

考虑系统偏差的脉冲星守时算法研究*

王奕迪¹, 郑伟^{1,2}, 孙守明³, 安雪滢¹

(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 空间智能控制技术国家级重点实验室, 北京 100190;

3. 西安卫星测控中心宇航动力学国家重点实验室, 陕西 西安 710043)

摘要:脉冲星拥有高度稳定的自转周期,可用对其的观测信息来校正星载原子钟钟差。针对脉冲星守时系统中脉冲到达时间的微小偏差会严重影响守时精度的问题,提出一种考虑系统偏差的脉冲星守时算法。基于脉冲星守时的基本原理,梳理了影响守时系统性能的系统偏差因素,并建立了模型。利用两步卡尔曼滤波算法,在估计原子钟钟差的同时,解耦估计系统偏差。研究结果表明,本算法可以有效地降低系统偏差对脉冲星守时系统的影响。该算法为脉冲星守时系统的工程实现提供了一条可行的思路。

关键词:脉冲星;守时;系统偏差

中图分类号:V448.22+4 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)02-0012-05

Algorithm for the pulsar timing system with the system bias

WANG Yidi¹, ZHENG Wei^{1,2}, SUN Shouming³, AN Xueying¹

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. National Key Laboratory of Science and Technology on Space Intelligent Control, Beijing 100190, China;

3. The State Key Laboratory of Astronautic Dynamics, Xi'an Satellite Control Center, Xi'an 710043, China)

Abstract: The rotating period of the pulsars are highly stable, and the measurement of the pulsars can be adopted to correct the clock error of the satellite-borne atomic clock. In order to solve the problem that the minor system bias can largely worsen the performance of the pulsar timing system, an algorithm for the pulsar timing system with the system bias is proposed. Based on the principle of the pulsar timing system, the system bias was modeled. By using the two-stage Kalman filter, the system state and the system bias were decoupled and estimated. The results of the simulations show that the proposed algorithm can effectively reduce the impact of the system bias and can improve the performance of the pulsar timing system.

Key words: pulsar; timing; system bias

时间同步是卫星导航系统的关键技术之一。研究表明,卫星钟差是影响GPS系统性能的主要因素^[1]。当前,对卫星钟差的修正主要通过地面测控系统上传改正信息来实现。该方法具有精度高、稳定性好的特点,但需要大量的人力、物力支持^[2]。因此,如何在降低对地面测控系统依赖的前提下,实现卫星的高精度时间同步是一个急需解决的问题。

脉冲星是一种高速旋转的中子星,其周期高度稳定^[3]。毫秒脉冲星的周期长期稳定度与原子钟相当,可为卫星提供天然的绝对时间参考。目前对脉冲星计时的研究大多集中在脉冲星时方面^[4]。文献[5]初步分析了利用脉冲星进行卫星守时的可行性,并未深入分析影响该系统的误差

因素。脉冲到达时间是脉冲星守时系统的基本测量信息,其精度是影响该系统性能的最重要因素。X射线探测器、脉冲星时间相位模型、太阳系质心位置等因素存在误差均会导致最终获得脉冲到达时间存在较大的偏差。如果不对这些系统偏差进行处理,将会极大降低守时系统的性能。

处理系统偏差的常用方法是扩展状态法,即将系统状态和系统偏差组合为扩维的滤波状态变量,然后采用卡尔曼滤波体系来解算^[6]。该方法结构简单,易于实现。但当系统偏差的维数与系统状态的维数相近时,滤波解算需要计算高维矩阵,矩阵的条件数增加,滤波解算也可能会出现数值不稳定的问题^[7]。

为了提高脉冲星守时系统的工程可行性,降

* 收稿日期:2012-09-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10973048);航天飞行动力学技术重点实验室开放基金(AFDL2012002)

作者简介:王奕迪(1986—),男,新疆乌鲁木齐人,博士研究生,E-mail:wangyidi19860069@yahoo.com.cn;

郑伟(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:zhengwei@nudt.edu.cn

低系统偏差对脉冲星守时系统的影响,本文提出一种考虑系统偏差的脉冲星守时算法。

1 星载原子钟钟差模型

为了刻画星载原子钟钟差随时间变化的特性,常将钟差、钟差漂移率、钟差漂移率的变化率作为状态量,建立三态模型来实时估计星载原子钟钟差^[8]。三态模型的离散形式如式(1)所示。

$$\begin{bmatrix} x_1(t_{k+1}) \\ x_2(t_{k+1}) \\ x_3(t_{k+1}) \end{bmatrix} = \Phi_{k+1k} \begin{bmatrix} x_1(t_k) \\ x_2(t_k) \\ x_3(t_k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1(k) \\ w_2(k) \\ w_3(k) \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中, $\bar{X}_{k|k} = [x_1(t_k) \quad x_2(t_k) \quad x_3(t_k)]^T$ 为守时系统的状态量, x_1 、 x_2 、 x_3 分别为钟差、钟差漂移率、钟差漂移率的变化率; Φ_{k+1k} 的表达式为

$$\Phi_{k+1k} = \begin{bmatrix} 1 & \tau & \tau^2/2 \\ 0 & 1 & \tau \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中, τ 为采样周期。

在式(1)中, $w(k) = [w_1(k) \quad w_2(k) \quad w_3(k)]^T$ 为过程噪声,可看作均值为0,方差为 $Q_k(\tau)$ 的白噪声。 $Q_k(\tau)$ 的表达式为

$$Q_k(\tau) = E[w(k)w(k)^T]$$

$$= \begin{bmatrix} q_1\tau + \frac{1}{3}q_2\tau^3 + \frac{1}{20}q_3\tau^5 & \frac{1}{2}q_2\tau^2 + \frac{1}{8}q_3\tau^4 & \frac{1}{6}q_3\tau^3 \\ \frac{1}{2}q_2\tau^2 + \frac{1}{8}q_3\tau^4 & q_2\tau + \frac{1}{3}q_3\tau^3 & \frac{1}{2}q_3\tau^2 \\ \frac{1}{6}q_3\tau^3 & \frac{1}{2}q_3\tau^2 & q_3\tau \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中, q_1 、 q_2 、 q_3 分别为钟差、钟差漂移率、钟差漂移率的变化率的功率谱密度。

2 X 射线脉冲星守时系统测量模型

基于脉冲星的卫星守时原理如图1所示。利用星载原子钟,X射线探测器可以测定脉冲星发出的脉冲信号到达卫星的时间(\tilde{t}_{sc}),通过时间转换模型外推可以获得该脉冲到达太阳系质心SSB(Solar System Barycenter)处的时间(\tilde{t}_{SSB})。根据脉冲星的时间相位模型可以计算出脉冲真实到达SSB的时间(t_{SSB})。外推的脉冲到达时间与真实的到达时间之差反映了星载原子钟的钟差。利用观测到的钟差信息便可对原子钟钟差进行校正。

考虑几何时延以及广义相对论效应,利用式(4)可以得到脉冲到达卫星的时间在SSB处的坐标时间^[9]。

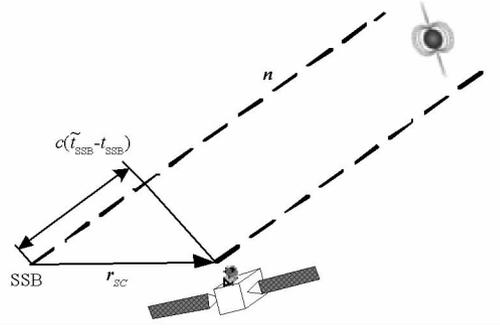


图1 脉冲星守时基本原理

Fig. 1 Principle of the timing based on X-Ray pulsar

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{SSB} = \tilde{t}_{sc} + \frac{\mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc}}{c} + \frac{2\mu_S}{c^3} \ln \left| \frac{\mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc} + \|\tilde{\mathbf{r}}_{sc}\|}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{b} + b} \right| + 1 \\ + \frac{1}{2cD_0} [(\mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc})^2 - r^2 + 2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{b})(\mathbf{n} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc}) - 2(\mathbf{b} \cdot \tilde{\mathbf{r}}_{sc})] \end{aligned} \quad (4)$$

其中, \mathbf{n} 为脉冲星的方向矢量, $\tilde{\mathbf{r}}_{sc}$ 是卫星在SSB坐标系中的导航位置矢量, c 是光速, \mathbf{b} 是SSB相对于太阳质心的位置矢量, μ_S 为太阳的引力常数, D_0 为脉冲星与太阳的距离。

根据式(4),将 t_{SSB} 展开为以下的形式。

$$\begin{aligned} t_{SSB} = t_{sc} + \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{sc}}{c} + \frac{2\mu_S}{c^3} \ln \left| \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{sc} + \|\mathbf{r}_{sc}\|}{\mathbf{n} \cdot \mathbf{b} + b} \right| + 1 \\ + \frac{1}{2cD_0} [(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{sc})^2 - r^2 + 2(\mathbf{n} \cdot \mathbf{b})(\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}_{sc}) - 2(\mathbf{b} \cdot \mathbf{r}_{sc})] \end{aligned} \quad (5)$$

其中, t_{sc} 为脉冲达到卫星的真实时间, \mathbf{r}_{sc} 是卫星的真实位置矢量。

令

$$\begin{aligned} \tilde{t}_{sc} = t_{sc} + \delta t \\ \tilde{\mathbf{r}}_{sc} = \mathbf{r}_{sc} + \delta \mathbf{r} \end{aligned} \quad (6)$$

其中, δt 为星载原子钟的钟差, $\delta \mathbf{r}$ 为卫星的位置偏差。

式(4)减式(5)可以得到

$$\tilde{t}_{SSB} - t_{SSB} = \delta t + \frac{\mathbf{n} \cdot \delta \mathbf{r}}{c} + \delta t_1 + \delta t_2 + B \quad (7)$$

其中, δt_1 、 δt_2 为式(4)、式(5)的等式右边第三项、第四项的差。由于地球卫星到太阳的距离约为1AU, δt_1 和 δt_2 的值小于1ns,可以忽略。在式(7)中, B 为守时系统的系统偏差。

守时系统的系统偏差主要包括探测器误差、脉冲星特征参数误差、脉冲星时间相位模型误差、太阳系质心位置的误差等^[10]。具体的误差情况如表1所示。

表 1 守时系统的系统偏差

Tab. 1 System bias of the pulsar timing system

偏差类型	偏差名称
探测器误差	探测器读出时间的延迟
	探测器本底噪声
	探测器的探测效率
脉冲星特征参数误差	脉冲星星表位置误差
星历误差	太阳系质心的位置误差

在表 1 中,探测器本底噪声和由于探测效率引起的误差是随机误差,可以通过滤波技术降低其影响。此外,在导航过程中,探测器读出时间的延迟和太阳系质心位置误差可以作常值误差处理。脉冲星星表位置误差与卫星相对于 SSB 的位置有关。对短时间的脉冲星守时系统而言,脉冲星星表位置误差的影响变化缓慢,可以建模成缓变过程^[11]。

为不失一般性,本文将系统偏差的状态方程构建为如下形式

$$\dot{B} = 0 + w_B \quad (8)$$

其中, $w_B \sim N(0, \sigma_B)$ 。 σ_B 可采用经验值或在线自适应技术获得。

需要指出的是,在式(7)中,等式右边的第二项偏差是由卫星的导航位置偏差所引起的。目前,卫星的位置估计精度可达 10m,由卫星位置偏差引起的守时偏差大约为 33ns。基于导航滤波理论可知,卫星的位置偏差服从 $N(0, 10m)$ 。因此,由卫星位置偏差导致的守时偏差服从 $N(0, 33ns)$ 。所以在利用式(8)构建系统偏差状态模型时,可以考虑该项误差的作用。

基于上述的分析,令观测量 $Z(t_{k+1}) = \tilde{t}_{SSB} - t_{SSB}$, 可以建立如式(9)所示的改进后的守时方程

$$Z(t_{k+1}) = H_{k+1} \begin{bmatrix} x_1(t_{k+1}) \\ x_2(t_{k+1}) \\ x_3(t_{k+1}) \end{bmatrix} + D_{k+1} B_{k+1} + v(k+1) \quad (9)$$

其中,

$$H_{k+1} = [1 \ 0 \ 0] \quad (10)$$

$$D_{k+1} = [1] \quad (11)$$

在式(11)中, v 为观测噪声,是一个均值为 0,方差为 σ_{TOA} 的白噪声。 σ_{TOA} 的表达式如式(12)所示^[12]。

$$\sigma_{TOA} = \frac{W \sqrt{[B_X + F_X(1 - p_f)]d + F_X p_f}}{2F_X p_f \sqrt{A t_m}} \quad (12)$$

其中, W 为脉冲宽度, B_X 为宇宙背景辐射流量, F_X 为脉冲星流量, p_f 为脉冲星的脉冲比, d 为脉冲宽

度与脉冲周期的比, A 为 X 射线探测器的面积, t_m 为测量周期。

3 二步卡尔曼滤波

为了解决由于维数增加而导致的滤波解算失稳问题, Friedland 提出了二步卡尔曼滤波算法^[13]用于解耦处理常值系统偏差的情况。在此基础上, Ignagni 推导了可处理缓变过程的二步卡尔曼滤波^[14]。如图 2 所示,该算法的核心思想是将集中滤波器解耦为两个部分滤波器。其中,无偏差滤波器在工作时假设没有系统偏差,偏差滤波器估计系统偏差。通过偏差滤波器的结果来校正无偏差滤波器的结果,可以获得修正系统偏差后的滤波结果。从图 2 可以看出,二步卡尔曼滤波在本质上是一种并行滤波器,该滤波器将状态估计与系统偏差估计解耦,从而降低了滤波解算的计算量,提高了滤波解算过程中的数值稳定性。

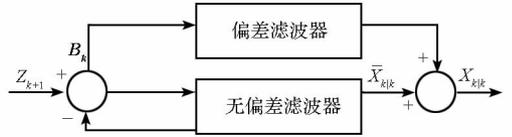


图 2 二步卡尔曼滤波结构

Fig. 2 A two-stage Kalman filter structure

线性二步卡尔曼滤波的具体算法如式(13a) ~ (13f) 和式(14a) ~ (14e) 所示。

(1) 无误差滤波器

$$\bar{X}_{k+1|k} = \Phi_{k+1|k} \bar{X}_{k|k} \quad (13a)$$

$$r_{k+1} = Z_{k+1} - H_{k+1} \bar{X}_{k+1|k} \quad (13b)$$

$$\bar{X}_{k+1|k+1} = \bar{X}_{k+1|k} + K_X r_{k+1} \quad (13c)$$

$$\bar{P}_{k+1|k} = \Phi_{k+1|k} \bar{P}_{k|k} \Phi_{k+1|k}^T + Q_k \quad (13d)$$

$$K_X = \bar{P}_{k+1|k} H_{k+1}^T (H_{k+1} \bar{P}_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (13e)$$

$$\bar{P}_{k+1|k+1} = (I - K_X H_{k+1}) \bar{P}_{k+1|k} (I - K_X H_{k+1})^T + H_{k+1} R_{k+1} H_{k+1}^T \quad (13f)$$

(2) 误差滤波器

$$B_{k+1|k} = B_{k|k} \quad (14a)$$

$$P_{k+1|k}^B = P_{k|k}^B + Q_k^B \quad (14b)$$

$$K_B = P_{k+1|k}^B S_{k+1}^T \cdot (S_{k+1} P_{k+1|k}^B S_{k+1}^T + H_{k+1} \bar{P}_{k+1|k} H_{k+1}^T + R_{k+1})^{-1} \quad (14c)$$

$$B_{k+1|k+1} = B_{k+1|k} + K_B (r_{k+1} - S_{k+1} B_{k+1|k}) \quad (14d)$$

$$P_{k+1|k+1}^B = (I - K_B S_{k+1}) P_{k+1|k}^B \quad (14e)$$

(3) 滤波总输出结果

$$X_{k+1|k+1} = \bar{X}_{k+1|k} + V_{k+1} B_{k+1|k+1} \quad (15a)$$

$$P_{k+1|k+1} = \bar{P}_{k+1|k+1} + V_{k+1} P_{k+1|k+1}^B V_{k+1}^T \quad (15b)$$

式(14a)~(14e)中所涉及的关系矩阵 S_{k+1} 可通过式(16a)~(16c)获得。

$$S_{k+1} = H_{k+1} U_{k+1} + D_{k+1} \quad (16a)$$

$$U_{k+1} = \Phi_{k+1|k} V_k \quad (16b)$$

$$V_{k+1} = U_{k+1} - K_X S_{k+1} \quad (16c)$$

4 仿真与分析

以 GPS 轨道为例,其中轨道长半轴 26559.7km,偏心率 0.0049,轨道倾角 55.07°,升交点赤经 189.7°,零时刻的真近点角为 0°,近地点角距 0°。卫星的位置偏差为 10m。给定卫星星载时钟初始时刻的钟差为 3.5858×10^{-6} s,钟差漂移率为 3.637979×10^{-11} ,钟差漂移率的变化率为 $6.66 \times 10^{-18} \text{ s}^{-1}$ 。依据铷原子钟模型,给定星载时钟的噪声谱密度分别为 $q_1 = 1.11 \times 10^{-22}$, $q_2 = 2.22 \times 10^{-32}$ 和 $q_3 = 6.66 \times 10^{-45}$ 。选用 PSR 0531 + 21 作为观测的脉冲星,表 2 给出了该脉冲星的参数信息。守时观测时间为 2h,仿真时间为 30d。探测器有效面积为 0.5 m^2 ,探测器的时间分辨率为 $1 \mu\text{s}$ 。宇宙背景辐射噪声流量为 $0.005 \text{ ph}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$ 。脉冲星的星表位置误差为 0.1 mas 。参考文献[10]的取值,将系统偏差的常值部分设为 $1 \mu\text{s}$ 。系统的观测噪声利用式(12)获得。

表 2 PSR 0531 + 21 的参数

Tab. 2 Parameters of PSR 0531 + 21

参数	值
银经/(°)	184.56
银纬/(°)	-5.78
周期/s	0.0334
距离/kpc	2
流量/(ph/(cm ² ·s))	15400
脉冲比/%	70
脉冲宽度/s	0.00167

图 3 给出了未校正系统偏差的守时结果。从

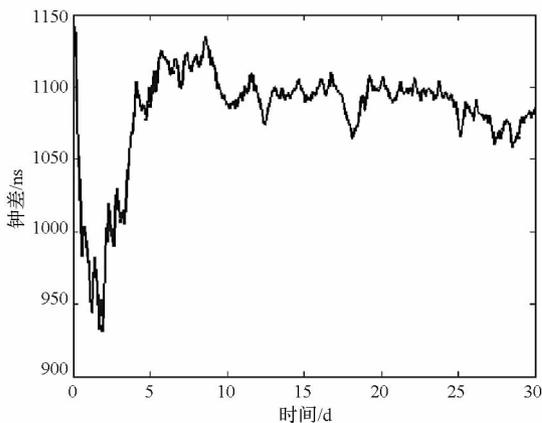


图 3 未校正系统偏差的守时结果

Fig. 3 Result of timing without correcting the system bias

图 3 可以看出,由于存在系统偏差,脉冲星守时系统对原子钟钟差的校正能力有限,难以满足卫星导航对高精度时间信标的要求。

图 4 给出了校正系统偏差后的守时结果。从图 4 的结果可以看出,利用本文所提出的系统偏差补偿方法可以有效地降低系统偏差对脉冲星守时系统性能的影响,提高守时精度。

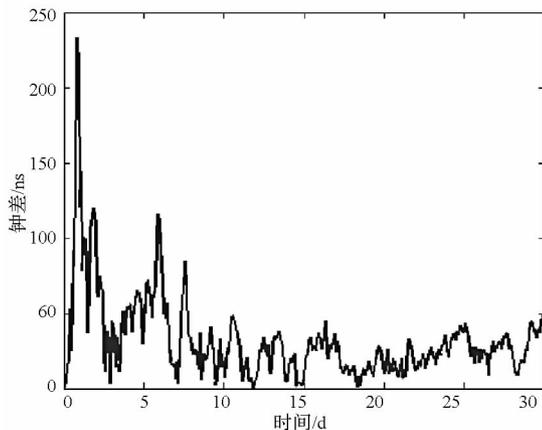


图 4 校正系统偏差后的守时结果

Fig. 4 Result of timing with correcting the system bias

表 3 比较了通过 1000 次 Monte Carlo 打靶获得的未校正偏差守时系统和校正偏差守时系统的性能。从表 3 可以看出,校正系统偏差后,脉冲星守时系统的性能大幅提高。从而也证明了消除脉冲星守时系统的系统偏差的必要性。

表 3 两种守时系统性能的比较

Tab. 3 Comparison between the performances of the two systems

	未校正误差	校正误差
守时精度/ns	1065.4	41.32

由式(12)可知, σ_{TOA} 精度与探测器的面积有关。探测器的面积愈大, σ_{TOA} 精度愈高。图 5 给出了在未校正系统偏差的情况下,守时精度与探测器面积间的关系。从图 5 可知,守时精度随着探测器面积的增加而提高。但由于探测器面积的增加只能在一定程度上削弱系统偏差的影响,并不会对守时系统性能有实质性的提高。因此,利用本文提出的算法进行系统偏差的修正是十分有必要的。

此外,从图 5 的结果也可看出,即使不考虑系统偏差的影响,探测器面积的增加对守时系统性能的提高也极为有限。因此,在守时精度允许的情况下,可降低对探测器有效面积的需求,从而提高 X 射线脉冲星守时系统的工程可实现性。

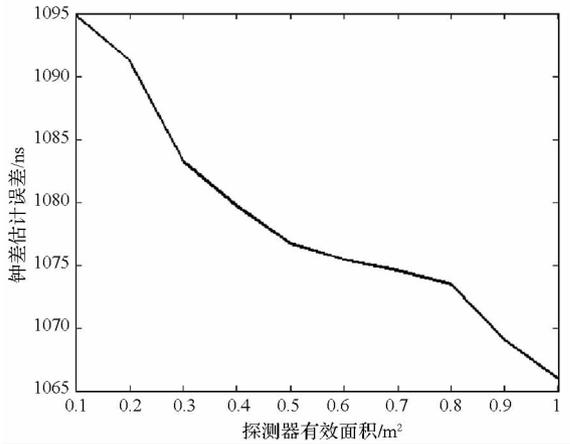


图 5 探测器有效面积与守时精度的关系

Fig.5 Impact of the area of the detector on the timing system

5 结论

本文提出了考虑系偏差的脉冲星守时算法。该算法在对影响脉冲星守时系统性能的误差因素建模的基础上,利用二步卡尔曼滤波技术,将系统状态和系统偏差解耦估计,从而在削弱系统偏差影响的同时,提高滤波解算的稳定性。分析结果表明,考虑系统偏差的脉冲星守时算法可以有效地削弱系统偏差的影响,提高系统的守时精度。该算法为脉冲星守时系统的工程化实现提供了一条可行的思路。

参考文献 (References)

- [1] 朱祥维,肖华,雍少为,等. 卫星钟差预报的 Kalman 算法及其性能分析[J]. 宇航学报, 2008, 29(3): 966-970.
ZHU Xiangwei, XIAO Hua, YONG Shaowei, et al. The kalman algorithm used for satellite clock offset prediction and Its performance analysis[J]. Journal of Astronautics, 2008, 29 (3): 966-970. (in Chinese)
- [2] Xiong K, Wei C L, Liu L D. The use of X-ray pulsars for aiding navigation of satellites in constellations [J]. Acta Astronaut, 2009, 64(4): 427-436.
- [3] Sheikh S I, Pines D J, Ray P S. Spacecraft navigation using X-ray pulsars[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 2006, 29(1): 49-63.
- [4] 陈鼎,朱幸芝,王娜. 基于实测数据的综合脉冲星时研究[J]. 天文学报, 2011, 52(5): 393-400.
CHEN Ding, ZHU Xingzhi, WANG Na. A research on the ensemble pulsar time based on observational data[J]. ACTA ASTRONOMICA SINICA, 2011, 52(5): 393-400.
- [5] Sun S M, Zheng W, Tang G J. A research on the pulsar timing based on kalman filtering [J]. Chinese Astronomy and Astrophysics, 2010(34):187-193.
- [6] 刘也,余安喜,朱炬波,等. 基于半参数建模的弹道目标实时滤波[J]. 宇航学报, 2011, 32(10):2169-2174.
LIU Ye, YU Anxi, ZHU Jubo, et al. Real-time filter for trajectory target tracking based on semi-parameter modeling [J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(10):2169-2174.
- [7] Haessig D, Friedland B. Separate-bias estimation with reduced-order dalman filters [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(7):983-987.
- [8] Dennis W W. The use of X-ray pulsars for aiding GPS satellite orbit determination[D]. Air Force Institute of Technology & Air Force Space Command, 2005.
- [9] Emadzadeh A A, Speyer J L. X-ray pulsar-based relative navigation using epoch folding [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2011, 47(4): 2317-2327.
- [10] 宁晓琳,马辛,张学亮,等. 基于 ASUKF 的火星探测器脉冲星自主导航方法[J]. 北京航空航天大学学报, 2012, 38(1):22-27.
NING Xiaolin, MA Xin, ZHANG Xueliang, et al. Autonomous pulsars navigation method based on ASUKF for Mars probe[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2012, 38(1):22-27.
- [11] Liu J, Ma J, Tian J W, et al. X-ray pulsar navigation method for spacecraft with pulsar direction error [J]. Advances in Space Research, 2010, 46(11): 1409-1417.
- [12] Friedland B. Treatment of bias in recursive filtering [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1969, AC-14 (4):359-367.
- [13] Ignagni M. Separate-bias dalman estimator with bias state noise[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1990, 35(3):338-341.