

基于磁强计和光纤陀螺的小卫星姿态确定非线性滤波算法*

吴锦杰¹, 刘 昆¹, 石 实², 张斌斌¹

(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;
2. 北京市航天指挥控制中心, 北京 100094)

摘要:提出了一种小卫星姿态确定的非线性滤波算法,该算法利用三轴磁强计和光纤陀螺作为姿态敏感器。在非线性和滤波器的设计中,从两个方面对平方根 sigma 点卡尔曼滤波方法进行改进。第一,把姿态四元数的矢量部分、光纤陀螺的漂移和噪声组合,得到滤波器的增广状态向量;第二,分别建立向量旋转模型、最优化模型和误差四元数乘法模型来确保非线性滤波过程中四元数的归一化约束。仿真分析结果表明,本文提出的非线性滤波算法能够有效地提高小卫星的定姿性能,与扩展卡尔曼滤波相比,具有较高的精度、稳定性和较快的收敛速度;与无迹卡尔曼滤波相比,收敛性相当,但是精度略优,稳定性和计算效率较高。

关键词:非线性滤波;增广状态向量;向量旋转;最优化;误差四元数;姿态确定;小卫星

中图分类号: V412.4 文献标志码: A 文章编号: 1001-2486(2013)01-0001-06

Nonlinear filter algorithm for micro satellite attitude determination via magnetometer and fiber optic gyroscope

WU Jinjie¹, LIU Kun¹, SHI Shi², ZHANG Binbin¹

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China)

Abstract: A new nonlinear filter algorithm for micro satellite attitude determination was proposed, which adopted three-axis magnetometer (TAM) and fiber optic gyroscope (FOG) as attitude sensors. In the design of the nonlinear filter, square-root sigma point Kalman filter was modified. Firstly, an augmented state vector was derived by combining the vector part of attitude quaternion, the bias and noises of FOG. Secondly, vector rotational model, optimization model and error quaternion multiplication model were established to guarantee the quaternion normalization constraint in the process of nonlinear filter. The simulation results indicate that attitude determination performance is improved effectively by the presented algorithm. In comparison with EKF, the accuracy and stability of the proposed algorithm is much better, and the convergent speed is faster. In comparison with UKF, the convergence is equivalent, the accuracy is slight better, while the stability and computing efficiency are both higher.

Key words: nonlinear filter; augmented state vector; vector rotation; optimization; error quaternion; attitude determination; micro satellite

小卫星具有质量轻、体积小、制造周期短、功能密度高等特点,在军用和民用领域具有广泛的应用前景。为了减轻小卫星的质量,应采用质量轻、功耗低的部件。小卫星的姿态确定系统为其提供实时的姿态信息,姿态确定的精度直接影响小卫星的控制精度,从而影响卫星的工作性能。

近年来,很多学者基于不同的敏感器,采用不同的方法对卫星的姿态确定问题进行了深入研究。文献[1-4]使用扩展卡尔曼滤波的方法来估计卫星的姿态;文献[5]采用陀螺、红外地平仪、太阳敏感器、GPS 构建了组合的定姿系统,结合扩展卡尔曼滤波改进了联邦滤波结构,提出了

一种具有较强容错性和适应性的信息融合方法;文献[6]提出了基于磁强计和红外地平仪的轨道和姿态同时确定方法,推导了轨道姿态一体化确定的扩展卡尔曼滤波算法;文献[7]基于陀螺和磁强计,研究了姿态偏差为小角度的情况下,应用扩展卡尔曼滤波来对卫星组合定姿。然而,由于扩展卡尔曼滤波依赖于非线性模型的线性化,因此在一些情形中会导致滤波结果的发散。针对这个问题,一些学者使用非线性的滤波方法来替代扩展卡尔曼滤波。文献[8]提出平方根无迹卡尔曼滤波算法用于状态估计和参数估计,相对于标准的无迹卡尔曼滤波,它的计算量少且能够保证状态方差的半正

* 收稿日期:2012-06-25

基金项目:国家 863 计划资助项目

作者简介:吴锦杰(1983—),男,湖南芷江人,博士研究生,E-mail:wujinjie746@163.com;

刘昆(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:liukun@nudt.edu.cn

定性;文献[9]仅采用三轴磁强计作为测量设备,提出了利用无迹卡尔曼滤波处理地磁场测量数据对低轨道卫星的自主定姿算法;文献[10]把平方根 sigma 点卡尔曼滤波应用于航天器的相对导航,与标准扩展卡尔曼滤波相比,具有更快的收敛率;文献[11]提出了不相关的无迹滤波方法,采用星敏感器和陀螺的组合定姿方法,但是该方法有一个假定条件,即过程方程和量测方程状态的不相关性;文献[12]考虑加性噪声的情况,比较了增广和非增广的无迹卡尔曼滤波性能。对于在滤波过程中会破坏姿态四元数的归一化特性的问题,文献[13]提出的 q 方法能够保持四元数的归一化特性,但是它只能处理向量型的测量值;在文献[14]的姿态滤波方程中,分别使用四元数和广义的三维姿态来表示全局的姿态参数和局部的姿态误差,并且由局部姿态误差得到了乘法的四元数误差来保证四元数的归一化特性。

本文提出了一种基于磁强计和光纤陀螺的小卫星姿态确定非线性滤波算法,该算法从两个方面改进了平方根 sigma 点卡尔曼滤波方法,把姿态四元数的矢量部分、陀螺漂移和噪声合并得到了增广的状态向量。为了确保四元数的归一化特性,在非线性的滤波器中,分别利用向量旋转模型、最优化模型和误差四元数模型来处理四元数。最后通过仿真实验验证了本文的非线性滤波算法能够有效地提高小卫星的定姿性能,并且在定姿精度和算法的收敛性、稳定性、计算效率上分别与扩展卡尔曼滤波和无迹卡尔曼滤波进行了分析和比较。

1 姿态运动学和传感器模型

1.1 姿态运动学模型

由于四元数具有非奇异性,因此采用四元数来表示小卫星的姿态,定义姿态四元数为

$$\boldsymbol{q} = [\boldsymbol{p}^T, q_4]^T \quad (1)$$

其中, \boldsymbol{q} 为小卫星的本体坐标系相对于惯性坐标系的姿态四元数, $\boldsymbol{p} = [q_1, q_2, q_3]^T$ 是姿态四元数的矢量部分, q_4 为姿态四元数的标量部分。

姿态四元数的乘积定义为

$$\boldsymbol{q} \otimes \boldsymbol{q}' = \begin{bmatrix} q_4 \boldsymbol{I}_{3 \times 3} - (\boldsymbol{p} \times) & \boldsymbol{p} \\ -\boldsymbol{p}^T & q_4 \end{bmatrix} \boldsymbol{q}' \quad (2)$$

其中, $(\boldsymbol{p} \times)$ 表示向量的反对称矩阵。

它的逆定义为

$$\boldsymbol{q}^{-1} = [-\boldsymbol{p}^T, q_4]^T \quad (3)$$

满足 $\boldsymbol{q} \otimes \boldsymbol{q}^{-1} = [0, 0, 0, 1]^T$ 的约束。

小卫星姿态的方向余弦阵与姿态四元数具有

如下的对应关系

$$\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{\Xi}^T(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{q}) \quad (4)$$

其中,

$$\boldsymbol{\Xi}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} q_4 \boldsymbol{I}_{3 \times 3} + (\boldsymbol{p} \times) \\ -\boldsymbol{p}^T \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\boldsymbol{\Psi}(\boldsymbol{q}) = \begin{bmatrix} q_4 \boldsymbol{I}_{3 \times 3} - (\boldsymbol{p} \times) \\ -\boldsymbol{p}^T \end{bmatrix} \quad (6)$$

用姿态四元数表示的小卫星姿态运动学方程为

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) \boldsymbol{q} \quad (7)$$

其中, $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \omega_3]^T$ 是小卫星本体相对于惯性系的角速度在本体坐标系中的分量。

1.2 光纤陀螺的测量模型

假定光纤陀螺的三个测量轴分别对准小卫星本体系统的惯量主轴三个方向,它能够提供小卫星本体相对于惯性系的角速度,但是由于陀螺漂移、初始条件的不确定性、测量噪声等因素的存在,由陀螺数据积分得到的姿态参数信息将存在随时间增长的误差。它的测量模型为

$$\begin{cases} \boldsymbol{\omega}_g = \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{b} + \boldsymbol{\eta}_a \\ \dot{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{\eta}_b \end{cases} \quad (8)$$

其中, $\boldsymbol{\omega}_g$ 为实际测量得到的光纤陀螺输出值, $\boldsymbol{\omega}$ 为航天器本体相对于惯性系的角速度在本体系中的分量, \boldsymbol{b} 为陀螺的漂移值, $\boldsymbol{\eta}_a$ 和 $\boldsymbol{\eta}_b$ 为独立的高斯噪声,满足

$$\begin{cases} E\{\boldsymbol{\eta}_a(t)\} = 0, E\{\boldsymbol{\eta}_a(t_1)\boldsymbol{\eta}_a^T(t_2)\} = \boldsymbol{I}_{3 \times 3} \sigma_a^2 \delta(t_1 - t_2) \\ E\{\boldsymbol{\eta}_b(t)\} = 0, E\{\boldsymbol{\eta}_b(t_1)\boldsymbol{\eta}_b^T(t_2)\} = \boldsymbol{I}_{3 \times 3} \sigma_b^2 \delta(t_1 - t_2) \end{cases} \quad (9)$$

其中, σ_a^2 和 σ_b^2 分别表示 $\boldsymbol{\eta}_a$ 和 $\boldsymbol{\eta}_b$ 的标准差。

1.3 磁强计的测量模型

假定磁强计的三个测量轴与小卫星本体的三个惯量主轴方向是平行的,磁强计可以获取卫星轨道上的地磁场强度,理论上的测量数据就是其所处位置地磁场的真实值,但是真实的磁强计由于制造、本身磁性元件存在各种误差,其实际测量值与理论值存在差异。它的测量模型为

$$\boldsymbol{B}_b = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{B}_o + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (10)$$

其中, \boldsymbol{B}_o 为由地磁场模型计算得到的轨道系上的磁场强度, $\boldsymbol{A}(\boldsymbol{q})$ 为小卫星轨道系到本体系的方向余弦阵, \boldsymbol{B}_b 为磁强计在小卫星本体上的实际测量值, $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为磁强计的高斯噪声。

2 姿态估计的非线性滤波算法

小卫星在轨飞行期间,磁强计以一定的采样

频率提供地磁场矢量在磁强计坐标系中的三个分量,通过一定的算法可以求解小卫星的姿态,但是结果很粗糙且误差较大。引入光纤陀螺测量小卫星的角速度,把两种传感器结合起来,并且根据四元数的运动学模型,通过滤波算法对磁强计和光纤陀螺的测量数据进行处理,以提高姿态估计的精度。本文的滤波算法即是基于上述原理,其工作原理框图如图1所示。

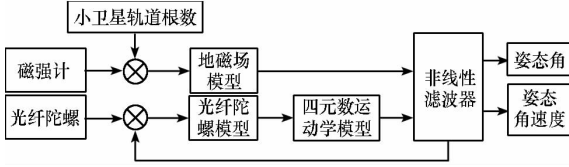


图1 本文算法的工作原理框图

Fig.1 The operating principle block diagram

设计非线性滤波器的状态方程为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}) \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{b}} = \boldsymbol{\eta}_b \end{cases} \quad (11)$$

它的观测方程为式(11)。

增广状态向量和标准差矩阵分别为

$$\hat{\mathbf{x}}_k^+ = [\hat{\mathbf{p}}_k^{+T}, \hat{\mathbf{b}}_k^{+T}, \hat{\boldsymbol{\eta}}_{a_k}^T, \hat{\boldsymbol{\eta}}_{b_k}^T]^T \in \mathcal{R}^{12 \times 1} \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_k^+ = \text{diag}[\sqrt{\mathbf{P}_k^p}, \sqrt{\mathbf{P}_k^b}, \sqrt{\mathbf{Q}_k^{\eta_a}}, \sqrt{\mathbf{Q}_k^{\eta_b}}] \in \mathcal{R}^{12 \times 12} \quad (13)$$

其中, $\hat{\mathbf{p}}_k^+$ 为姿态四元数的向量部分, $\hat{\mathbf{b}}_k^+$ 为光纤陀螺的漂移, $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{a_k}$ 和 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_{b_k}$ 分别为光纤陀螺的测量噪声和漂移斜率噪声, \mathbf{P}_k^p 、 \mathbf{P}_k^b 、 $\mathbf{Q}_k^{\eta_a}$ 、 $\mathbf{Q}_k^{\eta_b}$ 分别为姿态四元数向量部分、光纤陀螺漂移、光纤陀螺噪声的方差矩阵。

给定增广状态向量和增广方差矩阵平方根的初始估计 $\hat{\mathbf{x}}_k^a$ 、 $\hat{\mathbf{S}}_k^a$, 由式(14)计算增广状态向量的 sigma 点。

$$\boldsymbol{\chi}_{i,k}^a = \begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_k^a, & i=0 \\ \hat{\mathbf{x}}_k^a + \gamma \hat{\mathbf{S}}_{i,k}^a, & i=1, \dots, 12 \\ \hat{\mathbf{x}}_k^a - \gamma \hat{\mathbf{S}}_{i,k}^a, & i=13, \dots, 24 \end{cases} \quad (14)$$

其中, $\hat{\mathbf{S}}_{i,k}^a$ 表示矩阵的第 i 列, γ 为可调参数^[8]。定义式(14)中的 $\gamma \hat{\mathbf{S}}_{i,k}^a$ 为

$$\gamma \hat{\mathbf{S}}_{i,k}^a = [\boldsymbol{\zeta}_{i,k}^{pT}, \boldsymbol{\zeta}_{i,k}^{bT}, \boldsymbol{\zeta}_{i,k}^{\eta_a T}, \boldsymbol{\zeta}_{i,k}^{\eta_b T}]^T \quad (15)$$

在式(14)中,陀螺漂移和过程噪声的 sigma 点可以直接计算,而单位四元数对数学加法和减法运算不封闭,不能直接用上式计算。由于 $\boldsymbol{\zeta}_{i,k}^p$ 是一个三维的矢量,使用误差四元数的乘法之前必须把它扩充为四维的单位四元数。对此,把四元数受到 $\boldsymbol{\zeta}_k^p$ 的干扰用向量旋转模型来表示,得到了一个误差四元数

$$\delta \mathbf{q}_{i,k}^+ = \left[\boldsymbol{\zeta}_{i,k}^{pT} \sin\left(\frac{|\boldsymbol{\zeta}_{i,k}^p|}{2}\right) / |\boldsymbol{\zeta}_{i,k}^p|, \cos\left(\frac{|\boldsymbol{\zeta}_{i,k}^p|}{2}\right) \right]^T \quad (16)$$

再使用误差四元数乘以四元数估计的方法来计算四元数的 sigma 点。

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{0,k}^q = \hat{\mathbf{q}}_k^+ & i=0 \\ \boldsymbol{\chi}_{i,k}^q = \delta \mathbf{q}_{i,k}^+ \otimes \hat{\mathbf{q}}_k^+ & i=1, \dots, 12 \\ \boldsymbol{\chi}_{i,k}^q = (\delta \mathbf{q}_{i,k}^+)^{-1} \otimes \hat{\mathbf{q}}_k^+ & i=13, \dots, 24 \end{cases} \quad (17)$$

由上面计算得到的 sigma 点,根据式(11)的离散方程式(18)来计算四元数和陀螺漂移的一步预测值

$$\begin{cases} \boldsymbol{\chi}_{i,k+1}^q = \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\chi}_{i,k}^\omega) \boldsymbol{\chi}_{i,k}^q \\ \boldsymbol{\chi}_{i,k+1}^b = \boldsymbol{\chi}_{i,k}^b + \boldsymbol{\chi}_{i,k}^{\eta_b} \cdot \Delta t \end{cases} \quad (18)$$

其中

$$\boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\chi}_{i,k}^\omega) = \begin{bmatrix} c \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} - (\boldsymbol{\psi}_k \times) & \boldsymbol{\psi}_k \\ -\boldsymbol{\psi}_k^T & c \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\boldsymbol{\psi}_k = \sin(0.5 \|\boldsymbol{\chi}_{i,k}^\omega\| \Delta t) \boldsymbol{\chi}_{i,k}^\omega / \|\boldsymbol{\chi}_{i,k}^\omega\| \quad (20)$$

$$c = \cos(0.5 \|\boldsymbol{\chi}_{i,k}^\omega\| \Delta t) \quad (21)$$

$$\boldsymbol{\chi}_{i,k}^\omega = \boldsymbol{\omega}_g - \boldsymbol{\chi}_{i,k}^b - \boldsymbol{\chi}_{i,k}^{\eta_a T} \quad (22)$$

状态向量一步预测的均值为

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^{x-} = \sum_{i=0}^{24} W_i^m \boldsymbol{\chi}_{i,k+1}^x \quad (23)$$

其中, W_i^m 为状态的权系数^[8]。上式中同样存在对数学加法和矢量乘法运算不封闭的问题。为了使得均值 $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}^{x-}$ 中的四元数部分满足归一化约束,建立一个最优化问题的数学模型来求解其中的四元数部分^[11]。

$$\begin{cases} \min J = \sum_{i=1}^n (\delta \mathbf{p}_i)^T \mathbf{W}_i (\delta \mathbf{p}_i) \\ \text{st } \mathbf{q}^T \mathbf{q} = 1 \end{cases} \quad (24)$$

其中, $\mathbf{W}_i \in \mathcal{R}^{3 \times 3}$ 是第 i 个正定的权重矩阵, $\delta \mathbf{p}_i$ 是 $\delta \mathbf{q}_i = \mathbf{q}_i \otimes \mathbf{q}^{-1}$ 的向量部分,可以表示为:

$$\delta \mathbf{p}_i = -q_{i,4} \mathbf{p} + (\mathbf{p}_i \times) \mathbf{p} + q_{i,4} \mathbf{p}_i = -\boldsymbol{\Psi}^T(\mathbf{q}_i) \mathbf{q} \quad (25)$$

把式(26)代入式(25)中的目标函数得到

$$\begin{cases} \min J(\mathbf{Q}) = \mathbf{q}^T \mathbf{N} \mathbf{q} \\ \text{st } \mathbf{q}^T \mathbf{q} = 1 \end{cases} \quad (26)$$

其中

$$\mathbf{N}(\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_n) = \sum_{i=1}^n \boldsymbol{\Psi}(\mathbf{q}_i) \mathbf{W}_i^m \boldsymbol{\Psi}^T(\mathbf{q}_i) \quad (27)$$

根据拉格朗日乘子法求解上述最优化方程,得到一个代价函数

$$\bar{J}(\mathbf{q}) = \mathbf{q}^T \mathbf{N} \mathbf{q} + \lambda (1 - \mathbf{q}^T \mathbf{q}) \quad (28)$$

其中, λ 为拉格朗日乘子。根据最小化 $\bar{J}(\mathbf{q})$ 的必

要条件,对 \bar{J} 求 q 的偏导数可以得到

$$Nq = \lambda q \quad (29)$$

因此,能够最小化目标函数 $\bar{J}(Q)$ 所对应的四元数 q 必然是 N 的最小特征值所对应的特征向量。 \hat{x}_{k+1}^x 中的四元数 \hat{q}_{k+1}^- 即由式(29)计算。

在计算 S_k^{x-} 时,需要使用四元数的一步预测值与四元数一步预测均值的逆的乘法来计算 S_k^{x-} 的四元数部分:

$$\sigma'_i = \chi_{i,k+1/k}^q \otimes (\hat{q}_{k+1}^-)^{-1} \quad i = 0, \dots, 24 \quad (30)$$

$$S_k^{x-} = \text{QR} \left\{ \sqrt{W_{1:24}^c} \begin{bmatrix} \sigma'_{1:24} \\ (\chi_{1:24,k+1}^b - \hat{b}_{k+1}^-) \end{bmatrix} \right\} \quad (31)$$

$$S_k^{x-} = \text{cholupdate} \left\{ S_k^{x-}, \begin{bmatrix} \sigma'_0 \\ (\chi_{0,k+1}^b - \hat{b}_{k+1}^-) \end{bmatrix}, W_0^c \right\} \quad (32)$$

其中, W_i^c 为方差的权系数^[8]。

根据式(33),代入四元数的一步预测值和轨道系中的地磁场强度即可得到在小卫星本体系下的磁场强度的一步预测值、均值和方差的平方根

$$B_{i,b_{k+1/k}} = A(\chi_{i,k+1/k}^q) B_o + \chi_k^c \quad (33)$$

$$\hat{B}_{b_{k+1}}^- = \sum_{i=0}^{24} W_i^m B_{i,b_{k+1/k}} \quad (34)$$

$$S_{k+1}^y = \text{QR} \left\{ \left[\sqrt{W_{1:24}^c} (B_{1:24,b_{k+1/k}} - \hat{B}_{b_{k+1}}^-) \right] \right\} \quad (35)$$

$$S_{k+1}^y = \text{cholupdate} \{ S_{k+1}^y, B_{0,b_{k+1/k}} - \hat{B}_{b_{k+1}}^-, W_0^c \} \quad (36)$$

根据式(37)更新估计的状态向量

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k^- + K_k (y_k - \hat{y}_k^-) \quad (37)$$

其中

$$K_{k+1} = (P_{k+1}^{xy} / S_{k+1}^{yT}) / S_{k+1}^y \quad (38)$$

$$P_{k+1}^{xy} = \sum_{i=0}^{24} W_i^c \begin{bmatrix} \sigma'_i \\ (\chi_{i,k+1/k}^b - \hat{b}_{k+1}^-) \end{bmatrix} (B_{i,b_{k+1/k}} - \hat{B}_{b_{k+1}}^-)^T \quad (39)$$

在式(37)中,状态向量的四元数部分采用误差四元数与四元数一步预测的均值的乘法来计算

$$\begin{cases} \hat{q}_{k+1}^+ = \delta q_{k+1}^+ \otimes \hat{q}_{k+1}^- \\ \delta q_{k+1}^+ = [\delta p^{+T}, \delta q_4^+]^T \\ \delta q_4^+ = \sqrt{1 - \delta p^{+T} \delta p^+} \end{cases} \quad (40)$$

其中, δp^+ 为 $K_{k+1} (\hat{B}_{b_{k+1}}^- - \hat{B}_{b_{k+1}}^-)$ 的前三行。

标准差矩阵的更新则由式(41)求得^[8]。

$$\begin{cases} S_{k+1}^{x+} = \text{cholupdate} \{ S_{k+1}^{x-}, U, -1 \} \\ U = K_{k+1} S_{k+1}^y \end{cases} \quad (41)$$

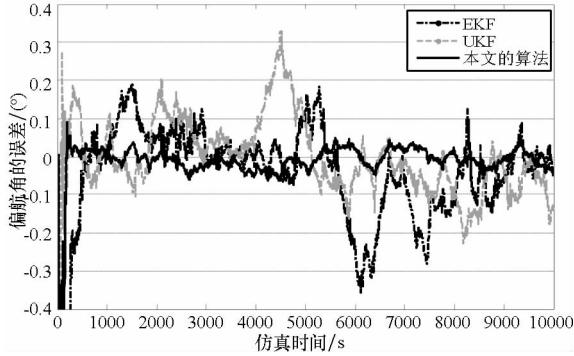
3 数值仿真及结果分析

利用数值仿真对本文提出的非线性滤波算法进行验证。假定小卫星的轨道高度为 350km,轨道倾角为 50° ,轨道偏心率为 0.001;地磁场模型采用斜偶极子模型,磁强计测量噪声的标准差为 300nT;光纤陀螺角速率常值漂移为 $20^\circ/\text{h}$,测量随机噪声的标准差为 $0.05^\circ/\sqrt{\text{h}}$,漂移斜率噪声标准差为 $0.002^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。光纤陀螺的采样频率为 0.1s,磁强计的采样频率为 1s,数值仿真的步长取为 $dt=0.1\text{s}$,仿真时长为 10 000s。姿态角初始估计的偏差为 $[5^\circ; 9^\circ; 16^\circ]^T$,陀螺漂移初始估计的偏差为 $[1.696\text{e}-5; 1.696\text{e}-5; 1.696\text{e}-5]^T$ 。数值仿真使用的计算机硬件配置为英特尔 2.60GHz 的双核酷睿 CPU,内存为 2GB。

根据以上参数分别运行 EKF、UKF 和本文的算法,得到小卫星姿态角误差和姿态角速度误差的变化曲线分别如图 2 和图 3 所示,姿态角误差和姿态角速度误差绝对值的统计结果分别如表 1 和表 2 所示,三种算法计算时长的比较结果表 3 所示。

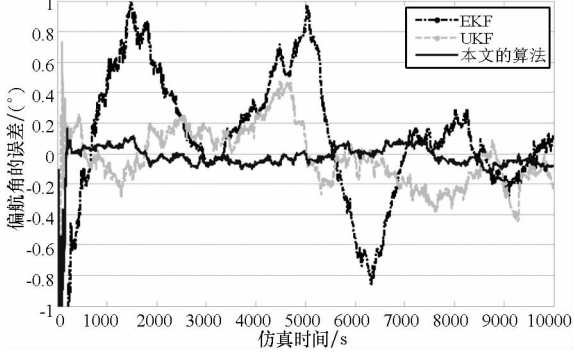
对于姿态角的滤波结果,从图 2 可见,在仿真运行约 400s 之后,本文算法和 UKF 的结果就已经开始收敛了,因此它们的收敛速度相当,但是相对于 EKF,本文算法的收敛时间要快 300s。在算法的稳定性上,一方面,本文算法得到的三个方向姿态角误差的变化区间分别为 ± 0.05 、 ± 0.1 、 ± 0.1 ,而 UKF 和 EKF 对应的结果分别为 ± 0.2 、 ± 0.4 、 ± 0.5 和 ± 0.3 、 ± 0.8 、 ± 0.6 ;另一方面,从表 1 可见,比较三个方向姿态角误差的标准差,本文算法的结果均为最小,因此说明了本文算法在稳定性上是三者中最优的。同样,三个方向姿态角误差的均值,本文算法的结果也为最小,尽管在部分时间节点上,UKF 的结果优于本文算法,但是从总体上来分析,本文算法在精度上略优于 UKF,却明显优于 EKF。

对于姿态角速度的滤波结果,从图 3 可见,在滤波结果收敛之后,本文算法得到三个方向姿态角速度误差的变化范围分别为 ± 0.002 、 ± 0.002 、 ± 0.0025 ,而 UKF 和 EKF 对应的结果则分别为 ± 0.006 、 ± 0.006 、 ± 0.008 和 ± 0.01 、 ± 0.01 、 ± 0.015 。同时,从表 2 可见,无论是均值还是标准差,本文算法的误差结果比 UKF 和 EKF 要小一个数量级,因此,在精度和稳定性上是三者中最优的。



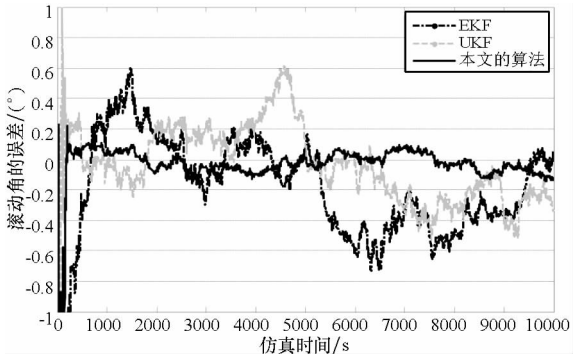
(a) 偏航角的误差

(a) The error of yaw angle



(b) 俯仰角的误差

(b) The error of pitch angle



(c) 滚动角的误差

(c) The error of roll angle

图 2 三种滤波算法的姿态角误差

Fig. 2 The attitude angle error of three filter algorithms

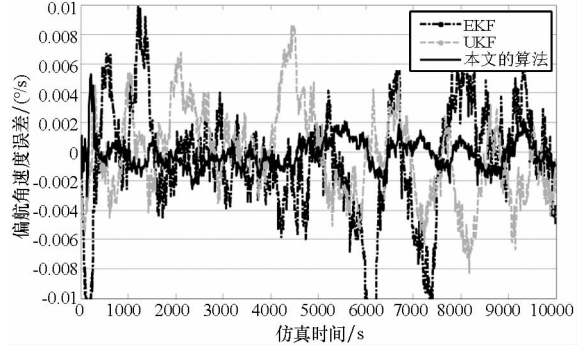
表 1 姿态角误差绝对值的统计结果比较

Tab. 1 The statistical results comparison of the absolute value of attitude angle error

滤波算法	EKF	UKF	本文的算法	
偏航角误差	均值	0.1294	0.0908	0.0341
	标准差	0.4185	0.2332	0.1524
俯仰角误差	均值	0.4007	0.1854	0.0735
	标准差	0.7261	0.3979	0.2951
滚动角误差	均值	0.4145	0.2521	0.1003
	标准差	1.2240	0.7483	0.5335

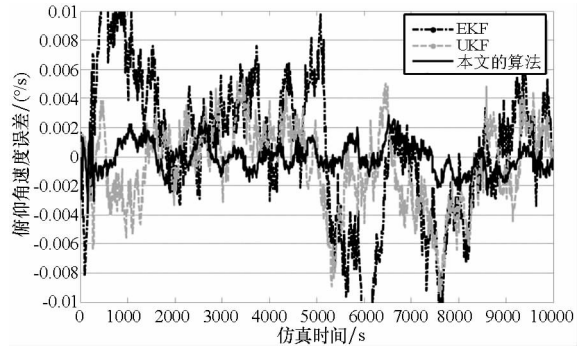
对于计算效率,从表 3 可见,三种算法每一步滤波的平均耗时的排序为:UKF、本文的算法、

EKF,本文算法的计算效率比 UKF 要高出 15%。因此,在计算效率上,本文算法要优于 UKF。



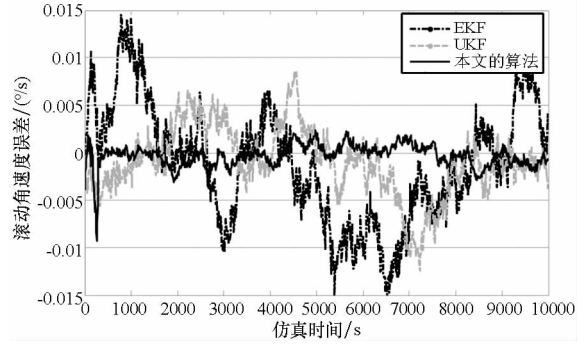
(a) 偏航角速度的误差

(a) The error of yaw angular velocity



(b) 俯仰角速度的误差

(b) The error of pitch angular velocity



(c) 滚动角速度的误差

(c) The error of roll angular velocity

图 3 三种滤波算法的姿态角速度误差

Fig. 3 The attitude angular velocity error

of three filter algorithms

表 2 姿态角速度绝对值的误差统计结果比较

Tab. 2 The statistical results comparison of the absolute value of attitude angular velocity error

滤波算法	EKF	UKF	本文的算法	
偏航角速度误差	均值	0.003 09	0.002 47	0.000 79
	标准差	0.002 83	0.001 81	0.000 62
俯仰角速度误差	均值	0.004 01	0.002 33	0.000 81
	标准差	0.003 09	0.001 71	0.000 60
滚动角速度误差	均值	0.005 08	0.002 84	0.000 87
	标准差	0.003 75	0.002 39	0.000 84

表 3 三种滤波算法计算时长的比较

Tab.3 The comparison of three filter algorithms computation time

滤波算法	每一步滤波的平均耗时(ms)
EKF	0.542
UKF	7.153
本文的算法	6.065

4 结 论

本文提出了一种基于磁强计和光纤陀螺的小卫星姿态确定的非线性滤波算法,该算法把姿态四元数的向量部分、陀螺漂移和噪声合并得到增广的状态向量,并且在滤波算法中嵌入了三种不同的模型来处理四元数的计算,从而确保在滤波过程中四元数的归一化特性。数学仿真结果表明了该算法能够提高小卫星定姿的性能,在精度和稳定性上均优于扩展卡尔曼滤波和无迹卡尔曼滤波。因此,本文提出的非线性滤波算法能够为小卫星实现高精度、高可靠性的姿态确定提供一种可行的解决方案。

参考文献 (References)

- [1] Psiaki M L, Martel F, Pal P K. Three-axis attitude determination via Kalman filtering of magnetometer data[J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1990, 13(3): 506-514.
- [2] Bar-Itzhack I Y, Deutschmann J, Markely F L. Quaternion normalization in additive EKF for spacecraft attitude determination [C]//Proceedings of the AIAA GN&C Conference, vol 2, Washington DC, 1991: 908-916.
- [3] 田菁, 吴美平, 胡小平. 三轴磁强计姿态确定[J]. *国防科技大学学报*, 2001, 23(5): 17-21.
TIAN Jing, WU Meiping, HU Xiaoping. Three-Axis magnetometer attitude determination[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2001, 23(5): 17-21. (in Chinese)
- [4] Leeghim H, Choi Y, Bang H, et al. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation by low-cost sensors [J]. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 2008, 9(1): 147-161.
- [5] 张春青, 李勇, 刘良栋. 卫星多传感器组合姿态确定系统中的信息融合方法研究[J]. *宇航学报*, 2006, 26(3): 314-320.
ZHANG Chunqing, LI Yong, LIU Liangdong. Research on information fusion method in satellite multi-sensor attitude determination systems[J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 26(3): 314-320. (in Chinese)
- [6] 邢艳军, 曹喜滨, 张世杰. 基于磁强计和红外地平仪的卫星轨道姿态一体化确定方法[J]. *宇航学报*, 2009, 30(4): 1574-1581.
XING Yanjun, CAO Xibin, ZHANG Shijie. Integrated orbit and attitude determination algorithm of satellite based on magnetometer and infrared horizon sensor [J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(4): 1574-1581. (in Chinese)
- [7] 王献忠. 陀螺与磁强计组合定姿及工程应用分析[J]. *航天控制*, 2009, 27(5): 43-47.
WANG Xianzhong. Attitude determination and analysis for engineering application based on gyroscope and magnetometer [J]. *Aerospace Control*, 2009, 27(5): 43-47. (in Chinese)
- [8] Van der Merwe R, Wan E A. Square-root unscented Kalman filter for state and parameter estimation [C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Salt Lake City, UT, May 2001: 3461-3464.
- [9] 朱建丰, 徐世杰. 基于地磁场测量估计卫星姿态的 UKF 算法[J]. *宇航学报*, 2006, 27(6): 1404-1405.
ZHU Jianfeng, XU Shijie. UKF for satellite attitude estimation based on geomagnetic field[J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(6): 1404-1405. (in Chinese)
- [10] Tang X J, Yan J, Zhong D d. Square-root sigma-point Kalman filtering for spacecraft relative navigation [J]. *Acta Astronautica*, 2010 66:704-713.
- [11] Leeghim H, Choi Y, Jaroux B A. Uncorrelated unscented filtering for spacecraft attitude determination [J]. *Acta Astronautica*, 2010 27:135-144.
- [12] Wu Y X, Hu D W, Wu M P, et al. Unscented Kalman filtering for additive noise case: augmented versus nonaugmented[J]. *IEEE Signal Processing Letter*, 2005, 12(5): 357-360.
- [13] Shuster M D. Kalman filtering of spacecraft attitude and the QUEST model [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1990, 13(3): 506-514.
- [14] Crassidis J L, Markley F L. Unscented filtering for spacecraft attitude estimation [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2003, 26(4): 536-545.