

# 无尾舵布局超空泡航行体弹道优化设计\*

林明东, 杨希祥, 张为华, 胡凡, 麻震宇  
(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**给出了无尾舵布局超空泡航行体在纵垂面内的受力分析及运动方程,建立了变深度机动最优轨迹问题的数学模型。针对空泡扩张与收缩带来的延时效应,提出改进的延时型高斯伪谱法,利用所有高斯节点的运动状态插值获得整个运动过程的状态量,由此得到各个时刻的实时超空泡航行微分方程。通过计算各节点处运动方程约束,对其变深度机动轨迹进行数值求解,得到相应的优化弹道结果及控制策略。对给定布局方案的超空泡航行体下潜机动最优弹道问题进行求解,计算结果表明,采用空化器偏转控制策略,无尾舵布局超空泡航行体可满足运动稳定性与机动性要求,所提出的延时型高斯伪谱法能够处理超空泡航行弹道优化中的延时效应,具有较好的快速收敛性。

**关键词:**超空泡航行;弹道优化;延时效应;高斯伪谱法

中图分类号:V412.41 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2012)06-0116-05

## Trajectory optimization of planing supported supercavitating flight

LIN Mingdong, YANG Xixiang, ZHANG Weihua, HU Fan, MA Zhenyu

(College of Aerospace and Materials Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Forces and dynamic equations of supercavitating vehicles were analyzed in detail in the paper; the mathematic model of the optimal diving trajectory was established in the vertical plane. Considering the time-delay effect during the expansion and contraction of supercavity, the Time Delay Gauss Pseudospectral Method (TDGPM) was introduced. Based on the information of discretized nodes, the TDGPM interpolated the real time cavity shape for each node and calculated the dynamic equations, which were used as constraints during the optimization process. Numerical solution of optimal diving trajectories and corresponding maneuvers were obtained. Results show that supercavitating vehicles without fins can achieve stable and maneuverable flight by applying proper cavitator control. Results also indicate the feasibility of TDGPM and its fast convergence.

**Key words:** supercavitating flight; trajectory optimization; time delay; gauss pseudospectral method

随着俄罗斯航速高达 200kn 的世界上第一型高速超空泡鱼雷“Shkval”的成功问世,超空泡作为一种革命性水下航行技术,能够大幅度提升航行体水下运动的速度,已成为研究的新热点。上世纪 90 年代以来,包括美国的超高速机载反水雷系统(RAMICS)、先进高速水下弹药(AHSUM)以及德国的梭鱼(BARRACUDA)水下导弹均为该领域中里程碑式的成果<sup>[1-2]</sup>。具有显著速度优势的超空泡航行技术,极有可能引发新一代水下航行与水中作战模式的变革。

超空泡航行体沾湿位置与空化器历史运动状态相关,其水动力特性随航行体沾湿情况变化而呈现显著延时效应及非线性特征<sup>[3]</sup>。航行体与超空泡间相互作用的复杂性给其弹道控制与规划带来困难。尽管目前超空泡航行技术研究仍处于概念设计与方案验证阶段,但近年来研究人员在

超空泡流体力学、超空泡飞行动力学、超空泡运动控制等领域均取得了巨大进展。

Savchenko 总结了俄罗斯与乌克兰在超空泡流体试验技术方面的相关进展,介绍了相关试验设备、技术及超空泡流的若干相似准则,为其他大量的超空泡流体试验研究提供了借鉴<sup>[4]</sup>; Kirschner 基于 Anteon 公司对超空泡航行体水下受力与弹道建模,对其飞行稳定控制方法进行了开创性研究,其方法模型与结论为后续大量研究所引用<sup>[5]</sup>; Dzelski 对超空泡航行稳定控制机理进行了分析,讨论了其主动控制系统设计方法<sup>[6]</sup>; Lindau 等耦合水下运动六自由度弹道方程及非定常平均雷诺数 N-S 流场方程,开展了水下超空泡运动弹道与流场的同步仿真研究<sup>[7]</sup>; Kuklinski 等在大型拖曳池中进行了大尺寸模型通气超空泡试验,掌握了不同空化器外形对空泡形态及流体动

\* 收稿日期:2012-04-19

作者简介:林明东(1982—),男,福建福州人,博士研究生,E-mail:lin\_md@nudt.edu.cn;

张为华(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:zwh\_kjs@163.com

力特性的影响,为其控制策略研究提供试验依据;Mao 和 Zhao 采用 LPV(线性参数变化)及非线性滑模控制等方法,研究了超空泡航行过程中非线性受力与运动稳定问题<sup>[8-9]</sup>;Ahn 分析了超空泡运动的平衡模式,并基于最大射程等目标函数,对航行体布局进行了初步设计<sup>[10]</sup>。Ruzzene 等采用多重打靶法,对超空泡运动的控制与机动策略进行了研究,分析了其变深度及水平转弯机动的最优控制问题<sup>[11-14]</sup>。

轨迹优化问题是航行体总体设计的重要环节。由于超空泡运动方程的延时特性,采用间接法求解其最优控制与轨迹优化问题将需要推导极为复杂的最优性方程;而传统的打靶法通过对运动方程直接积分或大量离散采样进行最优问题求解,计算量大,效率极低。为有效解决含延时特性的超空泡弹道规划问题,本文基于高斯伪谱法<sup>[15]</sup>,将含延时效应的超空泡运动弹道规划问题转换为 NLP 问题,对无尾舵布局超空泡航行在纵垂面内的变深度机动问题进行优化,得到其优化弹道及相应控制策略。

### 1 超空泡运动建模

考虑最大半径为  $R$ 、长度为  $L$  的超空泡航行体,其在纵垂面内的运动及受力状态如图 1 所示。由于被超空泡所包裹,其受力主要包括作用与航行体头部空化器受力  $F_N$ ,作用于航行体尾部的滑翔力  $F_P$ 、摩擦力  $F_S$  及发动机推力  $F_T$ ,作用于航行体质心的自身重力  $G$ 。 $Oxy$  为发射点水面坐标系,其原点  $O$  位于发射点在海平面上的投影, $Ox$  与  $Oy$  轴在纵垂面内,其中  $Ox$  轴沿海平面指向发射方向, $Oy$  垂直于  $Ox$  轴指向上。超空泡运动的时间与距离相对较短,因此该坐标系可视为惯性系。

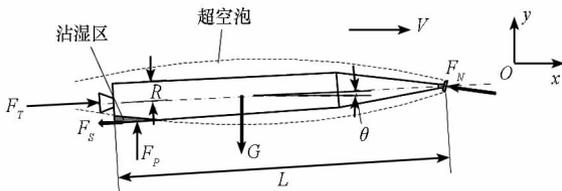


图 1 航行体超空泡运动受力示意

Fig.1 Forces act on the supercavitating vehicle

超空泡航行体质心运动方程组矢量形式可写为

$$\begin{cases} \frac{dr}{dt} = v \\ m \frac{dv}{dt} = F_N + F_P + F_S + F_T + G \end{cases} \quad (1)$$

其中,质心位置矢量  $r = [x, y]^T$ ,速度矢量  $v = [V \cos \Theta, V \sin \Theta]^T$ , $V$  为速度大小, $\Theta$  为速度倾角。

纵垂面内的转动方程组写为

$$\begin{cases} \frac{d\theta}{dt} = \omega \\ I_y \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_N + M_P + M_S \end{cases} \quad (2)$$

$\theta$  为航行体俯仰角, $\omega$  为转动角速度, $M_i (i = N, P, S)$  依次为空化器、滑翔力与摩擦阻力的力矩。

#### 1.1 空化器受力与力矩

空化器一般为圆盘或圆锥状,具有锐利的边缘,有助于边界的汽-液分离,形成并维持超空泡<sup>[16]</sup>。本文考虑圆盘空化器方案(图 2),其受力在速度坐标系中表示为

$$F_N = -0.5 \rho V_N^2 C_d S_N \cos \alpha_N [\cos \alpha_N \quad \sin \alpha_N]^T \quad (3)$$

其中,阻力系数  $C_d = 0.82(1 + \sigma)$ , $\sigma$  是表征空化程度的空化数; $\rho$  是水的密度, $V_N$  和  $S_N$  分别为空化器速度及底座截面面积, $\alpha_N = -(\delta_N + \theta)$  为空化器攻角,俯仰角  $\theta$  及空化器偏转角  $\delta_N$  均定义向上偏转为正方向。

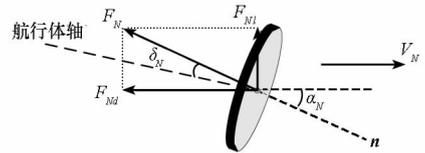


图 2 空化器受力

Fig.2 Cavimator force

空化器上的流体作用力合力始终指向圆盘面法向的反方向,因此,空化器力相对航行体质心的力矩可写为

$$M_N = - \|F_N\| l_{mc} \sin \delta_N \quad (4)$$

其中, $l_{mc}$  是航行体质心到航行体头部的位置。

#### 1.2 滑翔力与力矩

无尾舵布局的超空泡航行体为保持运动平衡,必须依赖于航行体尾部在空泡内壁面的滑翔相互作用(图 3)。

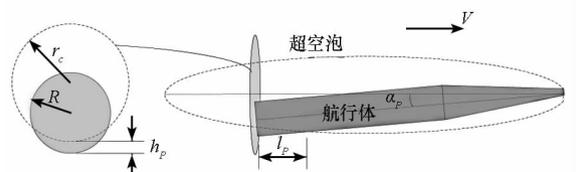


图 3 航行体-超空泡相互作用

Fig.3 Interaction between vehicle and supercavity

滑翔力与柱状沾湿表面摩擦力在航行体坐标系中表示为<sup>[17]</sup>

$$F_P = \left[ 0, \kappa \cdot \frac{1}{2} \rho V^2 (\pi r_c^2) \sin \alpha_p \cos \alpha_p \cdot \right]$$

$$\left(1 - \left(\frac{r_c - R}{h_0 + r_c - R}\right)^2\right) \left(\frac{R + h_p}{R + 2h_p}\right) \right]^T \quad (5)$$

$$F_S = [-0.5\rho V^2 \cos^2 \alpha_p C_w S_w, 0]^T \quad (6)$$

滑行攻角  $\alpha_p$  定义为滑行位置处航行体轴线与空泡轴线的夹角,  $r_c$  是航行体尾部的空泡半径,  $h_p$  表示尾部沾湿深度,  $S_w$  代表航行体沾湿面积,  $C_w$  是表面摩擦阻力的阻力系数。  $\kappa$  为沾湿参数, 当航行体尾部下表面沾湿时  $\kappa = 1$ , 上表面沾湿时  $\kappa = -1$ , 不沾湿时  $\kappa = 0$ , 本文不考虑超空泡无法完全包裹航行体的情况。

滑行动力及表面摩擦力的力矩

$$M_p = \|F_p\| (L - l_{mc}) \quad (7)$$

$$M_s = \|F_f\| R \quad (8)$$

本文采用 Logvinovich 空泡模型对超空泡尺寸及相应航行体沾湿情况进行计算<sup>[3]</sup>。由于不同超空泡横截面在水下的扩张与收缩过程相对独立, 即仅依赖于空化器经过该截面时的运动状态。因此, 任意时刻的完整空泡外形与航行体的历史运动状态相关联, 由此导致其动力学由于考虑了超空泡延时效应, 因此尾部滑行区的超空泡流场参数需基于空化器通过该截面时的运动状态进行估计, 具体计算过程可参照文献[17]。

### 1.3 推力与重力

超空泡航行体采用火箭发动机作为其动力系统, 推力值可设为常量, 与飞行时的速度或姿态无明显关联。航行体重力大小可根据其质量计算得到, 在本文研究中, 不考虑航行体质量在运动过程中的变化。推力与重力对质心力矩为零。

## 2 超空泡运动弹道优化

### 2.1 弹道优化问题模型

飞行器轨迹优化问题一般为非线性、带有状态约束和控制约束的最优控制问题, 其求解取决于优化目标函数的设定, 并受限于飞行器运动方程组及一系列边界与过程约束条件。具体到本文, 即考虑纵垂面内超空泡航行变深度机动问题, 给定初始运动状态, 以最短运动时间为优化目标, 以超空泡运动方程组及终点弹道深度为约束, 通过优化计算获取其最优控制策略, 得到相应的超空泡航行体运动轨迹。

不同超空泡横截面在水下的扩张与收缩过程相对独立, 仅依赖于空化器经过该截面时的运动状态, 因此任意时刻的完整空泡外形与航行体的历史运动状态相关联, 要求解当前时刻的微分方程需提前获知航行体的历史运动状态。

考虑到这种延时性, 超空泡运动方程组(1)、(2)可改写为简化形式

$$\frac{dX}{dt} = f(X, u, t, \tau) \quad (9)$$

其中,  $X = [x, y, V, \Theta, \theta, \omega]^T$  表示超空泡航行体的运动状态,  $u = \delta_N$  表示超空泡航行控制参数, 即空化器偏转角。  $t$  为航行时间, 其所在区间为  $\Gamma = [0, t_f]$ ,  $\tau$  表示运动方程中的延时参数, 该参数与运动状态、超空泡尺度相关。

考虑最短时间变深度机动问题, 时间区间上限  $t_f$  即为待优化目标参数:

$$J = t_f \rightarrow \min \quad (10)$$

考虑到待优化问题的实际情况, 对于运动方程的状态变量与控制变量均进行约束, 即

$$X \in [X_{\min}, X_{\max}], u \in [u_{\min}, u_{\max}]。$$

### 2.2 延时型 Gauss 伪谱法

Gauss 伪谱法基本原理是在 Gauss 点上离散状态变量和控制变量, 并以离散点为节点构造 Lagrange 插值多项式来逼近状态变量和控制变量。通过对多项式求导来近似动力学方程中的状态变量对时间的导数, 且在一系列配点上满足动力学方程右函数的约束, 从而将微分方程约束转换为代数约束, 将轨道优化问题最终转化为非线性规划问题求解。该方法具有收敛速度快、计算量小等显著优点, 近年来在飞行器轨迹优化问题中得到广泛应用<sup>[18]</sup>。

求解上述优化弹道问题时, 针对超空泡运动的延时特征, 在每次迭代搜索过程中根据对所有节点处状态变量插值获取任意时刻的状态变量, 计算出当前时刻含延时效应的空泡外形及相应的沾湿情况, 得到超空泡航行体受力大小, 从而获得配点处的过程状态约束。假设状态变量随时间变化及 Gauss 点采样如图 4 所示, 在计算  $t_i$  时刻的状态约束时, 利用此前所有的状态变量  $[X_0, X_1, \dots, X_i]$  进行插值, 分析空泡记忆效应对动力学方程的影响。

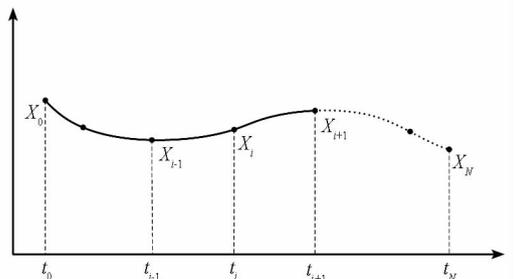


图 4 状态变量随时间变化及采样分布

Fig. 4 Sampling of motion states in time history

因此,本文所描述的问题最终可表述为:求解离散的状态变量  $X_i$ 、控制变量  $u_k$ ,使优化目标函数  $t_f$  最小,并满足相应的过程与端点约束(如图5):

(1) 含延时效应的配点处状态约束

$$R_k \equiv \sum_{i=0}^N D_{ki} X_i - \frac{t_f - t_0}{2} f(X_k, u_k, \bar{\tau}_k; t_0, t_f, X_{j(j < k)}) = 0 \quad (k = 1, \dots, N) \quad (11)$$

(2) 含延时效应的终端状态约束

$$R_f \equiv X_f - X_0 - \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{i=1}^N w_k f(X_k, u_k, \bar{\tau}_k; t_0, t_f, X_{j(j < k)}) = 0 \quad (12)$$

(3) 边界条件及过程约束

$$\phi(X_0, t_0, X_f, t_f) = 0 \quad (13)$$

$$C(X_k, u_k, \bar{\tau}_k; t_0, t_f) \leq 0 \quad (k = 1, \dots, N) \quad (14)$$

其中,  $N$  为 Gauss 点个数, 矩阵  $D \in R^{N \times (N+1)}$  为插值多项式微分矩阵,  $w_k$  为 Gauss 积分权重,  $\bar{\tau}_k$  为计算时间区间上的 Legendre-Gauss 点。

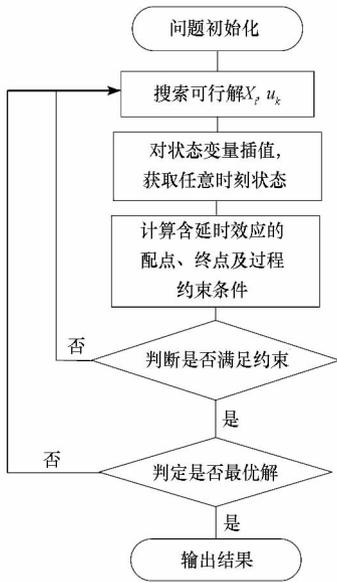


图5 延时型高斯伪谱法求解流程

Fig. 5 Algorithm of Time Delay Gauss Pseudospectral Method (TDGPM)

### 3 数值结果与分析

参照文献[6]的参数设置,本文所计算的超空泡航行体半径  $R = 0.0508\text{m}$ ,空化器半径  $R_N = 0.0191\text{m}$ ,航行体长度  $L = 1.8\text{m}$ ,航行体质量  $m = 22.7\text{kg}$ ,发动机推力  $F_T = 3.5\text{kN}$ ,空化数  $\sigma = 0.03$ 。

设定超空泡航行体初始运动深度为  $10\text{m}$ ,速度为  $85\text{m/s}$ ,沿水平方向。考虑超空泡航行体由

水平运动状态转移至特定深度平飞状态的机动弹道优化,弹道终点的状态约束选取为深度约束及水平运动速度倾角约束。

由于利用 Gauss 伪谱法得到的结果为一系列离散点,因此 Gauss 点的数量选取需要在收敛速度及结果精度间作出权衡。本文采用迭代式计算过程,即先选取较少的 Gauss 点 ( $N = 4$ ) 进行优化计算,得到对弹道及控制参数的粗略估计;随后将该结果作为下一步精确优化 ( $N = 15$ ) 的迭代初值进行求解。该求解过程可大大缩短计算时间,同时保证足够的求解精度。

图6给出超空泡航行体从深度  $10\text{m}$  处分别机动至  $20\text{m}$  及  $30\text{m}$  的轨迹,耗时分别为  $t_1 = 2.78\text{s}$  及  $t_2 = 3.93\text{s}$ ,相应的水平运动距离为  $x_1 = 238.4\text{m}$  及  $x_2 = 336.5\text{m}$ 。如图7所示,对于不同的深度机动弹道,俯仰角都呈现类抛物线形。即先减小俯仰角使航行体向下运动,随后增大俯仰角直至维持航行体的水平姿态。大深度机动时俯仰角变化也较大。

变深度机动过程的空化器偏转控制曲线见图8。对于不同的目标深度,空化器偏转角曲线呈近似正弦变化,最大偏转量均小于  $2^\circ$ ,机动深度越大,所需偏转量越大。

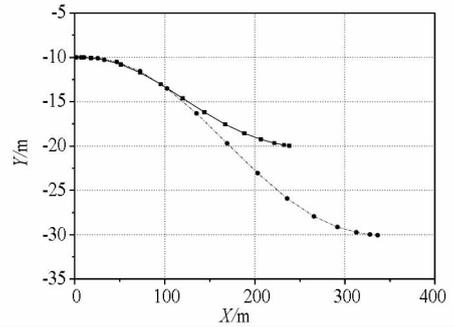


图6 变深度机动优化弹道曲线

Fig. 6 Trajectories of optimal diving maneuver

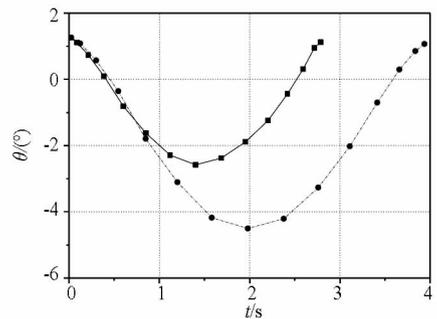


图7 航行体俯仰角随时间变化曲线

Fig. 7 Time history of the vehicle pitch angle

Gauss 伪谱法是求解最优控制问题的直接法,既避免了延时微分系统复杂的理论推导,同时

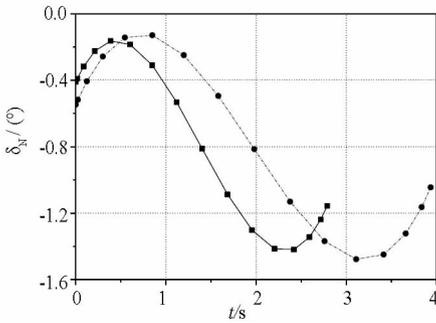


图 8 空化器偏转控制时间变化曲线

Fig. 8 Time history of optimal control of cavitator

大大降低直接进行弹道积分的计算量。通过计算可知,经改进后的 Gauss 伪谱法适用于含延时效应的超空泡运动弹道优化问题,同时兼具收敛速度快的优点。使用 2.33GHz 四核 PC,该优化过程可在数分钟内完成,较遗传算法及直接打靶法均具有显著速度优势。

## 4 结论

本文针对无尾舵超空泡航行体,分析其受力特点并给出其纵垂面内的运动方程组,建立了变深度机动轨迹优化问题模型。考虑了超空泡运动的延迟效应,提出延时型高斯伪谱法并将之用于超空泡航行轨迹优化问题的求解,给出其耗时最短的最优轨迹及相应控制策略。研究计算结果表明,依靠较小幅度空化器偏转控制(偏转角不超过  $2^\circ$ )可实现无尾舵布局超空泡航行体的机动控制,验证了延时型高斯伪谱法应用于超空泡航行轨迹优化中的可行性。

动力学方程组中的延时型问题不仅存在于超空泡运动中,同样存在于其他飞行器运动模型中,如控制机构的响应延时等。本文提出的延时型高斯伪谱法有望用于其他具有延时效应的动力学系统最优控制问题求解,具有较高的理论与实践价值。

## 参考文献 (References)

[1] Ashley S. Warp drive underwater [J]. Scientific American Special Online Issue, 2002(2): 28-36.  
 [2] Kirschner I N, Uhlman J S, Perkins J B. Overview of high-speed supercavitating vehicle control[Z]. Keystone, Colorado: 200617.  
 [3] Serebryakov V. Problems of hydrodynamics for high speed motion in water with supercavitation[Z]. Wageningen, The Netherlands: 2006.

[4] Savchenko Y N. Experimental investigation of supercavitating motion of bodies[Z]. France: 2002.  
 [5] Kirschner I N, Kring D C, Stokes A W, et al. Control strategies for supercavitating vehicles[J]. Journal of Vibration and Control. 2002, 8: 219-242.  
 [6] Dzielski J, Kurdila A. A benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solutions [J]. Journal of Vibration and Control, 2003, 9: 791-804.  
 [7] Lindau J W, Kunz R F, Mulherin J M, et al. Fully Coupled, 6-DOF to URANS, modeling of cavitating flows around a supercavitating vehicle[Z]. Osaka, Japan: 2003.  
 [8] Zhao G, Fan J, Lv X. Control of supercavitating vehicles in the vertical plane using sliding mode[Z]. Bangkok, Thailand: IEEE, 20091800-1805.  
 [9] Mao X, Wang Q. Nonlinear control design for a supercavitating vehicle [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2009, 17(4): 816-832.  
 [10] Ahn S S. An integrated approach to the design of supercavitating underwater vehicles[D]. Georgia Institute of Technology, 2007.  
 [11] Ruzzene M, Kamada R, Bottasso C L, et al. Trajectory optimization strategies for supercavitating underwater vehicles [J]. Journal of Vibration and Control, 2008, 14(5): 611-644.  
 [12] Kamada R, Ruzzene M, Bottasso C. Trajectory optimization strategies for supercavitating underwater vehicles[Z]. Palm Springs, California, USA: 200414.  
 [13] Kamada R. Trajectory optimization strategies for supercavitating vehicles[D]. Georgia Institute of Technology, 2005.  
 [14] Carlo B, Francesco S, Massimo R, et al. Trajectory optimization for dde models of supercavitating underwater vehicles[J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 2009, 131(1): 11009.  
 [15] 雍恩米, 陈磊, 唐国金. 飞行器轨迹优化数值方法综述 [J]. 宇航学报, 2008, 29(2): 397-406.  
 YONG Enmi, CHEN Lei, TANG Guojin, A survey of numerical methods for trajectory optimization of spacecraft [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(2): 397-406. (in Chinese)  
 [16] 林明东, 胡凡, 张为华. 超空泡航行体锥形空化器优化设计[J]. 国防科技大学学报, 2010, 32(4): 37-41.  
 LIN Mingdong, HU Fan, ZHANG Weihua. Optimal design of conical cavitator of supercavitating vehicles [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2010, 32(4): 37-41. (in Chinese)  
 [17] Geol A. Robust control of supercavitating vehicles in the presence of dynamic and uncertain cavity[D]. University of Florida, 2005.  
 [18] 彭祺攀, 李海阳, 沈红新. 基于高斯一伪谱法的月球定点着陆轨道快速优化设计[J]. 宇航学报, 2010, 31(4): 1012-1016.  
 PENG Qibo, LI Haiyang, SHEN Hongxin. Rapid lunar exact-landing trajectory optimization via gauss jpsseudospectral method[J]. Journal of Astronautics, 2010, 31(4): 1012-1016. (in Chinese)