

# 高超声速钝锥体俯仰阻尼导数影响因素分析\*

赵文文<sup>1</sup>, 陈伟芳<sup>1</sup>, 邵纯<sup>1</sup>, 石于中<sup>2</sup>

(1. 浙江大学 航空航天学院, 浙江 杭州 310027;

2. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**采用非定常双时间步长方法、刚性旋转网格技术,结合空间隐式格式数值分析了高超声速钝锥体定常与非定常流场特征,并运用最小二乘法辨识出钝锥体的俯仰阻尼导数。通过与相应的实验数据、工程估算值进行比较,分析并验证了壁面网格雷诺数、钝头比、攻角与质心位置对钝锥体俯仰阻尼导数的影响。同时采用五种差分格式,其中包含五阶精度 WENO 与高精度 WNND 格式,对钝锥体俯仰阻尼导数进行了计算,结果表明不同无粘差分格式对俯仰静导数影响较小,但不同格式之间俯仰动导数结果存在差异,分析认为差分格式之间不同的粘性分辨率应是差异的主要来源。

**关键词:**高超声速;强迫俯仰振荡;N-S 方程;俯仰阻尼导数

**中图分类号:** TP316 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2013)01-0043-05

## The research on the influence of hypersonic blunt cone pitching dynamic derivatives calculation

ZHAO Wenwen<sup>1</sup>, CHEN Weifang<sup>1</sup>, SHAO Chun<sup>1</sup>, SHI Yuzhong<sup>2</sup>

(1. College of Aeronautics and Astronautics, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The steady aerodynamic coefficient and pitching dynamic derivative of blunted conical models in hypersonic flow was validated by using implicit scheme, with the technology of the dual time stepping, rigid rotary grid deformation and least square method. Compared with the results from experiments and engineering method, the influence of the pitching dynamic derivative with different grid, bluntness ratio, angle of attack and the center of the gravity was investigated. Moreover, some of the key differences of the dynamic derivative results were derived from using different schemes, including high-order WENO and WNND schemes. The result shows that the viscous resolution of the scheme is the main source of the difference.

**Key words:** hypersonic; forced pitching; N-S equation; pitching dynamic derivative

动导数是评估飞行器动态稳定性的重要参数,在弹道设计、姿态控制系统设计中都必须考虑动导数的变化规律。如何快速、准确预测动导数的大小一直是国内外空气动力学、飞行力学学者研究的重要问题之一。

20 世纪 90 年代以前,动导数的计算方法以实验与工程估算为主。但是工程估算方法只能应用于简单外形,且风洞实验方法对于试验技术、测量手段要求较高,实验费用比较昂贵,不可避免地会存在诸如系统机构阻尼、支架干扰、洞壁干扰、重心位置等干扰因素,从而影响实验测量的准确性。而 CFD 方法不存在上述问题,但运用 CFD 方法研究动态特性问题也面临一系列重要的挑战,最主要的是非定常数值模拟的计算精度和计算效率。

随着计算机及计算流体力学的飞速发展,运用 CFD 方法计算动导数越来越被人们所重视;1991 年和 1997 年,Weinacht<sup>[1]</sup>, Qin<sup>[2]</sup> 等分别采用锥运动方法求解 Navier-Stokes 方程确定了钝锥体俯仰阻尼导数;2002 年, Erdal 和 Hasan<sup>[3]</sup> 运用 ALE 理论计算了导弹在零攻角下不同  $Ma$  数的俯仰力矩系数及小攻角下的滚转力矩系数,通过与实验的对比,认为 ALE 理论求解动导数是可行的;2003 年, Scott<sup>[4]</sup> 计算了几种带有尾翼的轴对称导弹在 1.96 马赫数及 0.6 马赫数下的动导数;2007 年, Zhang 和 Packwood<sup>[5]</sup> 计算了 EA-6B 及 F-18 模型在不同  $Ma$  数及不同攻角下飞行器的动导数。

本文采用有限体积法求解三维可压缩 N-S 方程,在非定常时间项中采用双时间步长方法以

\* 收稿日期:2012-06-13

基金项目:国家部委基金资助项目

作者简介:赵文文(1987—),男,湖北宜昌人,博士研究生,E-mail:wenwen.zhao@hotmail.com;

陈伟芳(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:chenwfndt@163.com

提高非定常流动时间的计算精度。采用刚性旋转法来生成动网格,即网格与物面刚性固连旋转。

## 1 计算方法

1979 年, Van Leer 提出了 MUSCL 方法并得到了广泛的应用。MUSCL 方法是 Godunov 的二阶扩展。Godunov 认为每个单元内的依赖变量是常数,这只能是一阶; Van Leer 认为是线性分布,提高到二阶。虽然 Van Leer 方法的核心是拉格朗日(Lagrange)方法,但对于以后的迎风格式产生了深远的影响。Anderson<sup>[6]</sup>等进一步提出了实用化的、可达到三阶精度的 MUSCL 插值方法。

MUSCL 方法分为两部分:首先将网格中心的依赖变量外插至网格单元边界处,求出界面两侧的依赖变量值(对应于界面的左右极限);然后在界面处分裂矢通量。为了防止在激波附近解的过冲或过膨胀,本文采用了压缩性的 Van Albada 限制器。

为了对比分析不同差分格式对俯仰静/动导数的计算精度,本文采用了包括高阶精度格式在内的典型不同类差分格式,主要包括 Van-Leer 矢通量分裂格式(FVS)、ROE 格式(FDS)、AUSMPW+格式、五阶精度 WENO 计算格式及高精度 WNND 格式。

### 1.1 控制方程

无量纲守恒形式的非定常三维可压缩控制方程为:

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \zeta} = \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial \tilde{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}_v}{\partial \zeta} \right) \quad (1)$$

式中: $\tilde{Q}$ 为守恒变量, $\tilde{E}$ 、 $\tilde{F}$ 、 $\tilde{G}$ 为无粘通量, $\tilde{E}_v$ 、 $\tilde{F}_v$ 、 $\tilde{G}_v$ 为粘性通量。

为了得到较高的计算效率及计算精度,本文在计算非定常流动时采用双时间步长方法。双时间步长的思想非常简单,第一个时间步长叫做外时间步长或者物理时间步长,它与物理时间的离散化相关;第二个时间步长叫做内部时间步长或者相对时间步长,它主要为了保证非定常流场达到期望角度的流场状态。运用双时间步长对控制方程进行时间二阶精度的隐式三点后差离散后将得到下式:

$$J^{-1} \frac{3\tilde{Q}^{n+1} - 4\tilde{Q}^n + \tilde{Q}^{n-1}}{2\Delta t} + \tilde{Q}^{n+1} \frac{\partial J^{-1}}{\partial t} + R(\tilde{Q}^{n+1}) = 0 \quad (2)$$

$$R(\tilde{U}) = -\frac{\partial \tilde{E}}{\partial \xi} - \frac{\partial \tilde{F}}{\partial \eta} - \frac{\partial \tilde{G}}{\partial \zeta} + \frac{1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial \tilde{E}_v}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{F}_v}{\partial \eta} + \frac{\partial \tilde{G}_v}{\partial \zeta} \right) \quad (3)$$

### 1.2 边界条件

壁面速度由无滑移条件得到: $\mathbf{V} = \mathbf{V}_w = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})_w$ 。壁面气体压力法向梯度需记入离心力的影响: $(\frac{\partial p}{\partial n})_w = -\rho \mathbf{n}_w \cdot \mathbf{a}_w$ 。式中 $\mathbf{a}_w$ 为物面加速度: $\mathbf{a}_w = \dot{\mathbf{V}}_w = (\ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z})_w$ 。壁面温度由等温壁或绝热壁边界条件决定,即: $T_w = \text{const}$ (等温壁)或 $\frac{\partial T_w}{\partial n} |_{\text{壁}} = 0$ (绝热壁)。壁面气体密度则由状态方程计算得到: $\rho_w = \gamma M_\infty^2 P_w / T_w$ 。

### 1.3 动网格技术

由于飞行器的强迫振动,网格的模型也随之变化,不同时刻必须重新生成计算网格,这将极大增加计算时间。本文采用刚性旋转法生成动网格。将网格和物面刚性固连,这种方法动网格的质量也与静网格质量完全一致,精确地满足几何守恒定律。实现方法也较为简单,在计算过程中仅需对位置矢量乘以一个坐标变化矩阵即可(以俯仰运动为例):

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha & 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 - x_c \\ y_1 - y_c \\ z_1 \\ x_c \\ y_c \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 $(x_1, y_1, z_1)$ 为坐标变换前网格点坐标, $(x_c, y_c, z_c)$ 为转轴与 $XoY$ 平面的交点, $(x_2, y_2, z_2)$ 为俯仰 $\alpha$ 角度值之后的坐标。

### 1.4 动导数辨识

对于单自由度强迫俯仰振荡,给定简谐振动形式如下:

$$\alpha = \alpha_m + \alpha_0 \sin(kt) = \alpha_m + \theta \quad (5)$$

式中 $\alpha_m$ 为起始攻角; $\alpha_0$ 为振幅; $k = \omega L_{ref} / 2V_\infty$ 为减缩频率。

对于飞行器的纵向运动,如果质心速度不变,则在体轴系中,确立运动的独立状态变量的只有攻角和俯仰角速度。假定基准飞行状态为对称直线飞行且扰动幅度很小,且计算中仅考虑一阶动导数,忽略高阶动导数。那么对气动俯仰力矩系数在平衡攻角处进行泰勒展开有(保留至二阶导数项):

$$C_m = C_{m0} + \left( \frac{\partial C_m}{\partial \theta} \right)_0 \cdot \theta + \left( \frac{\partial C_m}{\partial \dot{\theta}} \right)_0 \cdot \dot{\theta} + \left( \frac{\partial C_m}{\partial \ddot{\theta}} \right)_0 \cdot \ddot{\theta} \quad (6)$$

式中,  $C_{m0}$  为起始攻角处的静态俯仰力矩系数,  $(\frac{\partial C_m}{\partial \theta})_0$  为静导数,  $(\frac{\partial C_m}{\partial \dot{\theta}})_0$  和  $(\frac{\partial C_m}{\partial \ddot{\theta}})_0$  为动导数, 本文采用最小二乘法进行参数辨识。

令  $y = y(t) = C_m - C_{m0}$ , 则三个基函数分别为:  $x_1 = x_1(t) = \theta, x_2 = x_2(t) = \dot{\theta}, x_3 = x_3(t) = \ddot{\theta}$ , 三个稳定性参数分别记为  $C_0, C_1, C_2$ 。那么有:

$$y = C_0 x_1 + C_1 x_2 + C_2 x_3 \quad (7)$$

通过非定常流场的求解可得到动态俯仰力矩的时间历程, 由最小二乘法即可辨识出动稳定参数:

$$(\frac{\partial C_m}{\partial \theta})_0 = C_0, (\frac{\partial C_m}{\partial \dot{\theta}})_0 = C_1, (\frac{\partial C_m}{\partial \ddot{\theta}})_0 = C_2 \quad (8)$$

## 2 计算结果与分析

### 2.1 静气动特性验证

本节采用钝锥体模型, 其中半锥角为  $9^\circ$ , 球头半径  $R$  为 15mm, 模型总长  $L$  为 125mm, 来流马赫数为 3.99, 来流静压为 5.90atm, 来流动压为 0.44atm, 来流总温为 285K。采用二阶 ROE 格式分别计算了攻角为  $0^\circ, 4^\circ, 20^\circ$  的升力系数、阻力系数与俯仰力矩系数, 并与 FD-06 风洞测力实验数值进行比较。计算结果如表 1 所示。通过比较发现计算数值与实验数值基本一致, 说明计算方法在定常流中的准确性。

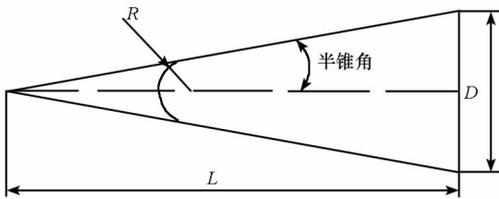


图 1 钝锥体模型

Fig. 1 Base-line geometry of the blunt cone

表 1 定常流气动系数与实验数据比较

Tab. 1 Comparison of the steady results between experiment and CFD

攻角		计算值	实验值	误差
$0^\circ$	CN	—	—	—
	CA	0.2904	0.2826	2.76%
	CM	—	—	—
$4^\circ$	CN	0.09334	0.09395	0.64%
	CA	0.2945	0.2874	0.71%
	CM	0.05179	0.05366	3.48%
$20^\circ$	CN	0.6390	0.6354	0.37%
	CA	0.3575	0.3648	0.73%
	CM	0.3800	0.3824	0.63%

### 2.2 动导数影响因素的研究

本文采用文献[2]的钝锥体模型。其半锥角为  $10^\circ$ , 底部直径  $D$  为 50mm, 钝锥总长  $L$  为 141mm, 如图 1 所示。钝头比定义为球头直径与底部直径的比值  $R/D$ 。计算条件为:  $M_\infty = 6.85$ , 以底部直径为参考长度的雷诺数  $Re_b = 1.45 \times 10^6$ , 壁面温度采用等温壁  $T_w = 300K$ 。计算不考虑钝锥底部流动的影响, 给定简谐振动形式(无量纲)如下:

$$\alpha = \alpha_m + \alpha_0 \sin(kt) \quad (9)$$

强迫振动振幅取为  $\alpha_0 = 1^\circ$ , 减缩频率取  $k = 0.05$ 。

#### 2.2.1 网格加密对结果的影响

本文采用三套不同网格对钝头比为 0.4、质心位置  $X_{cg}/L = 0.7$  的钝锥体进行了比较计算。三套网格的网格数量相同, 均为  $40 \times 47 \times 17$ , 壁面法向第一层网格间距分别为 Grid1 ( $2 \times 10^{-4}m$ )、Grid2 ( $2 \times 10^{-5}m$ ) 与 Grid3 ( $2 \times 10^{-6}m$ )。计算结果如表 2 所示, 网格加密对钝锥体静导数计算影响不大, 但随着第一层网格间距的减小, 其动导数结果与实验值偏差从 32.8% 减小到 4.5%, 其原因是由于壁面附近速度梯度即粘性计算准确度的影响。由此可见, 精确模拟非定常条件下的气动力时间历程, 壁面附近第一层网格间距小于线性层是必需的。为了尽可能避免网格对结果影响, 如无特殊说明, 以下各节均采用第三套网格进行计算与分析。

表 2 网格加密对静、动导数的影响

Tab. 2 Static/Dynamic derivatives of different grids

	Grid1	Grid2	Grid3	实验值
静导数	-0.0374 (5.3%)	-0.0382 (3.3%)	-0.0386 (2.3%)	-0.0395
动导数	-0.0512 (32.8%)	-0.0644 (15.5%)	-0.0728 (4.5%)	-0.0762

#### 2.2.2 攻角对俯仰阻尼导数影响

本节计算了钝头比为 0.2 的钝锥体的动导数, 并通过与文献[2]中的实验数据及内伏牛顿理论预估值的比较, 认为数据与实验数值吻合度较好, 结果可信。但文献[5]中也坦言, 其动导数实验数据的误差带约为  $\pm 15\%$ 。从图 2 可以看到, 对于钝锥体, 俯仰阻尼导数起着正阻尼作用, 且当攻角增大时, 俯仰阻尼随着攻角的增大而增大。

#### 2.2.3 质心位置与钝头比对俯仰阻尼导数影响

由图 3 计算结果可知质心位置对动导数有较大的影响, 计算结果与实验结果基本一致。随着质心位置的后移, 动导数先下降至 0.7 附近达到

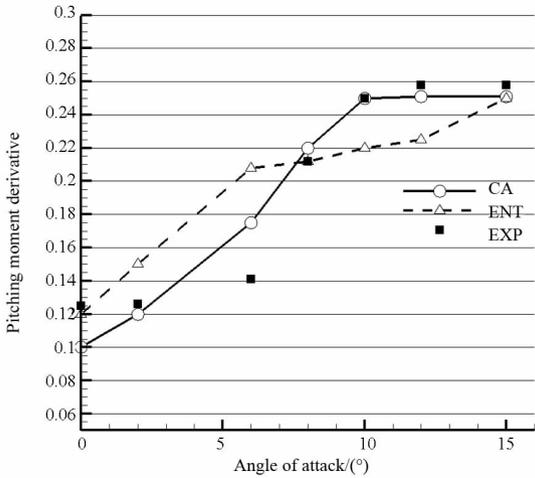


图 2 不同攻角下动导数的变化

Fig. 2 Dynamic derivatives for different angle of attack

最小值再增大,且在质心位置为 0.58 与 0.78 处,两者动导数相差较大。说明质心位置的选取会对飞行器的稳定性与可控性有较大的影响。

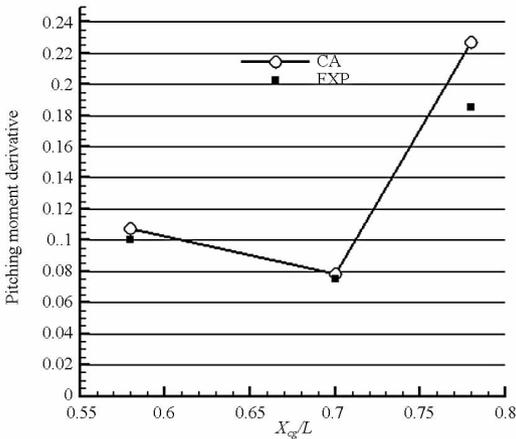


图 3 不同质心位置动导数的的变化

Fig. 3 Dynamic derivatives for different centers of gravity

图 4 给出了在相同计算条件下,钝头比的大小对动导数的影响。随着钝头比的增加,钝锥体的俯仰动稳定性会显著降低。

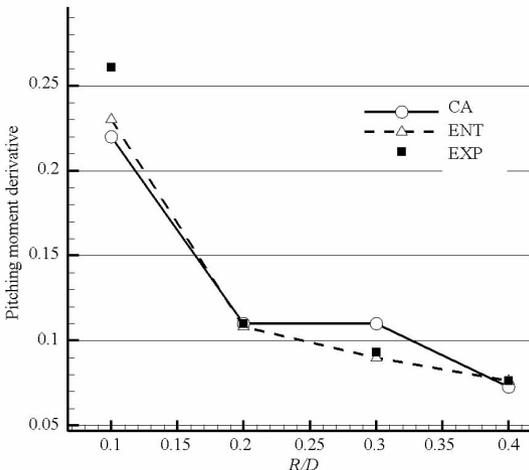


图 4 不同钝头比对动导数的影响

Fig. 4 Dynamic derivatives for different bluntness cones

### 2.2.4 差分格式对俯仰阻尼导数影响

FDS 格式中最具代表性的是 ROE 格式<sup>[7]</sup>,该格式对线性波(如接触间断)具有天然的分辨率,而粘性作用区的特性就类似于接触间断,所以 ROE 格式具有较高的粘性分辨率,但其在高马赫数会产生非物理信号,因而计算时必须引入熵修正;FVS 格式中最具代表性的是 Van-Leer 格式<sup>[8]</sup>与 Steger-Warming 格式<sup>[9]</sup>,其中 Van-Leer 格式构造简单、捕捉激波能力强、稳定性好、计算效率高,但 Van-Leer 格式对粘性区计算的误差较大;AUSMPW + 格式<sup>[10]</sup>是 AUSM 类格式中的一种,其兼有 ROE 格式的高间断分辨率和 Van Leer 格式的计算效率,该格式因为其优异的计算性能得到高超声速数值计算广泛关注和应用,但该格式对网格质量与网格激波匹配的要求较高。高阶精度格式中,加权的基本无振荡(Weighted Essentially Non-Oscillatory)WENO 格式<sup>[11]</sup>是 ENO 格式的改进,它克服了 ENO 格式计算残差难于收敛,浪费计算节点,不适合并行计算等缺点。高精度 WNND 格式<sup>[12]</sup>也是在 NND 格式模板基础上构造出的具有空间三阶精度的计算方法。

本文分别采用上述五种差分格式对典型攻角 0°,钝头比 0.4,质心位置  $X_{cg}/L=0.7$  的钝锥体进行了数值计算与分析。表 3 与表 4 给出了 0°与 6°攻角不同差分格式静、动导数的计算结果,鉴于篇幅原因,本文仅给出了 0°攻角的俯仰阻尼导数迟滞曲线环,如图 5 所示。由于动导数的大小与符号与迟滞环的旋转方向和形状密切相关,因此迟滞环的形状基本决定了动导数的大小。

表 3 0°攻角不同差分格式静、动导数计算结果

Tab. 3 Static/Dynamic derivatives of different schemes

	静导数(偏差)	动导数(偏差)
实验值	-0.0395	-0.0762
ROE(FDS)	-0.0386(2.3%)	-0.0728(4.5%)
Van-Leer(FVS)	-0.0396(2.5%)	-0.0521(31.6%)
AUSMPW +	-0.0375(5.1%)	-0.0793(4.1%)
WENO	-0.0391(1.0%)	-0.0719(5.6%)
WNND	-0.0382(3.3%)	-0.0722(5.2%)

表 4 6°攻角不同差分格式静、动导数计算结果

Tab. 4 Static/Dynamic derivatives of different schemes

	静导数(偏差)	动导数(偏差)
实验值	-0.0648	-0.0636
ROE(FDS)	-0.0637(1.7%)	-0.0596(6.3%)
Van-Leer(FVS)	-0.0621(4.2%)	-0.0418(34.3%)
AUSMPW +	-0.0629(2.9%)	-0.0668(5.0%)
WENO	-0.0635(2.0%)	-0.0606(4.7%)
WNND	-0.0628(3.1%)	-0.0602(5.3%)

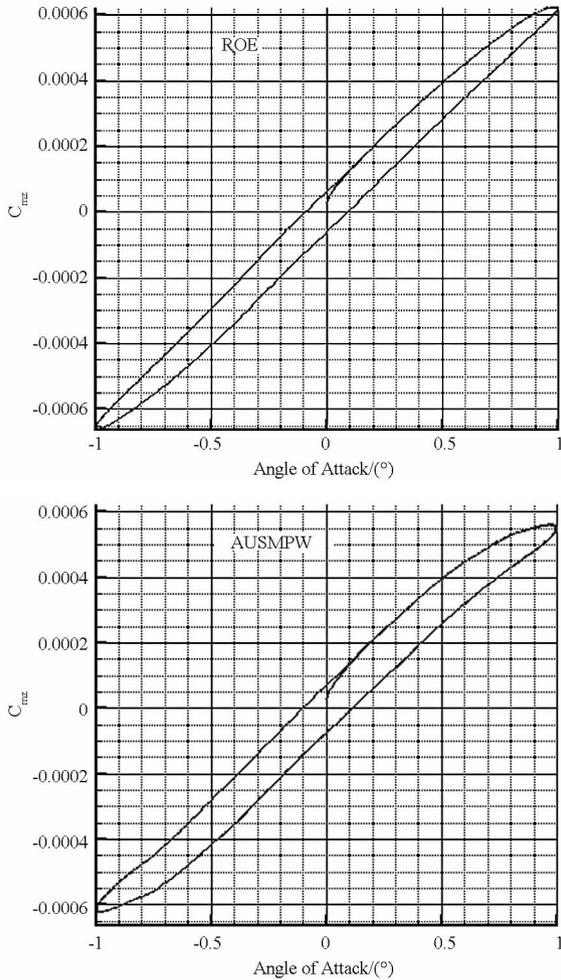


图5 不同差分格式 $0^\circ$ 攻角俯仰阻尼系数迟滞曲线  
Fig. 5 Dynamic pitching moment of different schemes

对比分析以上几类计算格式的结果可以发现,各种格式对静导数的计算误差普遍较小均在5%以内,但动导数计算结果却出现了一些差异。FVS类格式由于在接触间断及边界层内数值耗散较大,过度的数值耗散导致FVS格式的粘性分辨率并不高,这导致Van-Leer格式的俯仰阻尼系数与实验结果相比偏差较大。高阶精度的WENO与WNND格式的动导数计算误差与二阶ROE格式、AUSMPW+格式相比差异不大,说明钝锥体小振幅俯仰阻尼导数计算误差与无粘差分格式的阶数与精度没有十分紧密的联系。但从所占用的计算资源来看,高阶精度格式的计算时间大于二阶差分格式。

### 3 结论

通过对以上钝锥模型俯仰阻尼导数的计算研究和分析,初步认为本文发展的数值模拟方法能

够准确地模拟飞行器定常、非定常流场特征;能够提供较准确的气动力系数时间历程曲线。

壁面法线方向网格雷诺数对俯仰阻尼导数影响较为显著,因此在计算动导数时应充分考虑网格雷诺数匹配的原则。同时本文分析了攻角、质心位置、钝头比对动导数的影响,其趋势与实验数据所测量的结果一致,对于高超声速飞行器稳定性设计提供了很好的参照。

通过对不同差分格式计算与分析可以认为:在考虑动导数计算误差较大的前提下,无粘差分格式阶数对俯仰静导数与动导数计算误差影响有限;除了FVS格式边界层内数值耗散较大程度地影响动导数计算精度外,对于类似于钝锥体简单外形的小振幅强迫振动,其俯仰阻尼导数对于无粘差分格式阶数并不敏感。

### 参考文献 (References)

- [1] Weinacht P. Navier-Stokes predictions of pitch-damping for a family of flared projectile[R]. AIAA 91-3339,1991.
- [2] Qin N, Ludlow D K, Shaw S T, et al. Calculation of pitch damping coefficients for a flared projectile[J]. J. Spacecraft and Rockets, 1997, 34(4).
- [3] Oktay E, Akay H U. CFD predictions of dynamic derivatives for missiles[R]. AIAA 2002-0276,2002.
- [4] Murman S M. Reduced-frequency approach for calculating dynamic derivatives[J]. AIAA journal, 2007, 45(6): 1161-1168.
- [5] Zhang X D, Packwood P. A low-cost computational approach for stability and control predictions [R]. AIAA 2006-6818,2006.
- [6] Anderson W K, Thomas J L, Van Leer B. A comparison of finite volume flux vector splittings for the Euler equations[R]. AIAA 85-0122,1985.
- [7] Roe P L. Approximate riemann solvers, parameter vectors, and difference-schemes [J]. Journal of Computational Physics, 1981, 43(2): 357-372.
- [8] Van Leer B. Flux-vector splitting for the Euler equations[J]. Lecture Notes In Physics, 1982: 170.
- [9] Steger J L, Warming R F. Flux vector splitting of the inviscid gas-dynamic equations with application to finite-difference methods[J]. Journal of Computational Physics, 1981, 40(2): 263-293.
- [10] Kim K H, Kim C, Rho O H. Methods for the accurate computations of hypersonic flows; I. AUSMPW+ Scheme[J]. Journal of Computational Physics, 2001, 174(1): 38-80.
- [11] Shu C W. High order ENO and WENO schemes for computational fluid dynamics [J]. Lecture Notes in Computational Science and Engineering, 1999, 9: 439-482.
- [12] 刘伟. 细长机翼摇滚机理的非线性动力学分析及数值模拟方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学, 2004.  
LIU Wei. Nonlinear dynamics analysis for mechanism of slender wing rock and study of numerical simulation method [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2004. (in Chinese)