

理想带限条件下码跟踪环路的精度分析*

倪少杰, 刘瀛翔, 庞晶, 王飞雪

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 伪码跟踪是卫星导航接收机中的关键环节。码环的跟踪精度直接决定了接收机的定位性能,因此对码环跟踪精度的分析一直以来都是研究的热点,并且已经取得了很多重要成果。目前已有的结论大都从频域的角度表示带限信道的影响,但是频域表达式存在计算复杂,难以应用于实际情况的缺点。本文针对目前存在的不足,从时域相关函数的角度提出了码跟踪精度的解析表达式。该表达式简单直观,可以方便地应用于码环性能的分析,对导航信号接收机的设计具有重要的指导作用。

关键词: 卫星导航; 码跟踪精度; 延迟锁定环; 带限信道

中图分类号: TN921.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2012)06-0170-05

Analysis of code tracking loop accuracy under band-limited condition

NI Shaojie, LIU Yingxiang, PANG Jing, WANG Feixue

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Code tracking loop is a key component of Global Navigation Satellite System (GNSS) receivers which determines the accuracy of positioning performance. So analysis for its theoretical performance has been a research hotspot for decades. Many productive conclusions have been derived. However, most researches consider the impact of band limited channels in frequency domain, which is too computational to be applied in practical situations. To lighten the computational burden, an analytical expression of code tracking accuracy with correlation functions was derived, and the performance of code tracking loop could be easily assessed with the derived expression, which has guiding significance in the design of GNSS receivers.

Key words: Global Navigation Satellite System(GNSS); code tracking accuracy; Delay Locked Loop(DLL); band limited channels

在数据通信系统中,伪码跟踪是保持码同步的基础,因此码跟踪环路一直是接收机设计中的重要环节。而在卫星导航系统中,码跟踪环路更是接收机的核心环节:高精度的伪码跟踪用于估计用户与卫星之间的伪距^[1]。

码跟踪环路的性能包括收敛时间、平均失锁时间、码跟踪精度等多项指标,而其中的码跟踪精度直接决定了伪距的测量精度,从而影响用户接收机的定位测速等性能。因此对码跟踪环路精度的分析一直以来都是卫星导航接收机研究的热点。

在码跟踪精度的分析方面,已经有较多重要的成果。文献[2]中的结论目前已经广泛应用于导航接收机的设计,但是该结论是基于前端无限带宽的假设。对于窄带的 GPS L1 C/A码信号而言,模拟信道近似为无限带宽所引入的误差几乎可以忽略。下一代导航系统广泛使用宽带调制的

导航信号^[3-4],如果仍将模拟信道近似为无限带宽则会引入不可忽略的误差,因此必须考虑带限对码跟踪环路的影响。文献[5-6]考虑了带限条件对信号的影响,但忽略了带限信道对噪声的影响。在此假设前提下,文献[5-6]得到了如下的结论:当信道带宽一定时,码跟踪精度随着早迟码间隔的减小先减小后增大,因此存在最优的早迟码间隔。但该结论和实际的仿真结果并不吻合。文献[7-8]对该结论作了修正,并指出伪码跟踪精度总是随着早迟码间隔的减小逐步逼近其克拉美罗限。但是文献[7-8]得到的码跟踪精度的解析表达式使用功率谱密度来表示,该表达式计算复杂,并不便于实际码跟踪环路的性能评估。

针对上述的不足,论文首先介绍了卫星导航接收机的等效基带信号模型,对文献[7]中伪码相位的一般估计方法作了简要说明,然后针对相

* 收稿日期:2012-03-07

基金项目:第二届中国卫星导航学术年会青年优秀论文获奖者资助课题(CSNC2011-QY-11)

作者简介:倪少杰(1978-);男,山东莱阳人,讲师,博士研究生,E-mail:n_s_j@126.com

干早迟码结构的跟踪环路,从时域相关峰的角度推导了码跟踪精度的解析表达式,最后通过数值仿真验证了本文的结论。

1 信号模型

为了简化分析,本文将直接采用基带信号模型^[9]。导航接收机接收到的卫星信号可以表示为如下的等效低通模型:

$$x(t) = \tilde{c}(t - \tau_0) + \tilde{n}(t) \quad (1)$$

其中

$\tilde{c}(t)$ 表示理想扩频码 $c(t)$ 经过理想带限作用后的信号, $\tilde{n}(t)$ 表示复高斯白噪声,其双边功率谱密度为 N_0 , τ_0 表示码相位延迟,为了便于分析,这里假定码相位延迟为某一恒定值。

假设无限带宽的扩频码 $c(t)$ 的功率为 C 时,则经过单边带宽为 B 的理想带限信道后的扩频码 $\tilde{c}(t - \tau_0)$ 的功率谱密度可以表示为

$$G(f) = \begin{cases} CG_s(f), & f \in [-B, B] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (2)$$

其中 $G_s(f)$ 表示具有单位幅度的扩频码的功率谱密度。

在接收机的具体实现中,伪码跟踪环路负责对(1)式中伪码相位 τ_0 进行估计,跟踪环路有相干、非相干等多种处理形式,文献[7]对 τ_0 的估计精度进行了一般化分析(与具体实现环路形式无关),其分析依据的框图如图1所示。

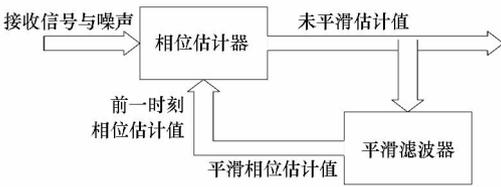


图1 伪码相位估计

Fig.1 Scheme of estimation of code phase

若信号的预检测积分时间为 T_c ,相位估计器的输出的估计值方差为 σ_x^2 ,平滑滤波器的环路带宽为 B_L ,则平滑后估计值的方差 σ_y^2 为^[7]

$$\sigma_y^2 = 2B_L T_c \sigma_x^2 \quad (3)$$

文献[7]指出上述结论的获得与具体的环路实现形式无关,在本文中,为了分析过程的简化,将主要针对相干锁相环进行分析。实际上当载波环稳定跟踪时,其跟踪偏差对码跟踪精度的影响非常小,可以忽略。下述的分析假定本地已经精确复现接收信号的载波,因此卫星导航接收机的伪码跟踪环路可以简化为图2所示的结构。

导航信号接收机接收到带限的卫星信号

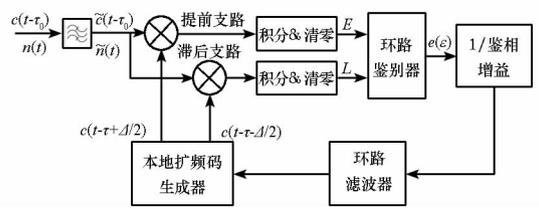


图2 伪码跟踪环路的结构框图

Fig.2 Scheme of code tracking loop

$\tilde{c}(t - \tau_0)$,并将其与本地生成的提前和滞后支路的复现信号 $c(t - \tau + \Delta/2)$ 和 $c(t - \tau - \Delta/2)$ 进行相关,鉴别器根据提前和滞后支路的相关值更新码相位的估计值 τ ,从而实现码相位的持续跟踪。

上图中早迟相关器的输出值分别是 E, L :

$$E = s_E + n_E$$

s_E, n_E 为提前支路相关值中的信号分量和噪声分量;

$$L = s_L + n_L,$$

s_L, n_L 为滞后支路相关值中的的信号分量和分量,两者相减:

$$E - L = s_E - s_L + n_E - n_L = \varepsilon_s + \varepsilon_n$$

ε_s 表示输入鉴别函数的信号分量, ε_n 表示输入鉴相函数的噪声分量。

当码跟踪环路稳定跟踪时,码相位的估计误差较小,记本地复现码与接收信号码相位之间的偏差为 $\delta = \tau - \tau_0$,则此时码跟踪环路的鉴别函数 $D(\delta)$ 可在 $\delta = 0$ 处线性化为

$$\varepsilon = \varepsilon_s + \varepsilon_n \cong K\delta + \varepsilon_n \quad (4)$$

其中:

K 表示 ε_s 在 $\delta = 0$ 处的斜率。

根据文献[7]中的结论可知,当码环的单边噪声带宽为 B_L 时(单位 Hz),跟踪精度与鉴别器增益、鉴别器输入噪声方差以及预检测积累时间之间的关系为

$$\sigma_\delta^2 = \frac{2B_L T_c \sigma_n^2}{K^2} \quad (5)$$

其中:

T_c 表示预检测积累时间(单位:s)。

σ_n^2 表示鉴别器中的噪声(即 $\tilde{n}(t)$ 经早迟相关累加后的相减所得噪声部分)方差(单位: W^2), K 表示鉴相增益(单位:1/s)。

σ_n^2 和 K 这两个参数在文献[7]中是借助于功率谱密度表示,最终表达式复杂且不易计算,本文将上述两个参数通过相关峰的形式表述,后面将会看到这种表述形式简洁且易于计算。

2 伪码跟踪精度分析

下面即根据式(5)的结论分析码跟踪环路的

跟踪精度。为了分析的简便,这里仅以相干早迟环为例,其鉴别函数为^[10]

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= \mathcal{R}\{E - L\} \\ &= \mathcal{R}\{s_E - s_L\} + \mathcal{R}\{n_E - n_L\} \end{aligned} \quad (6)$$

其中 \mathcal{R} 表示采用相干鉴别器,即取正交下变频后的同相支路。

假设码相位的估计值为 τ ,则滞后支路相关值中的信号分量为

$$\begin{aligned} s_L &= \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} \tilde{c}(t - \tau_0) c(t - \tau - \Delta/2) dt \\ &= \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} \int_{-B}^B S_c(f) e^{j2\pi f t} df c(t - \tau - \Delta/2) dt \\ &= \frac{1}{T_c} \int_{-B}^B S_c(f) \int_0^{T_c} c(t - \tau - \Delta/2) e^{j2\pi f t} dt df \end{aligned} \quad (7)$$

其中

$S_c(f)$ 表示经过带限信道后的扩频码 $\tilde{c}(t - \tau_0)$ 的频谱。

由于本地复现码 $c(t)$ 为实数,因此有 $c(t) = c^*(t)$ 。因为 $\delta + \Delta/2$ 相对于整个积分周期 T_c 非常小,因此可近似认为时域信号做微小的平移后频谱几乎不变^[7],即

$$\begin{aligned} &\int_0^{T_c} c(t - \tau - \Delta/2) e^{j2\pi f t} dt \\ &= e^{j2\pi f (\delta + \Delta/2)} \int_{\delta + \Delta/2}^{\delta + \Delta/2 + T_c} c(t - \tau_0) e^{j2\pi f t} dt \\ &\approx e^{j2\pi f (\delta + \Delta/2)} S_c^*(f) \end{aligned} \quad (8)$$

因此可以将式(7)简化为

$$\begin{aligned} s_L &= \frac{1}{T_c} \int_{-B}^B S_c(f) S_c^*(f) e^{j2\pi f (\delta + \Delta/2)} df \\ &= C \int_{-B}^B G_s(f) e^{j2\pi f (\delta + \Delta/2)} df \end{aligned} \quad (9)$$

同样地,可以得到超前支路相关值中的信号分量为

$$s_E = C \int_{-B}^B G_s(f) e^{j2\pi f (\delta - \Delta/2)} df \quad (10)$$

因此鉴相函数中的信号分量为

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &= \mathcal{R}\{s_E - s_L\} \\ &= \mathcal{R}\left\{C \int_{-B}^B G_s(f) e^{j2\pi f (\delta - \Delta/2)} df\right\} \\ &\quad - \mathcal{R}\left\{C \int_{-B}^B G_s(f) e^{j2\pi f (\delta + \Delta/2)} df\right\} \\ &= -C \int_{-B}^B 2G_s(f) \sin(\pi f \Delta) \sin(2\pi f \delta) df \end{aligned} \quad (11)$$

当码跟踪环路稳定跟踪时,码相位跟踪偏差非常小,因此上式可以近似为

$$\begin{aligned} \varepsilon_s &\approx -C \int_{-B}^B G_s(f) \sin(\pi f \Delta) 4\pi f \delta df \\ &\triangleq -CK_0 \delta \\ &= K\delta \end{aligned} \quad (12)$$

其中 $-CK_0$ 即为环路的鉴相增益。

利用功率谱与相关函数之间的对应关系^[11],可以得到

$$\begin{aligned} K_0 &= 4\pi \int_{-B}^B f G_s(f) \sin(\pi f \Delta) df \\ &= -\mathcal{R}\left\{2 \int_{-B}^B j2\pi f G_s(f) e^{j2\pi f \tau} df\right\} \Big|_{\tau=\Delta/2} \\ &= -\mathcal{R}\left\{\frac{2\partial}{\partial \tau} \int_{-B}^B G_s(f) e^{j\pi f \tau} df\right\} \Big|_{\tau=\Delta/2} \\ &= -\frac{2\partial \tilde{R}(\tau)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=\Delta/2} \end{aligned} \quad (13)$$

其中 $\tilde{R}(\tau)$ 表示经过理想带限作用后的自相关函数,为实数。

由上式可知,环路的鉴相增益取决于信号功率以及相关函数的在 $\tau = \Delta/2$ 处的斜率。

下面分析鉴别器输入噪声的方差。提前和滞后支路相关值中的噪声分量分别为

$$n_E = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} n(t) c(t - \tau + \Delta/2) dt \quad (14)$$

$$n_L = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} n(t) c(t - \tau - \Delta/2) dt \quad (15)$$

因此(6)式鉴相函数中的噪声分量为

$$\begin{aligned} \varepsilon_n &= \mathcal{R}\{n_E - n_L\} \\ &= \mathcal{R}\left\{\frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} n(t) [c(t - \tau + \Delta/2) - c(t - \tau - \Delta/2)] dt\right\} \end{aligned} \quad (16)$$

为了简化推导过程,令上式中大括号内的部分为

$$\varepsilon_x = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} n(t) [c(t - \tau - \Delta/2) - c(t - \tau + \Delta/2)] dt$$

则式(16)噪声方差的求解表达式为

$$\sigma_n^2 = E(\varepsilon_n^2) = R[E(\varepsilon_x^2)] = R(\sigma_x^2)$$

为求解 σ_x^2 ,令

$$C(t) \triangleq c(t - \tau + \Delta/2) - c(t - \tau - \Delta/2)$$

则:

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= E\left\{\frac{1}{T_c^2} \left[\int_0^{T_c} \int_0^{T_c} n^*(u) n(t) C^*(u) C(t) du dt\right]\right\} \\ &= \frac{1}{T_c^2} \int_0^{T_c} \int_0^{T_c} R(u - t) C^*(u) C(t) du dt \\ &= \frac{1}{T_c^2} \int_0^{T_c} \int_0^{T_c} \int_{-B}^B (N_0/2) e^{j2\pi f (u-t)} C^*(u) C(t) du dt \end{aligned}$$

使用和式(7)类似的分析方法,进一步推导可以得到鉴别器中噪声分量的方差为

$$\begin{aligned} \sigma_n^2 &= \frac{2CN_0}{T_c^2} \int_{-B}^B G_s(f) \sin^2(\pi f \Delta) df \\ &= \frac{CN_0}{T_c^2} \int_{-B}^B G_s(f) [1 - \cos(2\pi f \Delta)] df \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{CN_0}{T_c^2} \int_{-B}^B G_s(f) [e^{j2\pi f^0} - 0.5(e^{j2\pi f \Delta} + e^{-j2\pi f \Delta})] df \\
 &= \frac{CN_0}{T_c^2} [\bar{R}(0) - 0.5(\bar{R}(\Delta) + \bar{R}(-\Delta))] \\
 &= \frac{CN_0}{T_c^2} [\bar{R}(0) - \bar{R}(\Delta)] \quad (17)
 \end{aligned}$$

最后一步的推导基于当前端滤波器为理想滤波器时可得

$$\bar{R}(\Delta) = \bar{R}(-\Delta) \quad (18)$$

因此,可以得到码环跟踪精度的解析表达式为:

$$\sigma_\delta^2 = \frac{B_L [\bar{R}(0) - \bar{R}(\Delta)]}{2C/N_0 \left[\left. \frac{\partial \bar{R}(\tau)}{\partial \tau} \right|_{\tau=\Delta/2} \right]^2} \quad (19)$$

文献[7]中得到的码跟踪精度的表达式为

$$\sigma_\delta^2 = \frac{B_L \int_{-B}^B G_s(f) \sin^2(\pi f \Delta) df}{4\pi^2 C/N_0 \left(\int_{-B}^B f G_s(f) \sin(\pi f \Delta) df \right)^2} \quad (20)$$

由分析过程可知,这两个表达式是完全等价的。但是式(19)得到的码跟踪精度的表达式只和相关函数有关,而式(20)需要计算扩频信号的功率谱密度。由于扩频信号功率谱密度的求解比相关函数通常要复杂很多,因此本文得到的结论可以简化码跟踪精度的分析。

3 数值仿真

下面通过 Monte Carlo 仿真的方法对上述的理论分析进行验证。具体的仿真参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数

Tab.1 Simulating parameters

调制方式	BPSK(1)/BOC(1,1)
载噪比	40dBHz
采样率	10 MHz
预检测积累时间	1ms
码环带宽	2Hz
仿真时长	10s

首先验证前端带宽固定时,不同早迟码间隔下的码跟踪精度。当前端双边带宽为 2MHz 和 8MHz 时,不同早迟码间隔下的码跟踪精度如图 3、图 4 所示。

由上图可见,仿真结果和理论值吻合度非常高,并且码跟踪精度随早迟码间隔的减小而提高。

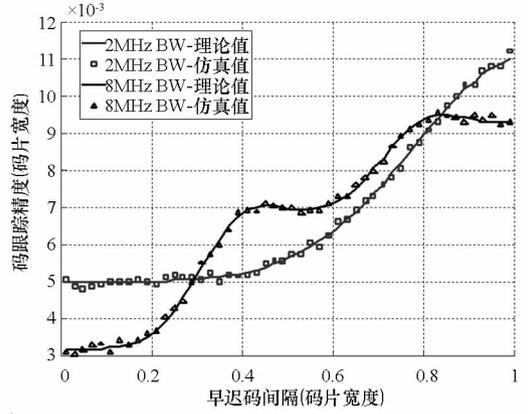


图 3 BPSK(1)信号不同早迟码间隔下的码跟踪精度
Fig.3 BPSK(1) code tracking accuracy of different early-late spacing

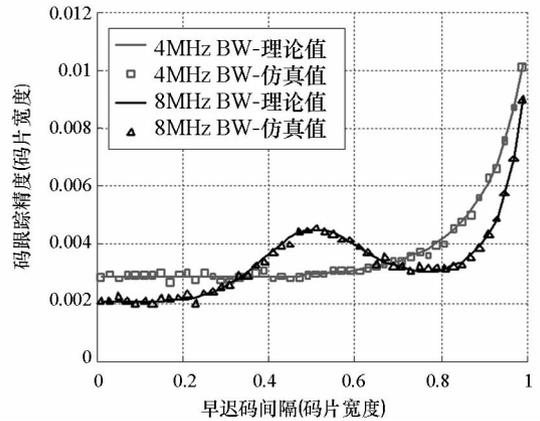


图 4 BOC(1,1)信号不同早迟码间隔下的码跟踪精度
Fig.4 BOC(1,1) code tracking accuracy of different early-late spacing

当早迟码间隔固定时,不同前端带宽下的码跟踪精度如图 5、图 6 所示。

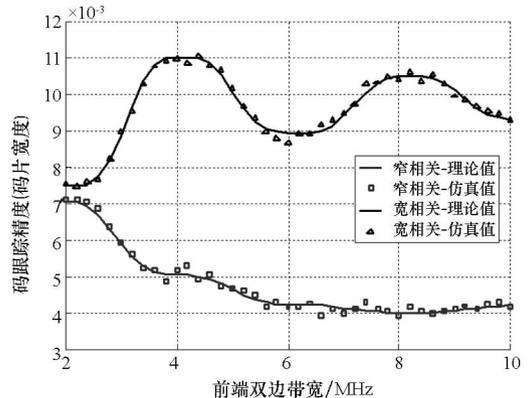


图 5 BPSK(1)信号不同前端带宽下的码跟踪精度
Fig.5 BPSK(1) code tracking accuracy of different frontend bandwidth

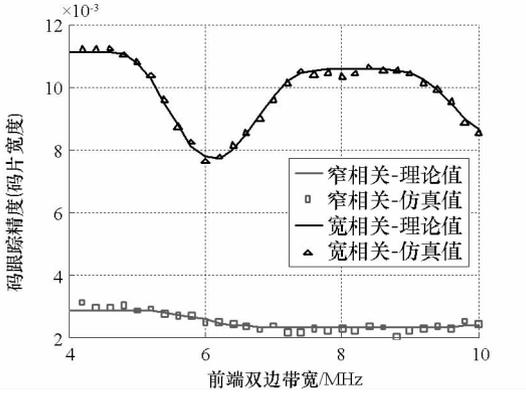


图 6 BOC(1,1)信号不同前端带宽下的码跟踪精度
Fig. 6 BOC(1,1) code tracking accuracy of different frontend bandwidth

由上图可见,当早迟码间隔固定时,存在最优的前端带宽。提高信号带宽反而会降低环路的跟踪精度。导航接收机的码跟踪环路通常使用宽相关(1个码片)和窄相关(1/4个码片)早迟鉴别器,其对应的最优环路带宽分别约为 2MHz 和 8MHz。

4 结论

本文针对理想带限条件下码跟踪环路的精度进行了理论分析,从时域相关峰的角度给出了码跟踪精度的解析表达式。该表达式形式简洁,计算方便,可以直接应用于实际接收机码环的性能评估。论文分析了 BPSK 和 BOC 调制信号相干早迟环的跟踪精度,相关分析方法可以推广到其他形式的码跟踪环路和其他形式的调制方式。

参考文献 (References)

- [1] Parkinson B W, Spilker J J, Jr, Axelrad P, et al. Global positioning system: theory and applications [M]. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996.
- [2] Van Dierendonck A J. Gps Receivers, Chapter 8 of Global Positioning System: Theory and Applications, Volume1 [M]. AIAA, 1996.
- [3] Barker. Overview of the GPS M Code Signal [C]//Proceedings of U S Institute of Navigation NTM Conference, Anaheim, CA, 2000.
- [4] Betz J W. Design and performance of code tracking for the GPS M code signal [C]//Proceedings of the Institute of Navigation GNSS, USA, 2000.
- [5] Dierendonck V A. The new civil GPS L5 signal [J]. GPS World, 2000; 64 - 71.
- [6] Holmes J K. Code tracking loop performance including the effects of channel filtering and gaussian interference [C]//ION Annual Meeting, USA, 2000.
- [7] Betz J W. Generalized theory of GPS code tracking accuracy with an early-late discriminator, part 1: Lower Bound and Coherent Processing [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009.
- [8] Betz J W. Generalized theory of GPS code tracking accuracy with an early-late discriminator, Part 2: Noncoherent Processing and Numerical Results [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2009.
- [9] 许晓勇. 卫星导航接收机高精度建模、分析及优化设计研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2008.
XU Xiaoyong, Study on high-precision modeling, analysis and optimization design for satellite navigation receiver [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2008. (in Chinese)
- [10] Kaplan E D, Hegarty C J. Understanding GPS: principles and applications [M]. 2nd ed. Norwood, MA, Artech House, 2006.
- [11] Kay S M. 统计信号处理基础—估计与检测理论 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2006.
Kay S M. Fundamentals of statistical signal procesing [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006. (in Chinese)