基于随机有限集理论的多传感器目标联合检测跟踪算法*

徐　洋[1,2]，徐　晖[2]，罗少华[2]，安　玮[2]

(1. 空军装备研究院 雷达与电子对抗研究所，北京　100085；
2. 国防科技大学 电子科学与工程学院，湖南 长沙　410073)

摘　要：针对杂波环境中的目标检测跟踪问题，提出一种基于随机有限集理论的多传感器目标联合检测跟踪算法。算法将目标状态和量测描述为随机集合，建立考虑目标出现、目标保持、目标消失等情况的目标状态随机有限集模型，以及考虑漏检和虚警的多传感器量测随机有限集模型。将目标的联合检测跟踪问题构建为目标状态集合的贝叶斯最优估计问题，并基于随机有限集理论对该贝叶斯估计算法的递推表达式进行严格理论推导。采用序贯蒙特卡罗技术实现算法的递推滤波。仿真结果验证了该算法的有效性以及算法相对于传统基于数据关联算法的性能优势。

关键词：多传感器；联合检测跟踪；随机有限集；序贯蒙特卡洛；贝叶斯方法

中图分类号：V557　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1001 - 2486(2013)01 - 0089 - 08

Multisensor joint target detection and tracking algorithm based on random finite sets

XU Yang[1,2], *XU Hui*[2], *LUO Shaohua*[2], *AN Wei*[2]

(1. Radar and Electric Countermeasure Research Institute, Air Force Equipment Academy, Beijing 100085, China;
2. College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: A joint detection and tracking algorithm based on Random Finite Sets (RFS) theory was proposed for target detection and tracking in presence of clutters using multiple sensors. First, target states and measurements were described as RFS variables, RFS models of target motion including target birth, target survival and target death, and the multisensor measurements including miss detection and false alarm were constructed. The joint target detection and tracking problem was then modeled as a Bayesian optimal estimation to the target state RFS and the theoretically rigorous recursive formulas for the estimation were derived by using RFS theory. Finally, Sequential Monte Carlo (SMC) implementation was presented to the filter recursion. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm and its significant improvement in performance over traditional association - based ones.

Key words: multisensor; joint detection and tracking; random finite set; Sequential Monte Carlo; Bayesian method

目标检测与跟踪是雷达、红外等探测跟踪系统的一项核心技术，一直以来都是国内外学者的研究热点[1-3]。传统方法通常将目标检测和目标跟踪作为两个独立的问题分别考虑，并取得了大量的研究成果[1-2]。随着应用的发展，在低信噪比、强杂波背景下进行有效的目标检测和跟踪的需求变得更加迫切[1]。在新的需求下，目标检测和跟踪倾向于联合进行。其中典型的方法如积分概率数据关联方法(Integrated PDA, IPDA)[4]，最大似然概率数据关联算法(Maximum Likelihood PDA, ML-PDA)[5]等。然而，上述算法依赖于复杂的数据关联技术，当杂波较强或目标之间由于距离较近而无法分辨时，算法的性能将受数据关联误差的影响而迅速下降[6]。

与基于数据关联的方法不同，Mahler 基于随机有限集(Random Finite Set, RFS)理论[7]，为目标检测、目标跟踪等问题提出了一种统一的、科学的、纯贝叶斯的最优处理方法。但是这种最优算法的实现需要涉及复杂的集合微分、积分[6-7]，当目标较多且个数未知时算法难以实现。当场景中目标个数或每帧处理的量测个数很少时，基于 RFS 理论严格推导的最优目标联合检测跟踪算法成为可能。文献[8]对利用时间到达差跟踪不多于两个声源目标的问题推导了基于 RFS 理论的检测和跟踪算法；文献[9-10]针对每帧至多输出一个量测的扫描传感器多目标跟踪推导了基于 RFS 的算法；文献[6]介绍了基于 RFS 理论的单传感器单目标联合目标检测和跟踪算法。然而，

* 收稿日期：2012 - 05 - 26
基金项目：国家部委资助项目
作者简介：徐洋(1983—)，男，四川都江堰人，博士，E-mail：xuyang012@nudt.edu.cn

上述算法主要基于特殊的传感器应用或单传感器场景，并且没有对算法的性能与传统方法性能进行比较分析，而在雷达、光学等多传感器目标监视与跟踪系统中，单目标的检测和跟踪问题非常重要[1-2,4-5]。本文即在文献[6,8-10]的基础上，针对杂波环境中的多传感器目标检测与跟踪问题，提出一种基于RFS理论的单目标联合检测跟踪算法。算法通过将目标状态和测量矢量建模为RFS，进而将目标的联合检测跟踪问题建模为基于多传感器量测的贝叶斯最优估计问题[6,11]，并基于RFS理论对该最优估计问题进行了严格的理论推导。由于算法的递推公式在通常情况下得不到闭式解，求解难度很大，本文利用序贯蒙特卡洛技术(Sequential Monte Carlo, SMC)[12]实现了算法的递推滤波，最后通过仿真实验验证本文算法的性能并与传统算法进行对比分析。

1 RFS统计理论

随机有限集(RFS)，简言之就是取值为有限集合的随机变量，主要特点是集合的元素个数随机、元素取值随机且各元素之间具有唯一性和无序性。对于RFSΨ，可以由样本空间Ω上的概率测度P诱导出它的概率律。Ψ的概率律一般采用信任质量函数的形式：

$$\beta_\Psi(S)=P(\{\omega\subseteq\Omega:\Psi(\omega)\subseteq S\}) \tag{1}$$

其中，S是$\mathscr{F}(E)$上的任意Borel集。

在基于RFS模型的贝叶斯滤波器中，需要通过构造信任质量函数$\beta_\Psi(S)$来求解集合的概率密度函数$f_\Psi(Y)$。记$\varnothing$为空集，则根据Radon-Nikodym第一定理[7]可知，

$$\int_S \frac{\delta\beta_\Psi}{\delta Y}(\varnothing)\delta Y = \beta_\Psi(S) \Leftrightarrow f_\Psi(Y) = \frac{\delta\beta_\Psi}{\delta Y}(\varnothing) \tag{2}$$

即$\beta_\Psi(S)$和$f_\Psi(Y)$之间可以通过集合的积分和微分[6,13-14]相互转化。

最优贝叶斯滤波是指利用截至第k帧的所有量测数据$Z_{1:k}=\{Z_1,\cdots,Z_k\}$来估计目标状态$X_k$，其中，$X_k=\{x_1,\cdots,x_{N_k}\}$为第$k$帧的目标状态集，$x_1,\cdots,x_{N_k}\in X$，为单目标的状态，$N_k$为第$k$帧的目标总数，$Z_k=\{z_1,\cdots,z_{M_k}\}$为第$k$帧的量测集，$z_1,\cdots,z_{M_k}\in Z$为单测量，$M_k$为第$k$帧的测量总数。记$f_{k|k-1}(X|X')$是目标的状态转移密度，$g_k(Z|X)$是目标的似然函数，则递推公式为[6,13-14]：

$$f_{k|k-1}(X|Z_{1:k-1}) = \int\{f_{k|k-1}(X|X')\cdot f_{k-1|k-1}(X'|Z_{1:k-1})\}\delta X' \tag{3}$$

$$f_{k|k}(X|Z_{1:k}) = \frac{g_k(Z|X)\cdot f_{k|k-1}(X|Z_{1:k-1})}{\int g_k(Z|X)f_{k|k-1}(X|Z_{1:k-1})\delta X} \tag{4}$$

通过目标状态的后验概率密度$f_{k|k}(X|Z_{1:k})$即可估计当前时刻的目标个数以及每一个目标的状态。

2 算法描述

2.1 RFS建模

2.1.1 目标运动RFS模型

记第$k-1$帧的目标状态RFS为Ξ_{k-1}，X_{k-1}是Ξ_{k-1}的一个实现，在单目标情况下，有：

$$X_{k-1}=(x_{k-1})\cap\varnothing^{p_{k-1}} \tag{5}$$

其中p_{k-1}为第$k-1$帧的目标存在概率；如果目标存在，则x_{k-1}表示其状态；$\varnothing^p$是一个离散型的RFS，定义为[6]：

$$\Pr(\varnothing^p=T)=\begin{cases}1-p, & \text{if } T=\varnothing\\ p, & \text{if } T=\mathscr{X}\end{cases} \tag{6}$$

其中$\mathscr{X}$为目标状态空间。考虑目标可能重新进入传感器视场，即目标“出生”的可能性，则目标预测状态集$\Xi_{k|k-1}$为：

$$\overset{\text{predicted state set}}{\Xi_{k|k-1}} = \begin{cases}\overset{\text{prediction target}}{\Gamma_k(X_{k-1})}, & \text{if } X_{k-1}=(x_{k-1})\\ \underset{\text{possibly re-entering target}}{B_k}, & \text{if } X_{k-1}=\varnothing\end{cases} \tag{7}$$

其中，$\Gamma_k(X_{k-1})$表示由第$k-1$帧的目标状态预测得到的目标状态集，B_k表示在第k重新进入传感器探测范围的目标状态集。$\Gamma_k(X_{k-1})$和B_k分别如下：

$$\Gamma_k(X_{k-1})=\{\varphi_{k-1}(x_{k-1})+w_k\}\cap\varnothing^{p_S(x_{k-1})} \tag{8}$$

$$B_k=\{x_{b,k}\}\cap\varnothing^{p_B} \tag{9}$$

式(8)中，$\varphi_{k-1}(\cdot)$为目标的状态转移方程，w_k为过程噪声，$p_S(\cdot)$为目标保持概率($1-p_S(\cdot)$即为目标消失概率)；式(9)中，$x_{b,k}$为目标重新进入探测范围以后的状态，p_B为重新进入的概率。

为推导基于RFS的目标运动模型，我们需要基于第1节介绍的RFS统计模型，首先构造目标状态RFS的信任质量函数$\beta_{k|k-1}(S|X_{k-1})$，然后在此基础上由式(2)求解目标的状态转移密度$f_{k|k-1}(X|X_{k-1})$。这里只给出$f_{k|k-1}(X|X_{k-1})$的推导结果，具体推导过程可参考文献[6]。

$f_{k|k-1}(X|\{x_{k-1}\})$

$$= \begin{cases} 1 - p_S(x_{k-1}), & \text{if } X = \varnothing \\ p_S(x_{k-1}) f_{k|k-1}(x_k \mid x_{k-1}), & \text{if } X = \{x_k\} \end{cases} \tag{10}$$

$$f_{k|k-1}(X \mid \varnothing) = \begin{cases} 1 - p_B, & \text{if } X = \varnothing \\ p_B b_k(x_k), & \text{if } X = \{x_k\} \end{cases} \tag{11}$$

其中,$f_{k|k-1}(x_k \mid x_{k-1})$ 为传统的单目标状态转移密度,$b_k(x_k)$ 为目标重新进入探测范围后的状态分布密度。

2.1.2 目标测量 RFS 模型

记第 k 帧的测量 RFS 为 Σ_k,Z_k 是 Σ_k 的一个实现,假设传感器的个数为 Q,则 第 k 帧的量测集为 $Z_k = \{Z_k^{[1]}, \cdots, Z_k^{[Q]}\}$。考虑量测可能来自目标或杂波,则多传感器的量测 Σ_k 建模为:

$$\Sigma_k = \left\{ \overbrace{\bigcup_{q=1:Q} Y_k^{[q]}(X_k)}^{\text{target detections from all sensors}} \right\} \cup \left\{ \overbrace{\bigcup_{q=1:Q} C_k^{[q]}}^{\text{false detections from all sensors}} \right\} \tag{12}$$

其中,$Y_k^{[q]}(X_k)$ 表示第 k 帧中来自于第 q 个传感器由目标产生的量测集合,$C_k^{[q]}$ 表示第 k 帧中来自于第 q 个传感器由虚警(或杂波)产生的量测集合。考虑存在目标漏检的情况,在单目标条件下,$Y_k^{[q]}(X_k)$ 为:

$$Y_k^{[q]}(X_k) = \{h_k^{[q]}(X_k)\} \cap \varnothing^{p_D^{[q]}(X_k)}, \quad q = 1, \cdots, Q \tag{13}$$

其中,$h_k^{[q]}(\cdot)$ 为第 q 个传感器的目标的测量方程,$p_D^{[q]}(\cdot)$ 为对应的目标检测概率。与建立目标的运动模型类似,建立基于 RFS 多传感器测量模型需要首先构造信任质量函数 $\beta_{k|k}(T \mid X_k)$ 进而求解目标的似然函数 $g_k(Z \mid X_k)$。假设不同传感器之间统计独立,$L_z^{[q]}(X_k)$ 为对应第 q 个传感器的单目标似然函数,$V^{[q]}$ 为该传感器观测区域的体积,杂波量测集 $C_k^{[q]}$ 为泊松过程,$\lambda^{[q]}$ 为杂波强度,$c^{[q]}(z)$ 为杂波的空间分布密度。下面只给出 $g_k(Z \mid X_k)$ 的推导结果,具体推导过程可参考文献[6]。

$$g_k(Z \mid \{x_k\}) = \prod_{q=1}^{Q} \left(\kappa(Z_k^{[q]}) \left(\begin{pmatrix} 1 - p_D^{[q]}(x_k) + \\ p_D^{[q]}(x_k) \sum_{z \in Z_k^{[q]}} L_z^{[q]}(x_k) \dfrac{\kappa(Z_k^{[q]} - \{z\})}{\kappa(Z_k^{[q]})} \end{pmatrix} \right) \right) \tag{14}$$

$$g_k(Z \mid \varnothing) = \prod_{q=1}^{Q} \kappa(Z_k^{[q]}) \tag{15}$$

其中,$\kappa(\cdot)$ 为杂波量测集的概率密度如下:

$$\kappa(Z_k^{[q]}) = e^{\lambda^{[q]} V^{[q]}} \prod_{z \in Z_k^{[q]}} \lambda^{[q]} V^{[q]} c^{[q]}(z) \tag{16}$$

2.2 贝叶斯 RFS 滤波

由 2.1 节的 RFS 模型我们可以进而推导出算法的贝叶斯滤波递推公式,即通过递推求解目标状态的后验概率密度 $f_{k|k}(X \mid Z_{1:k})$ 估计目标状态 X_k。对于单目标情况,即递推求解目标的存在概率 $p_{k|k}$ 以及后验概率密度 $f_{k|k}(x)$,过程如下:

$$\cdots \to \begin{matrix} p_{k-1|k-1} \\ f_{k-1|k-1}(x) \end{matrix} \xrightarrow{\text{prediction}} \begin{matrix} p_{k|k-1} \\ f_{k|k-1}(x) \end{matrix} \xrightarrow{\text{update}} \begin{matrix} p_{k|k} \\ f_{k|k}(x) \end{matrix} \to \cdots \tag{17}$$

记第 $k-1$ 帧的更新结果为 $f_{k-1|k-1}(X \mid Z_{1:k-1})$,其中,目标存在概率为 $p_{k-1|k-1}$,目标状态的后验概率密度为 $f_{k-1|k-1}(x)$。将式(10)、式(11) 代入式(3),并根据集合积分的定义,则:

$$f_{k|k-1}(X \mid Z_{1:k-1}) = \int f_{k|k-1}(X \mid X') f_{k-1|k-1}(X' \mid Z_{1:k-1}) \delta X' \tag{18}$$

$$= \begin{cases} (1 - p_{k-1|k-1})(1 - p_B) + p_{k-1|k-1} \int (1 - p_S(x')) f_{k-1|k-1}(x') dx', & X = \phi \\ (1 - p_{k-1|k-1}) p_B b_k(x) + p_{k-1|k-1} \int \begin{Bmatrix} p_S(x') f_{k-1|k-1}(x') \cdot \\ f_{k|k-1}(x \mid x') \end{Bmatrix} dx', & X = \{x\} \end{cases} \tag{19}$$

因此,预测的目标存在概率 $p_{k|k-1}$ 为:

$$p_{k|k-1} = \int f_{k|k-1}(\{x\} \mid Z_{1:k-1}) \, dx = (1 - p_{k-1|k-1}) p_B + p_{k-1|k-1} \int p_S(x') f_{k-1|k-1}(x') dx' \tag{20}$$

预测的目标状态概率密度 $f_{k|k-1}(x)$ 为:

$$f_{k|k-1}\{x\} = \frac{f_{k|k-1}(\{x\} \mid Z_{1:k-1})}{\int f_{k|k-1}(\{x\} \mid Z_{1:k-1}) dx} = \frac{(1 - p_{k-1|k-1}) p_B b_k(x)}{p_{k|k-1}} + \frac{p_{k-1|k-1} \int p_S(x') f_{k-1|k-1}(x') f_{k|k-1}(x \mid x') dx'}{p_{k|k-1}} \tag{21}$$

获得多个传感器的量测集 Z_k 后,将式(14) ~(16) 和式(19) 代入式(4),得到:

$$f_{k|k}(X \mid Z_{1:k}) = \frac{g_k(Z_k \mid X) \cdot f_{k|k-1}(X \mid Z_{1:k-1})}{\int g_k(Z_k \mid X) \cdot f_{k|k-1}(X \mid Z_{1:k-1}) \delta X} \tag{22}$$

$$= \frac{\prod_{q=1}^{Q}\kappa(Z_k^{[q]})}{K}\cdot\begin{cases}1-p_{k|k-1}, & X=\emptyset\\ \prod_{q=1}^{Q}\xi^{[q]}(x)p_{k|k-1}f_{k|k-1}(x), & X=\{x\}\end{cases} \tag{23}$$

其中，$\kappa(\cdot)$ 的定义与式(16)相同，

$$\xi^{[q]}(x) = 1 - p_D^{[q]}(x) + \sum_{z\in Z_k^{[q]}}\frac{p_D^{[q]}(x)\cdot L_z^{[q]}(x)}{\lambda^{[q]}V^{[q]}c^{[q]}(z)} \tag{24}$$

K 为贝叶斯归一化常数，这里只给出推导结果：

$$K = p_{k|k-1}\prod_{q=1}^{Q}\kappa(Z_k^{[q]})\left(p_{k|k-1}^{-1} - 1 + f_{k|k-1}\left[\prod_{q=1}^{Q}\xi^{[q]}\right]\right) \tag{25}$$

式(25)中，

$$f_{k|k-1}\left[\prod_{q=1}^{Q}\xi^{[q]}\right] = \int\prod_{q=1}^{Q}\xi^{[q]}(x)\,f_{k|k-1}(x)\mathrm{d}x \tag{26}$$

因此，更新的目标存在概率 $p_{k|k}$ 为：

$$p_{k|k} = \int f_{k|k}(\{x\}\mid Z_{1:k})\mathrm{d}x = \frac{f_{k|k-1}\left[\prod_{q=1}^{Q}\xi^{[q]}\right]}{p_{k|k-1}^{-1} - 1 + f_{k|k-1}\left[\prod_{q=1}^{Q}\xi^{[q]}\right]} \tag{27}$$

更新的目标状态概率密度 $f_{k|k}(x)$ 为：

$$f_{k|k}(x) = \frac{f_{k|k}(\{x\}\mid Z_{1:k})}{\int f_{k|k}(\{x\}\mid Z_{1:k})\mathrm{d}x} = \frac{\prod_{q=1}^{Q}\xi^{[q]}(x)f_{k|k-1}(x)}{f_{k|k-1}\left[\prod_{q=1}^{Q}\xi^{[q]}\right]} \tag{28}$$

获得 $f_{k|k}(X\mid Z_{1:k})$ 以后即可联合估计目标的存在概率及状态参数。由于目标是否存在不确定，传统的期望后验估计方法(Expeced A Posteriori, EAP)和最大后验估计方法(Maximum A Posteriori, MAP)已经不再适用，此时，可以采用边缘多目标估计方法(Marginal Mutlitarget, MaM)或者联合多目标估计方法(Joint Multitarget, JoM)[6]。MaM估计方法和JoM估计方法都是最优的贝叶斯估计方法，并且在单目标情况下，两者是等价的，因此本文仅考虑MaM估计方法即可。MaM方法具体如下：

首先判断目标的存在性。如果 $p_{k|k}$ 大于某一个常数 $\tau(0.5<\tau<1)$，则认为目标存在，即

$$p_{k|k}\underset{\text{targetnotexist}}{\overset{\text{targetexist}}{\gtrless}}\tau \tag{29}$$

其次估计目标状态。如果判断目标存在，则

$$\hat{x}_{k|k}^{\mathrm{MaM}} = \arg\sup_x f_{k|k}(\{x\}\mid Z_{1:k}) = \arg\sup_x\prod_{q=1}^{Q}\xi^{[q]}(x)f_{k|k-1}(x) \tag{30}$$

2.3 基于SMC的算法实现技术

式(20)、(21)、(27)和(28)一起构成了多传感器目标联合检测跟踪算法的递推公式，通常得不到闭式解，本节利用SMC技术[12]解决算法的实现问题。

SMC是指利用一组具有一定权重的粒子集来近似后验概率密度 $f_{k|k}(x)$，通过传播粒子集从而实现后验概率密度的迭代更新。SMC实现方式可以适用于非线性和非高斯的目标运动模型和测量模型等情况，因此被广泛应用。

(1)预测：假定第 $k-1$ 帧的目标存在概率为 $p_{k-1|k-1}$，目标状态的后验概率密度为 $f_{k-1|k-1}(x)$，且 $f_{k-1|k-1}(\boldsymbol{x})$ 可以用粒子集 $\{\omega_{k-1}^i, x_{k-1}^i\}_{i=1}^{L_{k-1}}$ 进行描述，即

$$f_{k-1|k-1}(x) = \sum_{i=1}^{L_{k-1}}\omega_{k-1}^i\delta_{x_{k-1}^i}(\boldsymbol{x}) \tag{31}$$

其中 L_{k-1} 为第 $k-1$ 帧的粒子总数；$\delta_{x_{k-1}^i}(\cdot)$ 为Dirac Delta函数。

将式(31)代入式(20)，则预测的 $p_{k|k-1}$ 为：

$$p_{k|k-1} = (1-p_{k-1|k-1})p_{\mathrm{B}} + p_{k-1|k-1}\sum_{i=1}^{L_{k-1}}\omega_{k-1}^i p_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}_{k-1}^i) \tag{32}$$

式(21)中，给定 $f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}\mid\boldsymbol{x}')$ 的建议性密度为 $q_k(\cdot\mid\boldsymbol{x}_{k-1},Z_k)$，$b_k(\boldsymbol{x})$ 的建议性密度为 $b_k(\cdot\mid Z_k)$，则预测的 $f_{k|k-1}(\boldsymbol{x})$ 为：

$$f_{k|k-1}(x) = \sum_{j=1}^{L_{\beta,k}}\omega_{\beta,k}^j\delta_{x_{\beta,k}^j}(x) + \sum_{i=1}^{L_{k-1}}\omega_{p,k|k-1}^i\delta_{x_{p,k|k-1}^i}(x) \tag{33}$$

其中，

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_{p,k|k-1}^i \sim q_k(\cdot\mid\boldsymbol{x}_{k-1}^i,Z_k)\\ \omega_{p,k|k-1}^i = \\ \quad\dfrac{p_{k-1|k-1}}{p_{k|k-1}}\dfrac{\omega_{k-1}^i p_{\mathrm{S}}(\boldsymbol{x}_{k-1}^i)f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_{p,k|k-1}^i\mid\boldsymbol{x}_{k-1}^i)}{q_k(\boldsymbol{x}_{p,k|k-1}^i\mid\boldsymbol{x}_{k-1}^i,Z_k)}\\ \quad i=1,2,\cdots,L_{k-1}\end{cases} \tag{34}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_{\beta,k}^j \sim b_k(\cdot\mid Z_k)\\ \omega_{\beta,k}^j = \dfrac{(1-p_{k-1|k-1})p_{\mathrm{B}}}{p_{k|k-1}}\dfrac{b_k(\boldsymbol{x}_{\beta,k}^j)}{L_{\beta,k}b_k(\boldsymbol{x}_{\beta,k}^j\mid Z_k)}\\ \quad j=1,2,\cdots,L_{\beta,k}\end{cases} \tag{35}$$

式(33)中，$L_{\beta,k}$ 为重新进入探测范围的目标所需要的粒子数，可以取 $L_{\beta,k}=(1-p_{k-1|k-1})p_{\mathrm{B}}\rho$，$\rho$ 为每一个确定的目标需要的粒子数。

(2)更新：记第 $k-1$ 帧预测的粒子集为

$\{\omega_{k|k-1}^i, x_{k|k-1}^i\}_{i=1}^{L_{k|k-1}}$,即将式(33)重新记为:

$$f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{L_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^i \delta_{x_{k|k-1}^i}(\boldsymbol{x}) \tag{36}$$

当获得第 k 时刻所有传感器的量测集 Z_k 后,将式(36)代入式(27),得到更新的 $p_{k|k}$ 为:

$$p_{k|k} = \frac{f_{k|k-1}[\prod_{q=1}^{Q} \xi^{[q]}]}{p_{k|k-1}^{-1} - 1 + f_{k|k-1}[\prod_{q=1}^{Q} \xi^{[q]}]} \tag{37}$$

其中,

$$f_{k|k-1}[\prod_{q=1}^{Q} \xi^{[q]}] = \sum_{i=1}^{L_{k|k-1}} \omega_{k|k-1}^i (\prod_{q=1}^{Q} \xi^{[q]}(x_{k|k-1}^i)) \tag{38}$$

同理,将式(36)代入式(28)得到更新的 $f_{k|k}(\boldsymbol{x})$ 为:

$$f_{k|k}(x) = \sum_{i=1}^{L_{k|k-1}} \tilde{\omega}_{k|k}^i \delta_{x_{k|k-1}^i}(\boldsymbol{x}) \tag{39}$$

其中,

$$\tilde{\omega}_{k|k}^i = \omega_{k|k-1}^i \frac{\prod_{q=1}^{Q} \xi^{[q]}(\boldsymbol{x}_{k|k-1}^i)}{f_{k|k-1}[\prod_{q=1}^{Q} \xi^{[q]}]} \tag{40}$$

(3)重采样及状态估计:为避免粒子退化,在第 k 帧更新后需要对粒子集 $\{\tilde{\omega}_{k|k}^i, \boldsymbol{x}_{k|k-1}^i\}_{i=1}^{L_{k|k-1}}$ 进行重采样,这里采用常用的序贯重要性采样方法。记重采样后新的粒子集为 $\{\omega_{k|k}^i, \boldsymbol{x}_{k|k}^i\}_{i=1}^{L_{k|k}}$, $L_{k|k} = \rho$,则 $f_{k|k}(\boldsymbol{x})$ 可以用粒子集 $\{\omega_{k|k}^i, \boldsymbol{x}_{k|k}^i\}_{i=1}^{L_{k|k}}$ 进行描述。

结合式(37)、式(29)即可判断目标是否存在。如果判断目标存在,则由式(30)采用期望最大化算法(Expectation-Maximization, EM)方法估计目标的状态参数。

3 仿真实验

下面分别通过线性和非线性两个仿真场景检验本文算法的目标联合检测跟踪算法性能,并与传统的 IPDA[4] 算法进行比较。选择 IPDA 作为对比算法的重要原因是,同样为单目标跟踪算法,IPDA 作为 PDA 算法的推广,具有目标联合检测与跟踪能力,并且在一定假设条件下同样属于贝叶斯滤波方法,因此性能通常优于其他非贝叶斯的检测跟踪算法[4]。仿真实验的算法性能评价指标采用最优子模式指派(Optimal Subpattern Assignment, OSPA)统计量[15]。本文的仿真实验中,$p = 2$, $c = 100$m。

3.1 线性场景

本仿真实验主要检验本文算法在线性场景下的性能,该场景下目标运动模型和测量模型均为线性模型。场景范围为 $[-1000, 1000]$m × $[-1000, 1000]$m,为简便起见设定传感器个数为 $Q = 2$,位置坐标分别为(0,0)和(500,0)。目标的真实轨迹与传感器位置如图 1 所示。

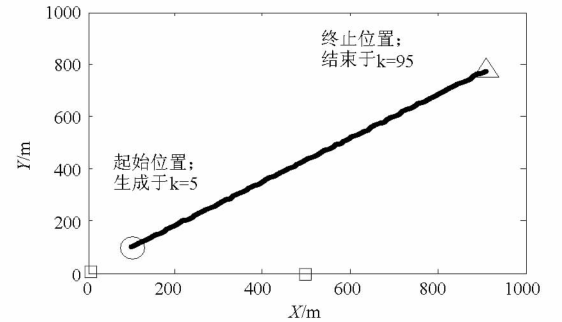


图 1　$X-Y$ 平面的目标航迹("o":轨迹起始位置,"Δ":轨迹结束位置,"□":传感器位置)

Fig. 1　Target trajectory in X-Y plane("o": start position, "Δ": end position, "□": sensor locations)

目标状态为二维像平面的位置和速度矢量,$\boldsymbol{x}_k = (x_k, y_k, \dot{x}_k, \dot{y}_k)^{\mathrm{T}}$,采用的目标运动模型为匀速直线运动模型,即:

$$\boldsymbol{x}_k = \boldsymbol{F}_{k-1}\boldsymbol{x}_{k-1} + \boldsymbol{v}_{k-1} \tag{41}$$

其中,$\boldsymbol{F}_{k-1} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{I}_2 & \Delta\boldsymbol{I}_2 \\ \boldsymbol{0}_2 & \boldsymbol{I}_2 \end{pmatrix}$ 为状态转移矩阵,$\boldsymbol{0}_2$ 为 2 × 2 零矩阵,$\boldsymbol{I}_2$ 为 2 × 2 单位阵,$\Delta = 1$s 为采样周期。$\boldsymbol{v}_{k-1}$ 为位置速度过程噪声,假定为零均值高斯分布,其协方差阵为:

$$\boldsymbol{Q}_{k-1} = \sigma_v^2 \begin{pmatrix} \frac{\Delta^4}{4}\boldsymbol{I}_2 & \frac{\Delta^3}{2}\boldsymbol{I}_2 \\ \frac{\Delta^3}{2}\boldsymbol{I}_2 & \Delta^2\boldsymbol{I}_2 \end{pmatrix} \tag{42}$$

上式中 $\sigma_v = 5(\mathrm{m/s^2})$。

假定 Q 个传感器对目标均为同步观测,量测为带噪声的目标位置矢量,即

$$\boldsymbol{z}_k^{[q]} = \boldsymbol{H}_k^{[q]}\boldsymbol{x}_k + \boldsymbol{w}_k^{[q]} \tag{43}$$

其中 $\boldsymbol{H}_k = (\boldsymbol{I}_2\ \boldsymbol{0}_2)$ 为观测矩阵;$\boldsymbol{w}_k^{[q]}$ 为零均值高斯噪声,协方差阵为 $\boldsymbol{R}_k = \sigma_w^2\boldsymbol{I}_2$, $\sigma_w = 10$m。

假定各传感器杂波密度 $\lambda^{[q]}$、探测范围 $V^{[q]}$ 及目标探测概率 $p_D^{[q]}$ 均相同。杂波模型假定为泊松模型,杂波强度 $\lambda^{[q]} = 1.5 \times 10^{-5}\mathrm{m^{-2}}$,该场景下 $V^{[q]} = 1 \times 10^6\mathrm{m^2}$,因此单帧的平均杂波数为 15。目标的检测概率 $p_D^{[q]} = 0.95$,保持概率 $p_S = 0.98$,重新被探测的概率 $p_B = 0.2$,目标重新被探测的状态分布密度 $b_k(x) = \mathcal{N}_{B_k}(x - x_b)$, $x_b = (100, 100, 0, 0)^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{B}_k = \mathrm{diag}([10^2, 10^2, 5^2, 5^2])$, diag(·)表示对角矩阵,目标粒子数 $\rho = 1000$,建议性密度 $q_k(\boldsymbol{x}_k | \boldsymbol{x}_{k-1}, Z_k) = f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_k | \boldsymbol{x}_{k-1})$, $b_k(\boldsymbol{x} | Z_k) = b_{k|k-1}(\boldsymbol{x})$。判决

目标存在的门限 τ 的取值与具体的应用环境有关[6]，为简便起见，本文对基于 RFS 的算法以及 IPDA 均取 $\tau = 0.8$。在上述参数条件下，图 2 给出了本文算法的单次仿真结果。由图中可以看出，本文算法能够抑制大量虚警，快速、准确地将目标检测出来，并维持目标的稳定跟踪，而且当目标消失时也能够迅速地识别并终止轨迹。

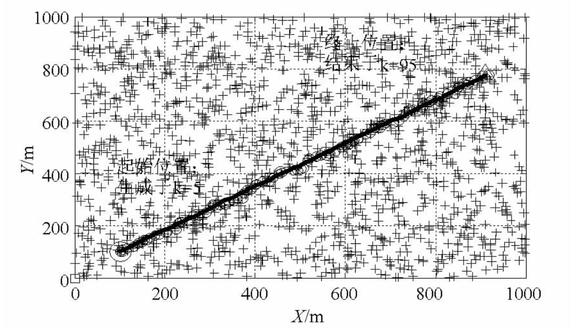


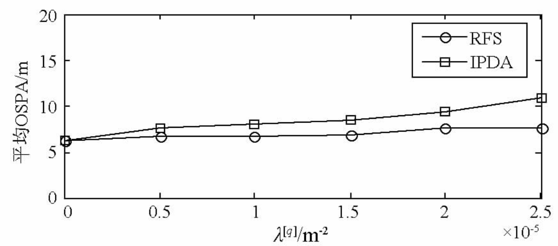
图 2 单次仿真估计结果（“+”为杂波点，“ -”为真实目标轨迹，“○”为估计的目标位置）

Fig. 2 Single-run estimate results of proposed algorithm (“+”:clutter, “ -”: true trajectory, “○”: position estimate)

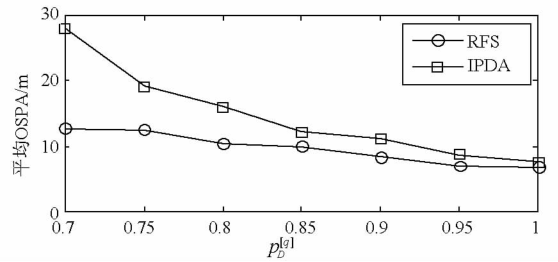
下面采用 Monte Carlo（MC）方法对多传感器目标联合检测跟踪算法以及 *IPDA* 算法的性能进行对比，仿真次数取 200。保持其他参数设置不变，首先固定目标检测概率 $p_D^{[q]} = 0.95$，设置杂波强度 $\lambda^{[q]}$ 由 0 增强到 $2.5 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^{-2}$，然后固定 $\lambda^{[q]} = 1.5 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^{-2}$，设置 $p_D^{[q]}$ 由 0.7 增大到 1。图 3 给出了两种算法在以上参数设置下的平均 OSPA 统计结果。

由图 3 的结果可以看出，在本实验的场景中，本文基于 RFS 的目标联合检测跟踪算法相比 IPDA 算法在给定参数条件下具有更低的 OSPA，即性能更优。在密集杂波和低检测概率情况下，本文算法的性能优势更为显著，而当杂波密度减小或检测概率增大时，两个算法的性能差异呈减小趋势。其主要原因为 IPDA 依赖于加窗的数据关联，算法性能必将受到关联误差的影响，而本文算法通过建立目标运动和量测的 RFS 模型，进而推导出目标后验概率密度的最优贝叶斯估计，避免了复杂的数据关联。

当 $p_D^{[q]} = 0.95$，$\lambda^{[q]} = 1.5 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^{-2}$ 时，进一步统计算法的计算时间我们得到本文算法和 IPDA 算法的平均单帧耗时分别为 1.7962s 和 0.0058s（计算机配置为 Intel CPU 2.67G，内存 4G，仿真软件 Matlab（R2009b）），即在该场景中本文算法的计算耗时远大于 IPDA 算法。这主要是因为 SMC 实现技术需要大量粒子近似目标后验概率密度，而 IPDA 算法仅需要一个高斯项即可。实际应用时可采用优化的采样函数，从而保障算法性能的同时降低所需的粒子数，进而提高算法的实时性。



（a）$p_D^{[q]} = 0.95$



（b）$\lambda^{[q]} = 1.5 \times 10^{-5}\mathrm{m}^{-2}$

图 3 不同 $\lambda^{[q]}$ 和 $p_D^{[q]}$ 条件下的算法性能

Fig. 3 Performance of proposed algorithm with different $\lambda^{[q]}$ and $p_D^{[q]}$

3.2 非线性场景

本仿真实验主要验证本文算法在非线性场景下的性能。仿真场景采用典型的只测角多传感器探测场景，该场景下目标运动模型和测量模型均为非线性模型。

仍然假定传感器个数 $Q = 2$，在场景中位置坐标分别为：(0,0,0) 和 (1500,0,0)，目标的真实轨迹与传感器位置如图 4 所示。

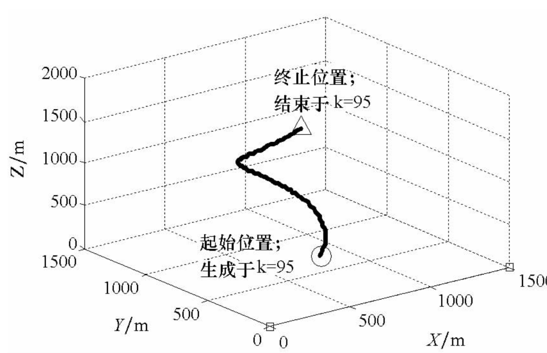


图 4 目标轨迹与传感器位置（“○”：轨迹起始位置；“Δ”：轨迹终止位置；“□”：传感器位置）

Fig. 4 Target trajectory and sensor locations (“○”: start position, “Δ”: end position, “□”: sensor locations)

目标运动模型为三维空间里的匀速转弯非线性模型，设目标第 k 时刻的状态矢量为 $x_k =$

$(\tilde{x}_k^{\mathrm{T}},\omega_k)^{\mathrm{T}}$,其中 $\tilde{\boldsymbol{x}}_k = (\boldsymbol{x}_k, y_k, z_k, \dot{\boldsymbol{x}}_k, \dot{y}_k, \dot{z}_k)^{\mathrm{T}}$ 为目标在三维空间的位置和速度矢量,ω_k 为目标的转弯角速度,则目标的状态转移方程为:

$$\tilde{\boldsymbol{x}}_k = \boldsymbol{F}(\omega_{k-1})\tilde{\boldsymbol{x}}_{k-1} + \boldsymbol{v}_{k-1} \tag{44}$$

$$\omega_k = \omega_{k-1} + \Delta u_{k-1} \tag{45}$$

其中,

$$\boldsymbol{F}(\omega) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \sin\omega\Delta/\omega & -(1-\cos\omega\Delta)/\omega & 0 \\ 0 & 1 & 0 & (1-\cos\omega\Delta)/\omega & \sin\omega\Delta/\omega & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta \\ 0 & 0 & 0 & \cos\omega\Delta & -\sin\omega\Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sin\omega\Delta & \cos\omega\Delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{46}$$

Δ、$\boldsymbol{v}_{k-1}$、$\boldsymbol{I}_2$ 均与 3.1 节相同。u_{k-1} 为转弯角速度过程噪声,同样假定为零均值高斯分布,标准差 $\sigma_u = \pi/180(\mathrm{rad/s})$。

传感器测角矢量为基于传感器平台的方位角和俯仰角,记第 k 个时刻传感器的量测矢量为:$z_k^{[q]} = (\alpha_k^{[q]}, e_k^{[q]})^{\mathrm{T}}$,其中 $q = 1,2$ 为传感器 ID 号。设传感器 q 的位置矢量为 $p_k^{[q]} = (x_k^{[q]}, y_k^{[q]}, z_k^{[q]})^{\mathrm{T}}$,则量测方程为:

$$z_k^{[q]} = h_k^{[q]}(x_k, p_k^{[q]}) + w_k^{[q]} \tag{47}$$

其中,

$$h_k^{[q]}(x_k, p_k^{[q]}) = \left(\operatorname{atan} 2(y_k - y_k^{[q]}, x_k - x_k^{[q]}), \operatorname{atan}\left(\frac{z_k - z_k^{[q]}}{r_k^{[q]}}\right)\right)^{\mathrm{T}} \tag{48}$$

式(48)中,

$$r_k^{[q]} = \sqrt{(y_k - y_k^{[q]})^2 + (x_k - x_k^{[q]})^2} \tag{49}$$

$\boldsymbol{w}_k^{[q]}$ 为零均值高斯测量噪声,协方差矩阵为 $\boldsymbol{R}_k^{[q]} = \mathrm{diag}([\sigma_\alpha^2, \sigma_e^2])$,$\sigma_\alpha = \sigma_e = \pi/180\mathrm{rad}$。

同样假定杂波的 RFS 为泊松模型,杂波强度 $\lambda^{[q]} = 2.53\mathrm{rad}^{-2}$(对应平均每帧杂波个数25),该场景下 $V^{[q]} = [0, 2\pi]\mathrm{rad} \times [0, \pi/2]\mathrm{rad}$。$p_D^{[q]}$、$p_S$、$p_B$、$\tau$ 与图 3 的设置相同。目标重新被探测的状态分布密度 $b_k(x) = \mathcal{N}_{B_k}(x - x_b)$,$x_b = (700,500,200,0,0,0,0)^{\mathrm{T}}$,$B_k = \mathrm{diag}([10^2,10^2,10^2,5^2,5^2,5^2,(6\times\pi/180)^2])$,$\mathrm{diag}(\cdot)$ 表示对角矩阵,目标粒子数 $\rho = 1000$,建议性密度 $q_k(\boldsymbol{x}_k \mid x_{k-1}, Z_k) = f_{k|k-1}(\boldsymbol{x}_k \mid \boldsymbol{x}_{k-1})$,$b_k(\boldsymbol{x} \mid Z_k) = b_{k|k-1}(\boldsymbol{x})$。

在上述参数条件下,图 5 给出了算法的单次仿真结果。由图中可以看出,本文算法在非线性场景下同样能够抑制大量虚警,快速、准确地将目标检测出来,并对目标进行稳定、精确的跟踪。

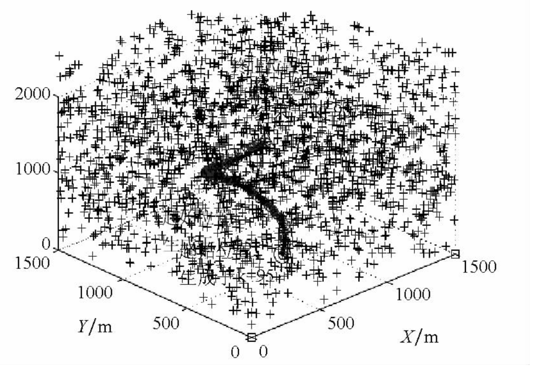
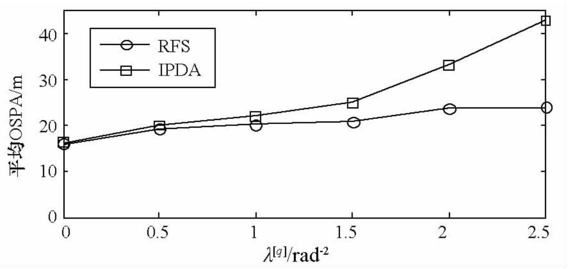


图 5　算法的单次仿真估计结果("+"为杂波点,"-"为真实目标轨迹,"○"为估计的目标位置)

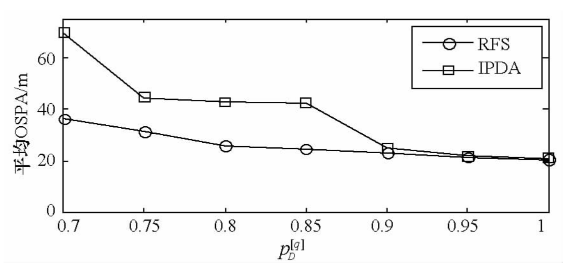
Fig. 5　Single-run estimate results of proposed algorithm ("+": clutter, "-": true trajectory, "○": position estimate)

与3.1 节相同,采用MC 方法进一步比较本文算法和 IPDA 算法在非线性场景下的性能。保持其他参数设置不变,图 6 给出了两个算法在不同的杂波强度 $\lambda^{[q]}$ 和不同目标的条件下的平均 OSPA 统计结果,仿真次数取 200。

从图 6 的结果可以看出在给定的非线性场景中,本文算法在不同杂波密度和检测概率条件下的性能仍然优于 IPDA,原因与图 3 相同。



(a) $p_D^{[q]} = 0.95$



(b) $\lambda^{[q]} = 2.53\mathrm{rad}^{-2}$

图 6　不同 $\lambda^{[q]}$ 和 $p_D^{[q]}$ 条件下的算法性能

Fig. 6　Performance of proposed algorithm with different $\lambda^{[q]}$ and $p_D^{[q]}$

4　结论

本文针对杂波环境中的目标检测跟踪问题,提出一种基于 RFS 理论的多传感器目标联合检测跟踪算法。算法建立了目标运动和多传感器量测的 RFS 模型,对单一目标情况的最优贝叶斯滤

波递推公式进行了严格理论推导,并采用 SMC 实现了算法的递推滤波。仿真结果表明该算法在线性场景和非线性场景相比传统算法具有更好的目标检测跟踪性能。

SMC 实现技术在采用的粒子数较多时将面临计算量较大而效率不高的问题,在算法实际应用中通过改进采样策略、优化采样函数等途径或寻求其他效率更高的实现技术以提高算法的实时性是下一步的研究内容。

参考文献(References)

[1] Bar-Shalom Y, Blair W D. Multitarget-Multisensor tracking: Applications and advances[M]. Artech House, 2000.

[2] Blackman S S, Popoli R. Design and analysis of modern tracking systems, Norwood, MA: Artech House, 1999.

[3] 刘兴. 防空防天信息系统及其一体化技术, 北京: 国防工业出版社, 2009.
LIU Xing. Air & space defense information system and its integrated technology[M]. Beijing: National Defense Industry, 2009. (in Chinese)

[4] Musicki D, Evans R, Stankovic S. Integrated probabilistic data association[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994, 39(6): 1237–1241.

[5] Chummun M R, Bar-Shalom Y, Kirubarajan T. Adaptive early-detection ML-PDA estimator for LO targets with EO sensors[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, 2002, 38(2): 694–706.

[6] Mahler R. Statistical multisource-multitarget information fusion[M]. Norwood, MA: Artech House, 2007.

[7] Goodman I, Mahler R, Nguyen H. Mathematics of data fusion[M]. Norwell, MA: Kluwer Academic, 1997.

[8] Ma W, et al. Tracking an unknown time-varying number of speakers using TDOA measurements: A random finite set approach[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(9): 3291–3303.

[9] Vihola M. Random set particle filter for bearings-only multitarget tracking[C]//Processings of Signal Processing, Sensor Fusion and Target Recognition XIV, Bellingham WA: SPIE, 2005.

[10] Vihola M. Rao-blackwellised particle filtering in random set multitarget tracking[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(2): 689–705.

[11] Mahler R, Hely M O. Multitarget detection and acquisition: A unified approach[C]//Signal and Data Processing of Small Targets, Denver CO, USA: SPIE, 1999.

[12] Vo B, Singh S, Doucet A. Sequential Monte Carlo methods for multi-target filtering with random finite sets[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2005, 41(4): 1224–1245.

[13] Mahler R. Multitarget bayes filtering via first-order multitarget moments[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2003, 39(4): 152–1178.

[14] Mahler R. PHD filters of higher order in target number[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(4): 1523–1543.

[15] Schuhmacher D, Vo B. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2008, 56(8): 3447–3457.