索网主要起平衡作用,前后索网之间的纵向调节索用以调节前索网,使得金属反射面形成所需要的形面^[6]。

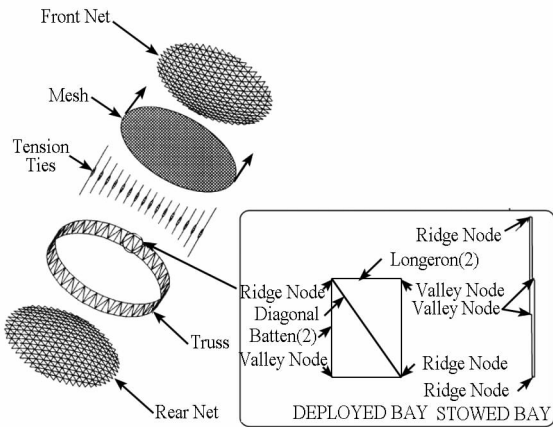


图 1 AstroMesh 天线结构

Fig. 1 AstroMesh antenna structure

根据文献[6],建立 48 边形桁架可展天线,周边半径 $R = 8.5\text{m}$,高 $h = 1.4\text{m}$ 建模(如图 2 所示),假设上下索网在中心处相接触,接触点为 O' ,则以 O' 为原点建立坐标系, xy 平面与索网形成的抛物面相切。

1.2 优化问题描述

根据上述模型,环形桁架可展天线单元结构如图 3(a) 所示,其中涉及的参数包括桁架横杆、竖杆的内外径——以 D_1, D_2 表示外径, d_1, d_2 表

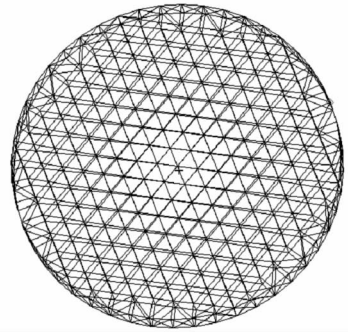
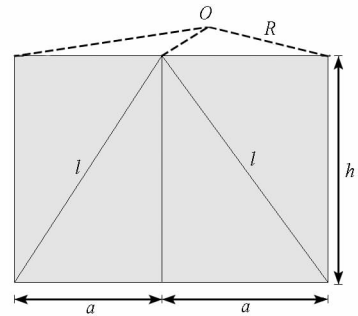


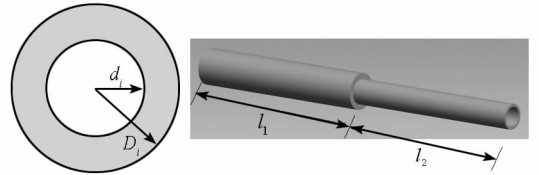
图 2 环形桁架可展天线有限元模型

Fig. 2 FEM of RTDA

示内径,另外定义横杆长度为 a ,竖杆长度为 h ,环形半径为 R 、边数为 N ,且假设斜杆为套筒式结构,如图 3(b) 所示,其长度分别为 l_1, l_2 ,对应的外、内径为 $D_j, d_j (j = 3, 4)$ 。环形桁架可展天线结构的材料密度为 ρ 。



(a) 单元桁架结构



(b) 桁架横(竖)杆截面及斜杆结构

图 3 环形桁架可展天线单元结构

Fig. 3 Cell structure of RTDA

根据航天器任务的需求,通常在工程设计阶段会给定环形半径 R 、横杆长度 a 及边数 N ,而以其他结构参数为设计变量。因此若令 $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 为设计变量,则环形桁架可展天线结构参数优化问题可描述为

$$\begin{aligned} \text{find } \mathbf{X} &= (x_1, x_1, \dots, x_n)^T \\ \text{Min } M &= f(\mathbf{X}) \\ \text{s. t. } g_i(\mathbf{X}) &\leq 0 \\ h_i(\mathbf{X}) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

其中, $M = f(\mathbf{X})$ 为目标函数, $g_i(\mathbf{X})$ 、 $h_i(\mathbf{X})$ 为约束方程。

在本文中,取 $\mathbf{X} = (h, D_i, d_i)^T (i = 1, 2, 3, 4)$ 为结构参数设计优化变量,以环形桁架可展天线质量 M 为最优化问题的目标函数,即

$$M = \sum_{\substack{i=(1,2,3,4) \\ l_k=(h,l_1,l_2)}} \frac{\pi}{4} (D_i^2 - d_i^2) l_k \rho \quad (2)$$

约束条件包括几何约束和力学性能约束,分别如(3)~(5)式所示。

$$\text{几何约束:} \begin{cases} D_{0\min} \leq D_i \leq D_{0\max} \\ d_{0\min} \leq d_i \leq d_{0\max}, i = (1, 2, 3, 4) \\ l_{k0\min} \leq l_k \leq l_{k0\max}, l_k = (h, l_1, l_2) \\ d_i < D_i, i = (1, 2, 3, 4) \\ 0 < d_3 < -D_4 < \Delta \\ \text{abs}(a^2 + h^2 - (l_1 + l_2)^2) < \delta \end{cases} \quad (3)$$

其中, Δ 为斜杆内外径最大间隙, δ 为环形桁架可展天线装配允许误差。

$$\text{静力学约束: } \mu_{\max} \leq \mu_0 \quad (4)$$

其中, μ_{\max} 为环形桁架可展天线固定载荷最大变形量, μ_0 为允许的最大变形量。

$$\text{动力学约束: } f_{\min} \leq f \leq f_{\max} \quad (5)$$

其中, f 为环形桁架可展天线第一阶固有频率。

在求解结构动力学优化过程中,通常采用有限元方法迭代求解目标函数值,但这种方法往往会占用较多的时间。因此,非常有必要采用简化的代理模型方法。

2 结构参数优化方法

2.1 试验设计方法

在基于代理模型的优化方法中,试验设计是一个相当重要的环节。采用试验设计对设计空间进行初步扫描,能以较少的试验次数得到设计空间近似的变化规律,提供所要构造代理模型的不同空间位置的信息,并为代理模型提供有代表性的基础数据。

在环形桁架可展天线结构优化设计中,必须在选定的设计空间内确定一系列离散的设计样本点,因此就用到了试验设计的取点方法。它一般分为两大类:经典试验设计(Classical Experimental Designs)和满空间试验设计(Space Filling Designs),其本质都是在试验范围内给出选择样本点的方法。本文选择其中的均匀设计方法作为近似代理模型样本点的采样方法。这是因为均匀设计只考虑在设计空间范围内均匀散布的样本点,在使用时根据因子个数及各因子水平个数通过试验设计表选取样本点,故而当设计变量和水平数较多时,均匀设计所需的试验次数较少,且其结果仍能反映分析体系的主要特征,从而节省了大量的试验工作量。

2.2 Kriging 代理模型

代理模型是利用已知点及其响应值构造拟合函数来预测未知点响应或利用已知点信息插值计算未知点响应的模型。其中 Kriging 代理模型方法是一种基于随机过程的统计预测法,具有均方误差最小的统计特性,其主要优点是理论上对问题的适应性较强,拟合精度较高,在非线性问题上具有较高的准确性^[11]。因此,本文在此采用 Kriging 代理模型方法进行研究。

按照 Kriging 代理模型建模的步骤,首先需要建模所用的原始样本点。对结构形式给定的环形桁架可展天线,可通过改变其结构参数进行动力学仿真得到原始的特性数据,以此作为样本点。Kriging 代理模型假设系统响应值 $\hat{y}(\mathbf{x})$ 与自变量 \mathbf{x} 的关系可以表示为

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x}) + z(\mathbf{x}) \quad (6)$$

式中: \mathbf{x} 为 m 维输入变量; $\hat{y}(\mathbf{x})$ 为 l 维输出响应; $\mathbf{F}(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x})^T \boldsymbol{\beta}$ 为回归模型, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ 为 p 阶线性多项式的回归模型集合,即 $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_p(\mathbf{x})]^T$, 其中: $f_j: \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}$, $\boldsymbol{\beta}/_{p \times m} = [\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \dots, \boldsymbol{\beta}_p]^T$ 为回归模型系数。 $z(\mathbf{x})$ 为一随机函数,具有如下统计特性:

$$E[z(\mathbf{x})] = 0 \quad (7)$$

$$\text{cov}[z(\mathbf{x}_i)z(\mathbf{x}_j)^T] = s^2 \mathbf{R}[R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j)]$$

式中: \mathbf{R} 为相关矩阵,元素 R 是以 $\boldsymbol{\theta}$ 为参数的相关函数,相关模型代表与全局模型的局部偏差,反映数据的局部特性。通常采用简单的核函数来构造相关模型,本文选用(8)式的高斯函数, ω^k 、 x^k 代表变量的第 k 维分量,未知参数 θ_k 值各个方向可以相同,也可不同,对应各向同性和各向异性问题,本文取相同值 θ 。

$$\begin{aligned} R(\boldsymbol{\theta}, \boldsymbol{\omega}, \mathbf{x}) &= \prod_{k=1}^n R_k(\theta_k, \omega^k - x^k) \\ &= \prod_{k=1}^n \exp[-(\omega^k - x^k)^2 / \theta^2] \end{aligned} \quad (8)$$

对于已知样本点 \mathbf{S} , 回归模型为 $\mathbf{F}|_{n \times m}$, 即 $\mathbf{F} = [\mathbf{f}(s_1), \mathbf{f}(s_2), \dots, \mathbf{f}(s_n)]^T$, $\mathbf{F}_{ij} = f_j(s_i)$ 。将样本点 \mathbf{S} 对应的响应值 \mathbf{Y} 的线性加权组合作为待估计点 \mathbf{x} 的响应估计值:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \mathbf{c}(\mathbf{x})^T \mathbf{Y} \quad (9)$$

式中, $\mathbf{c}(\mathbf{x}) = [c_1, c_2, \dots, c_n]^T$ 为待确定的权系数向量。

经过计算可得模型估计的均方差(MSE)为

$$\varphi(\mathbf{x}) = \sigma^2 (1 + \mathbf{u}^T (\mathbf{F}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{F})^{-1} \mathbf{u} - \mathbf{r}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}) \quad (10)$$

式中

$R = [R_{ij}] = [R(\theta, s_i, s_j)]$, $(i, j = 1, 2, \dots, n)$,
 $r(x) = [R(\theta, s_1, x), \dots, R(\theta, s_n, x)]^T$, 表示观测点 x 与样本点 S 间的相关性, $u = F^T R^{-1} r - f$. σ 代表多维输出响应的对应分量的标准差。(9) 和 (10) 式即构成了环形桁架结构参数动力学特性样本点 (S, Y) 的 Kriging 模型。

2.3 优化流程

如上所述, 通过引入试验设计方法和近似代理模型技术建立环形桁架结构动力学性能的预测模型, 利用遗传算法求环形桁架可展天线结构参数的动力学最优解。以 Kriging 模型为适应度函数, 采用浮点编码, 初始种群通过随机方式产生, 基于几何分布进行选择操作, 采用算术交叉法进行交叉操作, 采用非均匀变异法进行变异操作。在每次获得新的个体时, 需要计算模型预测点对应的响应值是否符合约束条件, 如不符合, 则抛弃该个体, 继续搜索新的个体, 直到计算出符合约束条件的最优点为止。最后根据最优点重新生成有限元模型, 计算校核频率约束条件, 确定优化结果的有效性, 具体过程如图 4 所示。

只验证基于此代理模型找到最优解的精度即可。在最优点处对该代理模型的精度进行验证。若满足精度, 则计算结束; 否则需将最优解作为新的样本点加入样本点集中重新建立代理模型并进行优化。

3 结构参数优化结果分析

由于环形桁架可展天线结构参数较多, 为简化计算, 在此选取横杆和竖杆的内、外径进行均匀试验设计, 且令 $D = D_1 = D_2, d = d_1 = d_2$ 。初步在设计区间 $D \in [20, 23.5], d \in [24, 27.5]$ (单位为 mm) 内分别选取 8 个样本点进行分析, 即需进行 8^2 次试验分析。

环形桁架可展天线的材料特性参考文献 [6], 在 ANSYS 环境下编写 APDL 程序, 输出环形桁架可展天线结构的第一阶频率、固定载荷 (在此算例中取载荷作用大小为 100N) 最大变形以及总质量等值。再由 Kriging 代理模型处理, 进行优化分析, 即可得到环形桁架可展天线结构的参数优化结果。其中环形桁架可展天线结构的第一阶频率、固定载荷最大变形的响应面如图 5、6 所示。

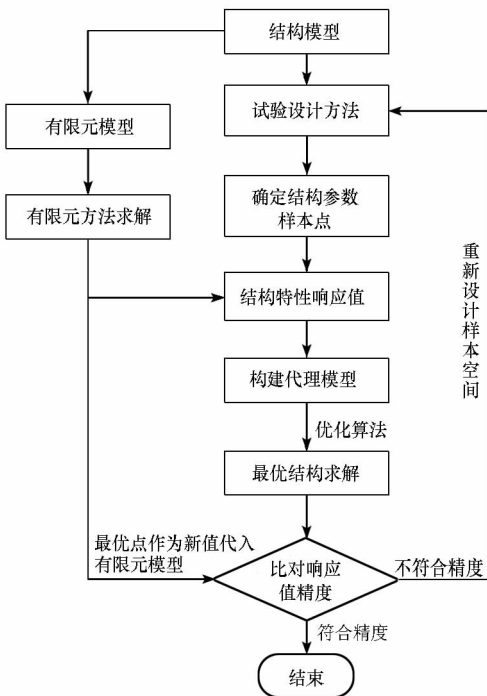


图 4 结构参数优化算法流程

Fig. 4 Structural parameter optimization flow

要想建立在整个变量设计空间内精度都很高的 Kriging 代理模型是十分困难的, 计算量非常大, 因此需适当放宽对代理模型精度的要求, 只要求代理模型在设计空间内的变化趋势与真实问题相近, 能够引导着优化方法找到最优解的区域就可以了, 因此在此不再逐点校核代理模型的精度,

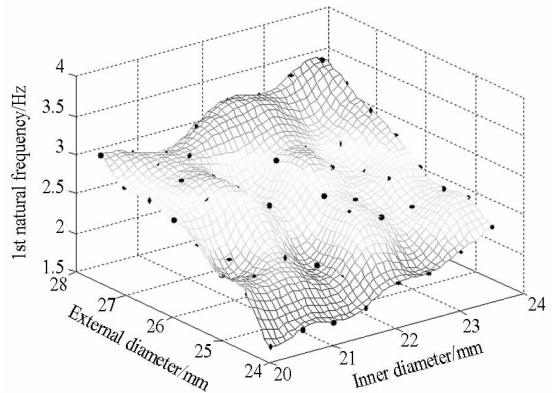


图 5 环形桁架可展天线的第一阶频率

Fig. 5 1st natural frequency of RTDA

从图 5、6 可看出, 环形可展桁架天线的第一阶固有频率、固定载荷下最大变形的响应面非线性特性明显。由于索网结构的特殊性及其绳索材料上预应力的存在使桁架的力学性能表现出比较强的非线性, 目标函数和约束函数随设计变量在设计区域内的变化情况相当明显, 结构优化的价值很大。通过计算 Kriging 近似模型 MSE 可得其相应的 MSE 范围在 $-1.25\% \sim 2.3\%$ 之内, 拟合精度较高。

利用已经拟合好的 Kriging 近似模型, 得到自变量与响应值之间的对应关系, 即可通过映射关系建立相应的优化目标函数和约束函数, 利用遗传算法进行优化计算。根据最优设计变量建立环

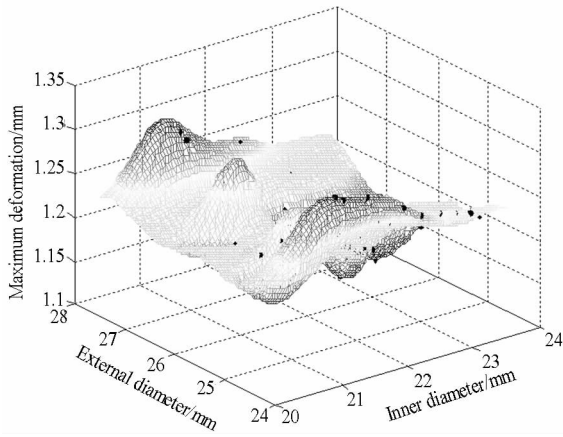


图6 环形桁架可展天线最大变形量

Fig.6 Maximum deformation of RTDA

形桁架可展天线模型并进行计算。在设计变量的最优值处,根据 Kriging 近似模型和天线有限元模型得到的结果见表 1 所示,从表中可看出 Kriging 近似模型误差较小。

表 1 天线 Kriging 近似模型与有限元模型结果对比

Tab.1 Results comparison between Kriging model and FEM

	响应面近似值	有限元解	相对误差
最优变量 [D_i, d_i] (mm)	[23.05, 24.10]	[23.05, 24.10]	--
第一阶频率 f (Hz)	2.78	2.81	1.07%
最大变形量 (mm)	1.18	1.19	0.84%
总质量 M (kg)	147.6	148.3	0.47%

4 结论

本文基于 Kriging 近似模型,对环形桁架可展天线结构参数进行了优化研究。研究表明, Kriging 模型具有较高的精度,通过构建样本点和响应值的对应关系,能够得到一定精度的响应函数;同时将它与现代优化算法相结合,大幅提高了有限元优化方法求解的效率。通过对环形桁架可展天线结构的优化算法求解表明,环形可展桁架天线的第一阶固有频率和固定载荷下最大变形的响应面非线性特性明显,目标函数和约束函数随

设计变量在设计区域内的变化情况相当明显,结构优化的潜力和价值很大。通过与有限元计算结果的对比,利用此方法能较准确地对环形桁架可展天线结构进行参数优化,可为实际工程设计提供一定的参考。

参考文献 (References)

- [1] Kiper G K, Söylemez E. Deployable space structures [C]// Proceedings of Istanbul: 2009 International Conf. on Recent Advances in Space Technologies, IEEE, 2009: 131 - 138.
- [2] 赵孟良. 空间可展结构展开过程动力学理论分析、仿真及试验[D]. 杭州:浙江大学, 2007.
ZHAO Mengliang. Kinematic analysis, simulation and experiment of space deployable structure [D]. Hangzhou: Zhe Jiang University, 2007. (in Chinese)
- [3] Gunnar T. Deployable tensegrity structures for space applications [D]. Stockholm, Sweden: Royal Institute of Technology Department of Mechanics, 2002.
- [4] Anders S. Modeling and control of tensegrity structures [D]. Department of Marine Technology Norwegian University of Science and Technology, 2007.
- [5] Knight B. Deployable antenna kinematics using tensegrity structure design [D]. University of Florida, 2000.
- [6] Mark T W, Geoffrey M W, Hedgepeth J M. Light-weight reflector for concentrating radiation; USA5680145 [P]. 1997: 1 - 25.
- [7] 罗鹰. 大型星载可展开天线的动力优化设计与工程结构的系统优化设计 [D]. 西安:西安电子科技大学, 2004.
LUO Ying. Dynamics optimization design of large deployable antenna and system optimization of engineering structures [D]. Xi'an: Xidian University, 2004. (in Chinese)
- [8] Tibert A G. Optimal design of tension truss antennas [C]// Proceedings of Norfolk, Virginia: 44th AIAA/ ASME/ASCE/ AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, 2003: 1 - 10.
- [9] Krishna V. Structural optimization using ANSYS classic and radial basis function based response surface models [D]. Arlington: Univ. of Texas, 2009.
- [10] 刘克龙, 姚卫星, 穆雪峰. 基于 Kriging 代理模型的结构形状优化方法研究 [J]. 计算力学学报, 2006, 23(3): 344 - 347.
LIU Kelong, YAO Weixing, MU Xuefeng. A method of structural shape optimization based on Kriging model [J]. Journal of Comp. Mech., 2006, 23(3): 344 - 347. (in Chinese)
- [11] Simpson T W, Mauery T M. Kriging models for global approximation in simulation-based multidisciplinary design optimization [J]. AIAA Journal, 2001, 39(12): 2233 - 2241.