

姿态角单次调整的固体运载火箭耗尽关机能量管理方法*

姚党鼐, 张 力, 王振国

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 固体运载火箭传统耗尽关机制导方法姿态角调整次数过多, 不利于控制系统设计。提出了姿态角单次调整的耗尽关机能量管理策略: 以火箭的待增视速度方向为基准, 通过计算火箭所需消耗的视速度, 优化选取火箭的初、末姿态角; 火箭以恒定角速率从初姿态角变为末姿态角, 达到末姿态角时保持恒定, 直至耗尽关机。仿真结果表明, 新方法在满足火箭的终端速度约束条件下, 视速度模量消耗百分比超过 30%, 且姿态角单向调整, 有利于控制系统的工程设计。

关键词: 固体运载火箭; 耗尽关机; 能量管理; 单次调整; 视速度

中图分类号: V448.133 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2013)01-0039-04

Depleted shutdown energy management approach for solid launch vehicle with singular attitude angle adjustment

YAO Dangnai, ZHANG Li, WANG Zhenguo

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Traditional depleted shutdown guidance approaches for solid launch vehicle have excessive attitude angle adjustment times, which lead to the difficulties of the control system design. A depleted shutdown guidance method with singular attitude angle adjustment was proposed. The required apparent velocity was used as a reference, the initial and final values of the rocket attitude angle were chosen by computing the apparent velocity, which is to be consumed. The attitude angle was changed from the initial value to the final value with a constant angle rate, and then the attitude was kept constant till depleted shutdown. The simulation results show that the proposed method with singular attitude angle adjustment satisfies the rocket's terminal velocity constraint and that the percentage of consumed apparent velocity mode is more than 30%, and the singular attitude angle adjustment strategy can benefit the control system design.

Key words: solid launch vehicle; depleted shutdown; energy management; singular adjustment; apparent velocity

典型固体小型运载火箭的飞行弹道分为四级, 一级助推器在稠密大气层内飞行, 二级助推器后半段大气影响微弱, 飞行控制可以不考虑大气攻角的约束。因此二级以后助推器较少采用推力终止关机策略, 主要采用基于能量管理的耗尽关机策略。耗尽关机策略能够提高发动机质量比, 降低生产工艺难度, 助推器通过调整姿态进行能量管理, 可以保证火箭在耗尽关机时刻的飞行速度满足要求。

Patha 和 Megehee^[1]于 1976 年提出对固定推力的固体运载火箭进行能量管理的导引方法。在此基础上结合闭路制导原理, 一种将姿态角进行双向调整的能量管理方案获得广泛认可, 成为耗尽关机的主流方案。文献[2-3]对这种方法进行了完整的描述: 姿态角进行三次调整, 最终回到初始的姿态角。这种能量管理方案能够有效地消耗多余的视速度, 保证火箭的耗尽关机。陈克

俊^[4]提出了一种混合制导模型用以解决同一型号导弹完成不同飞行任务时剩余能量的耗尽管理问题。廖洪昌^[5]为了将姿态角双向调整的策略应用于较小射程的空间任务中, 提出了一种将姿态角变化基线提高的姿态角控制方案, 有效地解决了小射程的空间任务问题。王继平等^[6]简化耗能过程, 同时给出加速度表测量计算对耗尽关机时间进行预估的一种方法。刘世勇^[7]将能量管理用于拦截弹上, 引用“零控流行”的概念, 对基于剩余速度增量的制导律设计进行了研究, 进一步扩大能量管理的使用范围。

传统的能量管理方案仍存在一些问题: (1) 反向调控姿态角的次数过多, 姿态角逆向调整两次; (2) 姿态角在飞行后期依然受到调控, 此时火箭飞行的视加速度不断增大, 以上因素均不利于控制系统的工程实现, 对控制系统的设计要求较高。

* 收稿日期: 2012-07-09

作者简介: 姚党鼐(1964—), 男, 陕西咸阳人, 研究员, E-mail: yaodangnai@263.net;

王振国(通信作者), 男, 教授, 博士生导师, E-mail: zgwang@nudt.edu.cn

1 能量管理的姿态角控制方案

以固体火箭二级助推段作为代表,火箭所受空气动力与推力和地球引力相比甚小。若忽略空气动力的影响,并假设发动机比推力 I_{sp0} 为常值,则该级的视速度模量表示为

$$\begin{aligned} \Delta W_M &= \int_{t_0}^{t_e} \frac{|P|}{m} dt = - \int_{t_0}^{t_e} \frac{I_{sp0} \dot{m} g_0}{m} dt \\ &= -g_0 I_{sp0} \int_{t_0}^{t_e} \frac{\dot{m}}{m} dt = g_0 I_{sp0} \ln \frac{m_0}{m} \quad (1) \end{aligned}$$

其中 P 为火箭的推力, m_0 为火箭第二级初始时刻的总质量, \dot{m} 为火箭燃料质量消耗速度, g_0 为地面重力加速度。视速度模量是火箭发动机固有能量的一个度量指标,是火箭各级所能提供的视速度增量的最大值。定义火箭从能量管理的初始时刻到达关机时刻,视速度所需的增加量为火箭的待增速度 W_D 。当确定火箭的待增视速度后,便可以求出多余的视速度模量为 $\Delta W_M - |W_D|$ 。

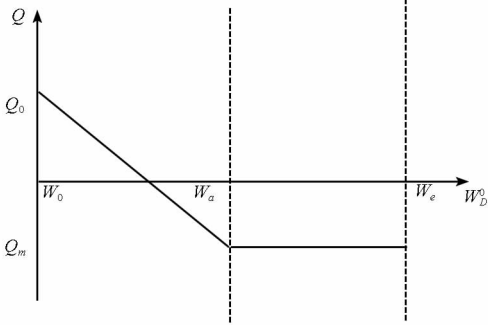


图 1 姿态角 Q 随 W 的变化曲线图

Fig. 1 The curve of attitude angle Q vs W

本文采用的姿态角控制方案如图 1 所示,程序角 Q 表示俯仰角相对于待增视速度方向的角度, Q_0 表示初始的姿态角,它单调减小到 Q_m 以后,维持姿态恒定,直到耗尽关机。由于视速度模量消耗 W 可以利用惯组测量的视加速度积分获得,为简化公式推导,采用视速度模量消耗 W 作为姿态角控制的自变量。

在姿态角变化阶段,假设姿态角的变化速率 dQ/dt 与视速度模量消耗速率 dW/dt 成等比例关系,比例系数为常数,则

$$\frac{dQ}{dt} / \frac{dW}{dt} = \frac{dQ}{dW} = \dot{Q}_W = \text{const} \quad (2)$$

姿态角 Q 随能量消耗量 W 的变化为

$$Q(W) = \begin{cases} Q_0 + \dot{Q}_W(W - W_0), & W_0 \leq W < W_a \\ Q_m, & W_a \leq W < W_e \end{cases} \quad (3)$$

其中 $W_0 = 0$, 为视速度模量消耗量的初始量,对

应时刻记为 t_0 ; W_a 为姿态角停止变化时视速度模量消耗量,对应时刻记为 t_a ; $W_e = \Delta W_M$, 为耗尽关机时的视速度模量消耗量,对应时刻记为 t_e 。

为满足条件 $Q(W_a) = Q_m$, 有

$$W_a = W_0 + \frac{Q_m - Q_0}{\dot{Q}_W} \quad (4)$$

视速度模量消耗 W 随时间的变化速率可以写作

$$\frac{dW}{dt} = \frac{P}{m} = \frac{I_{sp0} \dot{m} g_0}{m_0 - \dot{m} t} \quad (5)$$

将式(2)代入式(5)可以得到姿态角 Q 关于时间的变化率为

$$\dot{Q}(t) = \begin{cases} \frac{I_{sp0} \dot{m} g_0 \dot{Q}_W}{m_0 - \dot{m} t}, & t_0 \leq t < t_a \\ 0, & t_a \leq t \leq t_e \end{cases} \quad (6)$$

令

$$\frac{Q_0 - Q_m}{I_{sp0} g_0 \dot{m} \dot{Q}_W} = A \quad (7)$$

由 $Q(t_a) = Q_m$ 可得

$$t_a = \frac{m_0}{\dot{m}}(1 - e^A) + t_0 e^A \quad (8)$$

若用 A_W 代表待增视速度相对于发射惯性系的角度,如式(9),则可以由时间 t 实时确定其俯仰通道的程序角 φ_{pr} 为

$$\varphi_{pr}(t) = \begin{cases} A_W + Q_0 + I_{sp} \dot{Q}_W g_0 \ln \left(\frac{m_0 - \dot{m} t}{m_0 - \dot{m} t_0} \right), & t_0 \leq t < t_a \\ A_W + Q_m, & t_a \leq t \leq t_e \end{cases} \quad (9)$$

2 视速度模量的耗费量计算

在计算耗费量之前,首先要确定姿态角变化速度 \dot{Q}_W 与视速度模量 ΔW_M 、初始姿态角 Q_0 以及最大调制姿态角 Q_m 的关系。由于在垂直于待增视速度方向,也就是 W_D^0 方向产生的视速度需要抵消,则必须满足

$$\int_{W_0}^{W_e} \sin Q dW = 0 \quad (10)$$

将其代入式(3),可得

$$\int_{W_0}^{W_a} \sin[Q_0 + \dot{Q}_W(W - W_0)] dW + \int_{W_a}^{W_e} \sin Q_m dW = 0 \quad (11)$$

对其积分有

$$\dot{Q}_W = \frac{\cos Q_m - \cos Q_0}{\Delta W_M \sin Q_m} + \frac{Q_m - Q_0}{\Delta W_M} \quad (12)$$

在姿态调制阶段,耗费掉的视速度模量为该段总视速度模量郊区加载在待增视速度方向(也

就是 W_D^0 方向) 的视速度模量,即

$$W_{con} = \int_{W_0}^{W_e} dW - \int_{W_0}^{W_e} \cos\vartheta dW \quad (13)$$

将式(3)代入上式,由 $W_0 = 0, W_e = \Delta W_M$, 可得到总耗费视速度模量为

$$W_{con} = \Delta W_M - \Delta W_M \cos Q_m - \frac{1}{\dot{Q}_W} [\sin Q_m - \sin Q_0 - \cos Q_m (Q_m - Q_0)] \quad (14)$$

可求得耗费能量的百分比 η 为

$$\eta = \frac{W_{con}}{\Delta W_M} = 1 - \cos Q_m + \frac{1}{\Delta W_M \dot{Q}_W} [(Q_m - Q_0) \cos Q_m - \sin Q_m + \sin Q_0] \quad (15)$$

将式(12)代入上式,可得 η 关于初始姿态角 Q_0 以及最大调制姿态角 Q_m 的关系式

$$\eta(Q_0, Q_m) = \frac{W_{con}}{W_I} = 1 - \cos Q_m + \frac{\sin Q_m [(Q_m - Q_0) \cos Q_m - \sin Q_m + \sin Q_0]}{\cos Q_m - \cos Q_0 + \sin Q_m (Q_m - Q_0)} \quad (16)$$

耗费能量的百分比 η 与初始姿态角 Q_0 和稳定姿态角 Q_m 的关系如图 2 和图 3 所示。

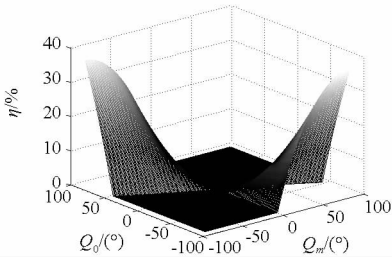


图 2 耗费能量的百分比 η 与初始姿态角 Q_0 和稳定姿态角 Q_m 的关系(三维图)

Fig. 2 The relationship among the percentage of η , Q_0 and Q_m (three-dimensional depiction)

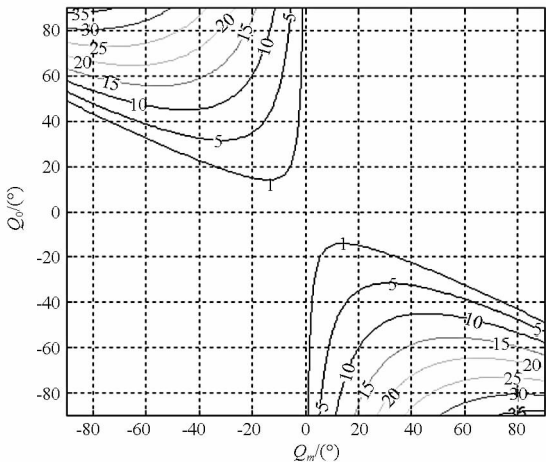


图 3 耗费能量的百分比 η 与初始姿态角 Q_0 和稳定姿态角 Q_m 的关系(等高线图)

Fig. 3 The relationship among the percentage of η , Q_0 and Q_m (contour map)

3 仿真计算与结果分析

仿真计算采用的是发射惯性坐标系下的火箭运动方程,使用射面内火箭运动方程(17)进行积分运算。俯仰角 φ 采用式(9)进行控制。

$$\begin{cases} \dot{v}_x = \frac{P_x}{m_0 - mt} - \frac{fM}{r^3}x \\ \dot{v}_y = \frac{P_y}{m_0 - mt} - \frac{fM}{r^3}(y + R) \\ \dot{v}_z = \frac{P_z}{m_0 - mt} - \frac{fM}{r^3}z \\ \dot{x} = v_x, \dot{y} = v_y, \dot{z} = v_z \end{cases} \quad (17)$$

其中, fM 为地球引力常数和地球质量的乘积,由于 fM/r^3 变化较小,这里设为常值, R 为地球半径,推力 $P = I_{sp}mg_0$ 为常推力。计算步骤如下:

(1) 按照推力终止的方法,由式(17)计算一条标准弹道,求出火箭始末速度变化矢量,将它减去耗尽关机情况下,重力加速度对速度的影响(重力加速度为飞行段均值),即可求出待增视速度大小及其相对于发射惯性系的角度 A_w 。

(2) 可以利用式(1),求得飞行速度满足关机要求时,消耗的视速度模量。由此可以计算需要耗费的视加速度模量的百分比 η 。

(3) 根据图 4,选取为达到步骤(2)中的耗费百分比 η ,所需的 Q_0 与 Q_m ,即可根据式(4)~(9)设计出俯仰角控制策略。

经计算,得到耗尽关机 and 标准弹道在发射惯性系 x 方向、 y 方向以及 z 方向的速度变化曲线分别如图 4、5 和 6 所示。式(10)要求在垂直于待增视速度方向的视速度最终为 0,图 6 满足该要求。根据式(9)求得俯仰角变化曲线如图 7 所示。

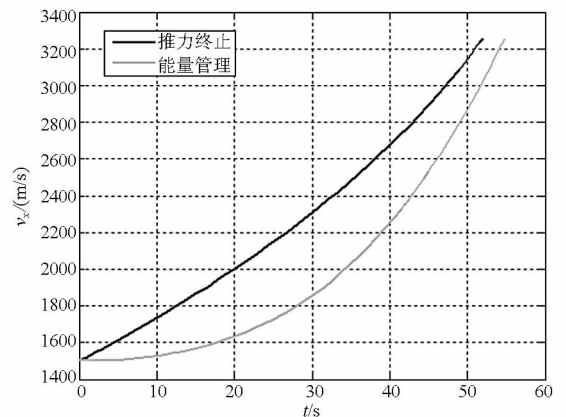


图 4 能量管理弹道与标准弹道的 v_x 对比

Fig. 4 The comparison of velocities along x axis of the energy managed trajectory and the standard trajectory

由图 4、5 和 6 可知,通过本文提出的姿态角

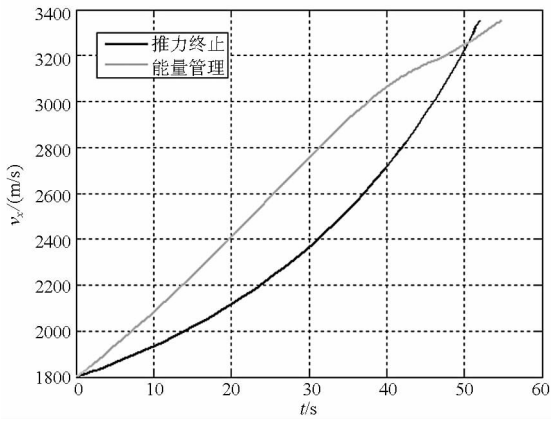


图 5 能量管理弹道与标准弹道的 v_y 对比

Fig. 5 The comparison of velocities along y axis of the energy managed trajectory and the standard trajectory

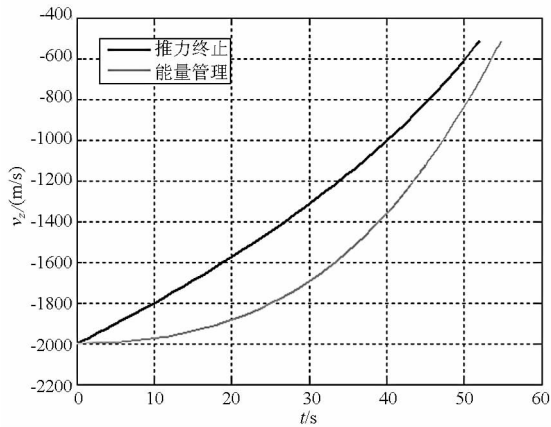


图 6 能量管理弹道与标准弹道的 v_z 对比

Fig. 6 The comparison of velocities along z axis of the energy managed trajectory and the standard trajectory

单次调整耗尽关机方法,可以在耗费更多燃料的情况下,使火箭末速与标准弹道末速要求一致,同时由图 7 可知,此时姿态角保持固定趋势变化(单调递减),当达到预设末姿态角时即保持恒定,与控制目标(如图 1 所示)一致,验证了姿态角单次调整耗尽关机能量管理方法的有效性。

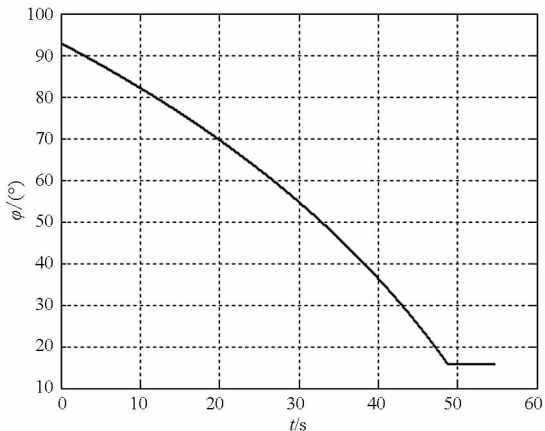


图 7 该能量管理策略下俯仰角 φ 角的变化

Fig. 7 The curve of pitching angle φ under the energy management strategy

4 结论

本文对火箭大气层外段助推飞行的耗尽关机问题进行研究,引入单方向姿态角调整的方法,通过理论推导以及仿真验证,证明这种姿态调整策略能够满足火箭的耗尽关机要求。将俯仰角作为视速度的自变量进行导引控制,其随时间的变化曲线趋近于一条直线。利用该能量管理策略,视速度耗费百分比可以从 0.1% 达到 35%,当需要耗费的视速度较大时,俯仰角的变化幅度也相应较大。同时,火箭在飞行末段不进行姿态调控,更加有利于控制系统的工程实现。

参考文献 (References)

- [1] Patha T, Megehee K. Guidance energy management & control of a fixed-impulse solid-rocket vehicle during orbit transfer[J]. AIAA 76 - 1920, 1976.
- [2] 贾沛然, 陈克俊, 何力. 远程火箭弹道学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1993.
JIA Peiran, CHEN Kejun, HE Li. Ballistics of long-range rockets [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1993. (in Chinese)
- [3] 陈世年, 李连仲. 控制系统设计[M]. 北京: 中国宇航出版社, 1996.
CHEN Shinian, LI Lianzhong. Design of control systems[M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 1996. (in Chinese)
- [4] 陈克俊. 耗尽关机制导方法研究[J]. 国防科技大学学报, 1996, 18(3): 35 - 38.
CHEN Kejun. An approach to depleted shutdown guidance[J]. Journal of National University of Defense Technology, 1996, 18(3): 35 - 38. (in Chinese)
- [5] 廖洪昌, 陈奇昌, 王明海, 等. 远程弹道导弹闭环制导方法建模与仿真[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(2): 363 - 366.
LIAO Hongchang, CHEN Qichang, WANG Minghai, et al. Modeling and simulation of closed-loop guidance method of long range's ballistic missile[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2006, 26(2): 363 - 366. (in Chinese)
- [6] 王继平, 王明海, 鲜勇. 固体导弹耗尽关机与控制研究[J]. 弹箭与制导学报, 2006, 26(3): 64 - 66.
WANG Jiping, WANG Minghai, XIAN Yong. Research of depleted shutdown and control of solid missile[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2006, 26(3): 64 - 66. (in Chinese)
- [7] 刘世勇, 吴瑞林, 周伯昭. 大气层外拦截弹中段耗尽关机制导律[J]. 飞行力学, 2005, 23(1): 54 - 57.
LIU Shiyong, WU Ruilin, ZHOU Bozhao. A midcourse guidance law for an exo-atmospheric interceptor with fuel exhaustion shutoff motor[J]. Flight Dynamics, 2005, 23(1): 54 - 57. (in Chinese)