

# 分布式放大前传中继辅助多用户对等通信中的鲁棒波束成形\*

王海红, 王欣, 魏急波

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**针对分布式放大前传中继辅助多用户对等通信系统研究了存在非理想信道状态信息(CSI)时的分布式中继网络(DRN)鲁棒波束成形设计问题。采用统计CSI误差模型,考虑了两种鲁棒优化问题:一是从公平性的角度出发在DRN总发送功率约束下实现多个目的节点间的信干噪比(SINR)平衡;二是从有效性的角度出发在保证各个目的节点服务质量需求(SINR大于预设门限)约束下最小化DRN总发送功率。对问题的分析和建模表明,在多用户情况下,这两个问题都是难以求解的优化问题。通过引入半定松弛(SDR)思想,将上述两种优化问题转化为可利用内点法有效求解的半定规划(SDP)问题。最后通过仿真验证了所提设计的鲁棒性能。

**关键词:**多用户;对等通信;分布式中继网络;放大前传;鲁棒波束成形

**中图分类号:**TN92 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)02-0057-06

## Robust beamforming for distributed amplify-and-forward relay aided multiuser peer-to-peer communication

WANG Haihong, WANG Xin, WEI Jibo

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** This study addresses the robust distributed relay network (DRN) beamforming design problems for a distributed Amplify-and-Forward (AF) relay aided multiuser peer-to-peer communication system in the presence of imperfect channel state information (CSI). By adopting a stochastic CSI error model, two robust optimal design problems are considered. One is aimed at balancing the signal-to-interference plus noise ratio (SINR) at destinations under the DRN total transmit power constraint concerning the fairness, the other is to minimize the DRN total transmit power with the guarantee of QoS requirements (SINRs exceed preassign thresholds) at destinations concerning the efficiency. The analysis and modeling indicates that the problems above are the intractable problems. By introducing the semidefinite relaxation (SDR) technique, the intractable problems hereinbefore can be converted into the semidefinite program (SDP) problems which can be solved efficiently through the interior-point method. The robust performance of the proposed designs is demonstrated through simulations.

**Key words:** multiuser; peer-to-peer communications; distributed relay network; amplify-and-forward; robust beamforming

在无线通信网络中使用中继可以有效提高系统的吞吐量、可靠性和覆盖范围,显著改善处于深衰落或者阴影效应下用户的性能,并能提高系统对多用户的支持能力<sup>[1]</sup>。在实际应用中,放大前传(AF)中继技术因其较低的实现复杂度和信号处理延迟已经成为3GPP LTE-A等下一代无线通信技术的核心技术之一<sup>[2-3]</sup>。

利用相同的时频资源,中继辅助多用户对等通信(多个源-目的节点配对组依赖中继同时通信)可进一步提高系统的频谱效率<sup>[4-5]</sup>。文献[6]考虑了多个单天线源和目的节点配对组通过多个单天线AF中继节点辅助同时通信的场景,并提出了中继协作波束成形的框架。以文献[6]

为基础,文献[7]给出了在目的节点接收信号强度约束下最小化发送功率的协作波束成形最佳加权设计。不同于文献[7]中的目的节点接收信号强度约束,文献[8]考虑了AF中继辅助多用户对等通信在目的节点SINR约束下的协作波束成形,并得到了完全不同的优化问题。

上述工作<sup>[6-8]</sup>假设中继节点获得了理想的CSI,但当获得的CSI有一定误差时,基于理想CSI的波束成形设计性能会严重下降<sup>[9]</sup>,因此开发对不准确CSI具有鲁棒性的波束成形设计具有重要的实际意义。由于中继节点前、后向两阶段信道是耦合(优化目标或约束条件是两阶段信道乘积的函数)的,基于最坏情况和基于概率约束的鲁

\* 收稿日期:2012-09-03

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61101096,61101098);湖南自然科学基金资助项目(11jj4055)

作者简介:王海红(1984—),男,江苏扬州人,博士研究生,E-mail:whhkof@126.com;

魏急波(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:wjbhw@nudt.edu.cn

棒波束成形设计变得较难实现,此时基于 CSI 误差二阶统计信息的鲁棒设计是一种相对易于实现的“最后策略”<sup>[10]</sup>。考虑已知 CSI 误差二阶统计信息,文献[11]针对单 MIMO AF 中继辅助多用户对等通信研究了基于 MSE 准则的中继波束成形器和目的节点接收机联合鲁棒设计问题。

对于多用户对等通信,其系统容量、系统 BER、接收信号 MSE 等均是 SINR 的单调函数,即 SINR 是系统性能最直接、最本质的评价指标,为此,本文基于 SINR 准则考虑了分布式 AF 中继辅助多用户对等通信中的鲁棒波束成形设计问题。从统计 CSI 误差模型出发,在分布式中继网络(DRN)总发送功率受限条件下,提出了基于 SINR 平衡的鲁棒波束成形设计;在保证目的节点 QoS 需求(SINR 大于预设门限)条件下,提出了基于最小化 DRN 总发送功率的鲁棒波束成形设计。基于半定松弛(SDR)思想,将所提鲁棒设计问题转化为能应用内点法有效求解的半定规划(SDP)问题<sup>[12]</sup>。仿真结果表明,鲁棒设计能够有效地抵抗 CSI 误差带来的性能损失。

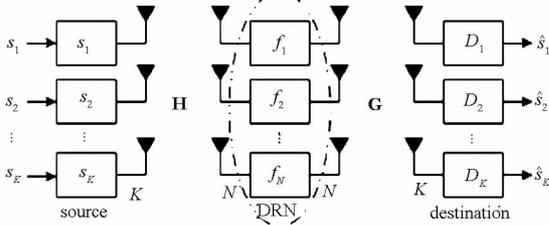


图1 分布式 AF 中继辅助对等通信模型

Fig. 1 The model of distributed AF relay aided peer-to-peer communications

## 1 模型描述

分布式 AF 中继辅助多用户对等通信模型如图 1 所示。假设系统处于 TDD 工作模式。 $K$  个单天线源节点和  $K$  个单天线目的节点之间通过分布式中继网络(DRN)配对通信,DRN 由  $N$  个通过骨干网相连的单天线 AF 中继节点组成,并假设与一处理中心通过无差错信道进行连接,从而具有一定的联合处理能力(处理中心接收来自各中继节点的信道估计值,计算出波束成形系数,然后将它们反馈给各中继节点)。由于大的路径衰减或严重的阴影效应,本文假定源节点和目的节点之间没有直传链路。

在第 1 个时隙,第  $k$  个源节点发送符号  $x_k \in \mathbf{C}$  给第  $k$  个目的节点,  $\mathbf{E}\{|x_k|^2\} = 1$ 。所有源节点与 DRN 之间信道矩阵为  $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \mathbf{h}_2, \dots, \mathbf{h}_K] \in \mathbf{C}^{N \times K}$ ,其中第  $k$  个源节点至 DRN 之间的信道矢

量为  $\mathbf{h}_k = [h_{k,1}, h_{k,2}, \dots, h_{k,N}]^T \in \mathbf{C}^N$ ,第  $k$  个源节点至第  $n$  个中继节点之间的信道  $h_{k,n} \sim CN(0, 1)$ 。DRN 接收的信号矢量可表示为

$$\mathbf{y} = \sqrt{P_0} \mathbf{H} \mathbf{x} + \boldsymbol{\omega} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ ,  $y_n$  为第  $n$  个中继节点的接收信号,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_K]^T$  为发送信号矢量,  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N]^T$  为 DRN 处的噪声矢量,第  $n$  个中继节点处的噪声  $\omega_n \sim CN(0, \sigma_{\omega_n}^2)$ ,每个源节点发送功率固定为  $P_0$ 。

在第 2 个时隙,DRN 采用波束成形矩阵转发接收信号  $\mathbf{y}$ ,波束成形矩阵为一对角阵  $\mathbf{F} = \text{diag}(f_1, f_2, \dots, f_N)$ ,  $f_n \in \mathbf{C}$  为第  $n$  个中继节点的转发系数。第  $k$  个目的节点与 DRN 之间信道矢量为  $\mathbf{g}_k^T = [g_{k,1}, g_{k,2}, \dots, g_{k,N}] \in \mathbf{C}^{1 \times N}$ ,第  $n$  个中继与第  $k$  个目的节点之间的信道  $g_{k,n} \sim CN(0, 1)$ 。第  $k$  个目的节点接收信号为

$$\begin{aligned} z_k &= \sqrt{P_0} \mathbf{g}_k^T \mathbf{F}^H \mathbf{H} \mathbf{x} + \mathbf{g}_k^T \mathbf{F}^H \boldsymbol{\omega} + \mathbf{v}_k \\ &= \underbrace{\sqrt{P_0} \mathbf{f}^H \text{diag}(\mathbf{g}_k) \mathbf{h}_k x_k}_{\text{desired signal}} \\ &\quad + \underbrace{\sqrt{P_0} \mathbf{f}^H \text{diag}(\mathbf{g}_k) \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{h}_i x_i}_{\text{interference}} \\ &\quad + \underbrace{\mathbf{f}^H \text{diag}(\mathbf{g}_k) \boldsymbol{\omega} + \mathbf{v}_k}_{\text{noise}} \end{aligned} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{v}_k \sim CN(0, \sigma_{v_k}^2)$  为第  $k$  个目的节点处噪声,  $\mathbf{f} = \text{diag}(\mathbf{F}) = [f_1, f_2, \dots, f_N]^T$  为中继波束成形矢量。

DRN 进行波束成形需要后向信道  $\mathbf{H}$  和前向信道  $\mathbf{G} = [\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2, \dots, \mathbf{g}_K]^T \in \mathbf{C}^{K \times N}$  的信息,但由于信道估计误差、反馈时延等影响,DRN 不能得到理想的 CSI。DRN 容易获得后向信道  $\mathbf{H}$  的估计,并可利用 TDD 信道互易性获得前向信道  $\mathbf{G}$  的估计,因此本文主要考虑信道估计误差的影响,并采用统计 CSI 误差模型<sup>[11]</sup>,

$$\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_k + \boldsymbol{\delta}_k, 1 \leq k \leq K \quad (3)$$

$$\mathbf{g}_k = \hat{\mathbf{g}}_k + \boldsymbol{\varphi}_k, 1 \leq k \leq K \quad (4)$$

其中  $\boldsymbol{\delta}_k$  和  $\boldsymbol{\varphi}_k$  是 CSI 加性误差矢量,  $\hat{\mathbf{h}}_k$  和  $\hat{\mathbf{g}}_k$  是由信道估计得到的非理想 CSI。相应地,有

$$\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}} + \boldsymbol{\Delta} \quad (5)$$

$$\mathbf{G} = \hat{\mathbf{G}} + \boldsymbol{\Phi} \quad (6)$$

其中  $\hat{\mathbf{H}} = [\hat{\mathbf{h}}_1, \hat{\mathbf{h}}_2, \dots, \hat{\mathbf{h}}_K]$ ,  $\hat{\mathbf{G}} = ([\hat{\mathbf{g}}_1, \hat{\mathbf{g}}_2, \dots, \hat{\mathbf{g}}_K])^T$ ,  $\boldsymbol{\Delta} = [\boldsymbol{\delta}_1, \boldsymbol{\delta}_2, \dots, \boldsymbol{\delta}_K]$ ,  $\boldsymbol{\Phi} = [\boldsymbol{\varphi}_1, \boldsymbol{\varphi}_2, \dots, \boldsymbol{\varphi}_K]^T$ ,  $\boldsymbol{\Delta}$  和  $\boldsymbol{\Phi}$  是信道估计误差矩阵,我们假定它们服从高斯分布,均值为零,协方差分别为  $\mathbf{E}\{\text{vec}(\boldsymbol{\Delta}) \text{vec}(\boldsymbol{\Delta})^H\} = \sigma_{\delta}^2 \mathbf{I}$  和  $\mathbf{E}\{\text{vec}(\boldsymbol{\Phi}) \text{vec}(\boldsymbol{\Phi})^H\} = \sigma_{\varphi}^2 \mathbf{I}$ ,  $\text{vec}(\cdot)$  表示矩阵列矢量化运算。将式(3)和(4)代入式

(2),则第  $k$  个目的节点接收信号可表示为

$$z_k = \underbrace{\sqrt{P_0} \mathbf{f}^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \hat{\mathbf{h}}_k x_k}_{\text{desired signal}} + \underbrace{\sqrt{P_0} \mathbf{f}^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \sum_{i=1, i \neq k}^K \hat{\mathbf{h}}_i x_i}_{\text{interference}} + \underbrace{\zeta_k}_{\text{noise}} \quad (7)$$

其中噪声项为

$$\begin{aligned} \zeta_k &= \sqrt{P_0} \mathbf{f}^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \sum_{i=1}^K \delta_i x_i \\ &+ \sqrt{P_0} \mathbf{f}^H \text{diag}(\boldsymbol{\varphi}_k) \sum_{i=1}^K (\hat{\mathbf{h}}_i + \delta_i) x_i \\ &+ \mathbf{f}^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k + \boldsymbol{\varphi}_k) \boldsymbol{\omega} + v_k \end{aligned} \quad (8)$$

由此,得到包含有信道估计误差的系统信号模型。

## 2 鲁棒波束成形设计

本节针对存在统计 CSI 误差的系统信号模型(7)提出了两种鲁棒波束成形设计。首先,在 DRN 总发送功率受限条件下,提出了基于 SINR 平衡的鲁棒波束成形设计。然后,在保证目的节点特定 QoS 要求(SINR 大于预设门限)条件下,提出了基于最小化 DRN 总发送功率的鲁棒波束成形设计。针对这两种不同的鲁棒波束成形设计策略,给出了其相对应的鲁棒算法。

### 2.1 基于 SINR 平衡的鲁棒波束成形设计

考虑 DRN 总发送功率约束下,通过设计波束成形矢量  $\mathbf{f}$  使得各目的节点中最小的 SINR 最大。此时最大化最小 SINR(SINR 平衡)的优化问题可数学表示为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}} \quad & \min_{1 \leq k \leq K} \text{SINR}_k \\ \text{s. t.} \quad & P \leq P_r \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\text{SINR}_k$  是第  $k$  个目的节点的信干噪比,  $P$  是 DRN 总发送功率的期望值,  $P_r$  是 DRN 总发送功率的上限, s. t. (subject to) 表示“受……约束”。

DRN 总发送功率的期望值可表示为

$$\begin{aligned} P &= \mathbf{E} \{ (\mathbf{F}^H \mathbf{y})^H (\mathbf{F}^H \mathbf{y}) \} \\ &= \text{tr} \{ \mathbf{F}^H \mathbf{E} \{ \mathbf{y} \mathbf{y}^H \} \mathbf{F} \} \\ &= \mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{f} \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $\mathbf{A} \triangleq \text{diag}([\mathbf{R}_y]_{1,1}, [\mathbf{R}_y]_{2,2}, \dots, [\mathbf{R}_y]_{N,N})$ ,  $\mathbf{R}_y = \mathbf{E} \{ \mathbf{y} \mathbf{y}^H \} = P_0 \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H + P_0 N \sigma_\delta^2 \mathbf{I}_N + \sigma_\omega^2 \mathbf{I}_N$ , 期望是关于  $\mathbf{x}$ ,  $\boldsymbol{\omega}$  和  $\Delta$  的,  $\text{tr} \{ \cdot \}$  表示矩阵迹运算。

第  $k$  个目的节点的信干噪比可表示为

$$\text{SINR}_k = \frac{P_S^k}{P_I^k + P_N^k} \quad (11)$$

其中  $P_S^k$ ,  $P_I^k$  和  $P_N^k$  分别是第  $k$  个目的节点的期望信号功率、干扰信号功率及噪声功率, 分别表示为

$$P_S^k = P_0 \mathbf{f}^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \hat{\mathbf{h}}_k \hat{\mathbf{h}}_k^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k^*) \mathbf{f} \quad (12)$$

$$P_I^k = P_0 \mathbf{f}^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \sum_{i=1, i \neq k}^K \hat{\mathbf{h}}_i \hat{\mathbf{h}}_i^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k^*) \mathbf{f} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} P_N^k &= P_0 K \sigma_\delta^2 \mathbf{f}^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k^*) \mathbf{f} + \sigma_v^2 \\ &+ P_0 \sigma_\phi^2 \mathbf{f}^H \text{tr} \left\{ \sum_{i=1}^K \hat{\mathbf{h}}_i \hat{\mathbf{h}}_i^H \right\} \mathbf{f} + P_0 K N \sigma_\delta^2 \sigma_\phi^2 \mathbf{f}^H \mathbf{f} \\ &+ \sigma_\omega^2 \mathbf{f}^H [\text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k^*) + \sigma_\phi^2 \mathbf{I}_N] \mathbf{f} \end{aligned} \quad (14)$$

为简化表示,定义

$$\mathbf{A}_k \triangleq P_0 \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \hat{\mathbf{h}}_k \hat{\mathbf{h}}_k^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k^*) \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_k &\triangleq P_0 \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \sum_{i=1, i \neq k}^K \hat{\mathbf{h}}_i \hat{\mathbf{h}}_i^H \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k^*) \\ &+ P_0 K \sigma_\delta^2 \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k^*) \\ &+ P_0 \sigma_\phi^2 \text{tr} \left\{ \sum_{i=1}^K \hat{\mathbf{h}}_i \hat{\mathbf{h}}_i^H \right\} \mathbf{I}_N + P_0 K N \sigma_\delta^2 \sigma_\phi^2 \mathbf{I}_N \\ &+ \sigma_\omega^2 [\text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k) \text{diag}(\hat{\mathbf{g}}_k^*) + \sigma_\phi^2 \mathbf{I}_N] \end{aligned} \quad (16)$$

基于式(10) ~ (16), 式(9) 转化为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}} \quad & \min_{1 \leq k \leq K} \frac{\mathbf{f}^H \mathbf{A}_k \mathbf{f}}{\mathbf{f}^H \mathbf{B}_k \mathbf{f} + \sigma_v^2} \\ \text{s. t.} \quad & \mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{f} \leq P_r \end{aligned} \quad (17)$$

引入松弛变量  $\gamma$ , 则优化问题(17) 可等价表示为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{f}, \gamma} \quad & \gamma \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \frac{\mathbf{f}^H \mathbf{A}_k \mathbf{f}}{\mathbf{f}^H \mathbf{B}_k \mathbf{f} + \sigma_v^2} \geq \gamma, 1 \leq k \leq K \\ \mathbf{f}^H \mathbf{A} \mathbf{f} \leq P_r \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

式(18) 的第一个不等式约束是二次型分式形式, 为非凸约束, 故式(18) 是难以求解的非凸问题。基于半定松弛思想, 以下我们将通过合理的近似变换将该非凸问题转化为凸问题, 并得以有效求解。

令  $\mathbf{W} = \mathbf{f} \mathbf{f}^H$ , 易知  $\mathbf{W}$  为半正定 Hermite 矩阵且  $\text{rank}(\mathbf{W}) = 1$ , 则式(18) 可等价表示为

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{W}, \gamma} \quad & \gamma \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \mathbf{W} \geq 0 \\ \text{tr} \{ \mathbf{W} (\mathbf{A}_k - \gamma \mathbf{B}_k) \} \geq \gamma \sigma_v^2, 1 \leq k \leq K \\ \text{tr} \{ \mathbf{W} \mathbf{A} \} \leq P_r \\ \text{rank}(\mathbf{W}) = 1 \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

因为式(19) 中的秩约束条件为非凸条件, 优化问题(19) 仍然是非凸问题。去掉秩 1 约束条件, 可得秩松弛(rank relaxation) 后的优化问题<sup>[10-12]</sup> 为

$$\begin{aligned} & \max_{\mathbf{W}, \gamma} \quad \gamma \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \mathbf{W} \geq 0 \\ \text{tr} \{ \mathbf{W}(\mathbf{A}_k - \gamma \mathbf{B}_k) \} \geq \gamma \sigma_v^2, 1 \leq k \leq K \\ \text{tr} \{ \mathbf{W} \mathbf{A} \} \leq P_r \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

由凸优化基本理论可知,优化问题(20)为凸问题<sup>[10]</sup>,可通过对分搜索法求解,每次搜索需判断优化问题(21)是否可解:

$$\begin{aligned} & \text{find} \quad \mathbf{W} \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \mathbf{W} \geq 0 \\ \text{tr} \{ \mathbf{W}(\mathbf{A}_k - \gamma \mathbf{B}_k) \} \geq \gamma \sigma_v^2, 1 \leq k \leq K \\ \text{tr} \{ \mathbf{W} \mathbf{A} \} \leq P_r \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

对分搜索过程具体描述如下:

第1步 初始化。选定合适的  $b_l$  和  $b_u$ , 保证

$\gamma^* \in [b_l, b_u]$ , 设置收敛容限  $\kappa$ ;

第2步 对分搜索与可行性判断。取  $b_o \leftarrow \frac{(b_l + b_u)}{2}$ ; 对于  $\gamma = b_o$ , 判断式(21)是否可解: 可解, 令  $b_l \leftarrow b_o$ ; 否则, 令  $b_u \leftarrow b_o$ ;

第3步 迭代终止判断。若  $|b_u - b_l| \leq \kappa$ , 则停止迭代去第4步, 否则返回第2步;

第4步 最优值求解。将  $\gamma^* = b_l$  代入式(21)得  $\mathbf{W}_{opt}$ 。

需要注意的几点是:

1) 式(21)是半定规划(SDP)问题<sup>[12]</sup>, 可用内点法有效求解。

2) 因为

$$\text{SINR}_k = \frac{\mathbf{f}^H \mathbf{A}_k \mathbf{f}}{\mathbf{f}^H \mathbf{B}_k \mathbf{f} + \sigma_v^2} \leq \frac{\mathbf{f}^H \mathbf{A}_k \mathbf{f}}{\mathbf{f}^H \left[ \mathbf{B}_k + \left( \frac{\sigma_v^2}{P_r} \right) \mathbf{A} \right] \mathbf{f}}$$

由广义 Rayleigh 商的性质<sup>[13]</sup>可得

$$\begin{aligned} \text{SINR}_k & \leq \lambda_{\max} \{ [\mathbf{B}_k + (\sigma_v^2/P_r) \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}_k \} \\ & \triangleq \gamma_{\max}^k \end{aligned} \quad (22)$$

其中  $\lambda_{\max} \{ \mathbf{M} \}$  表示矩阵  $\mathbf{M}$  的最大特征值, 则对分搜索的初始区间可选择为  $[0, \min_{1 \leq k \leq K} \gamma_{\max}^k]$ 。

3) 在获得  $\mathbf{W}_{opt}$  后, 需利用秩1约束条件求波束成形矢量  $\mathbf{f}$ 。若秩为1, 则  $\mathbf{W}_{opt}$  主特征矢量即为原优化问题(18)的最优解; 若秩不为1, 则可在  $\mathbf{W}_{opt}$  基础上利用随机化方法获得一个性能满意的近似解<sup>[14]</sup>。

4) SDR 思想将对向量的优化问题(18)转化为对半正定矩阵的优化问题(20), 从计算复杂度角度考虑实际上将一个 NP-hard 问题转化为多项

式复杂度的可解问题<sup>[12]</sup>。给定求解精度  $\varepsilon$  条件下, SDR 后的优化问题(20)的最坏计算复杂度为  $O(\max \{ N, B(K+1) \}^4 (K+1)^{1/2} \log(1/\varepsilon))$ , 其中  $N$  是待求解变量  $\mathbf{W}$  (或  $\mathbf{f}$ ) 的维数,  $K+1$  是约束条件数。此外, 上述复杂度随  $\varepsilon$  缓慢(呈对数)增加, 而且本文算法并不需要非常高的精度。

## 2.2 基于最小化 DRN 总发送功率的鲁棒波束成形设计

基于最小化 DRN 总发送功率的鲁棒波束成形设计与 2.1 节中的基于 SINR 平衡的鲁棒波束成形设计是紧密相关的。当要求保证目的节点特定 QoS 需求 (SINR 大于预设门限) 时, 最小化 DRN 总发送功率就变得非常有意义。此时的鲁棒波束成形设计问题可数学表示为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{f}} \quad P \\ \text{s. t.} \quad & \text{SINR}_k \geq \gamma_k, 1 \leq k \leq K \end{aligned} \quad (23)$$

其中  $\gamma_k$  表示第  $k$  个目的节点的 SINR 预设门限。经过类似处理, 优化问题(23)可转化为如下的凸优化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{W}} \quad \text{tr} \{ \mathbf{W} \mathbf{A} \} \\ \text{s. t.} \quad & \begin{cases} \text{tr} \{ \mathbf{W}(\mathbf{A}_k - \gamma_k \mathbf{B}_k) \} \geq \gamma_k \sigma_v^2, 1 \leq k \leq K \\ \mathbf{W} \geq 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (24)$$

由凸优化基本理论可知, 优化问题(24)是 SDP 问题, 可用内点法有效求解  $\mathbf{W}$ 。同样需利用秩1约束条件求出波束成形矢量  $\mathbf{f}$ 。

应用式(20)和(24)设计的 DRN 波束成形矢量不依赖于信道的瞬时信息, 只需已知 CSI 误差的二阶统计信息, 所以对 CSI 误差具有天然的鲁棒性。

## 3 仿真结果与分析

本节通过计算机仿真来验证所提鲁棒波束成形设计的性能, 其中 SDP 问题的数值解通过应用优化软件 *cvx*<sup>[15]</sup> 获得。仿真中考虑 2 个单天线源和单天线目的节点配对组, 分布式中继网络由 4 个单天线 AF 中继节点组成 (即  $K=2, N=4$ ), 信道估计矩阵  $\hat{\mathbf{H}}$  和  $\hat{\mathbf{G}}$  的各元素按复高斯分布  $CN(0, 1)$  随机产生, 且相互独立, 噪声方差  $\sigma_w^2 = \sigma_v^2 = 1$ 。为方便起见, 仿真中取两阶段信道  $\mathbf{H}$  和  $\mathbf{G}$  的不准确程度相同, 即  $\sigma_\delta = \sigma_\phi = \sigma_e$ 。仿真中考虑下述三种情形: (1) “Perfect CSI” 情形是通过假设  $\mathbf{H} = \hat{\mathbf{H}}$  和  $\mathbf{G} = \hat{\mathbf{G}}$ , 并在算法中设置  $\sigma_\delta = \sigma_\phi = 0$  获得的, 作比较基准用; (2) “Non-robust” 情形是通

过假设  $H = \hat{H} + \Delta$  和  $G = \hat{G} + \Phi$ ,但在算法中设置  $\sigma_\delta = \sigma_\phi = 0$  获得的;(3)“Robust”情形是通过假设  $H = \hat{H} + \Delta$  和  $G = \hat{G} + \Phi$ ,并在算法中设置  $\sigma_\delta = \sigma_\phi = \sigma_e$  获得的。

首先考虑基于 SINR 平衡的鲁棒波束成形设计与非鲁棒波束成形设计的性能。对分搜索收敛容限取  $\kappa = 10^{-4}$ ,源节点发送功率设为  $P_0 = 20\text{dB}$ ,DRN 总发送功率上限定义为  $P_r$ ,发送功率单位 dB 是相对于归一化噪声方差的一个相对值。图 2 给出了不同 CSI 误差下目的节点最小 SINR 随着 DRN 总发送功率上限  $P_r$  变化的性能曲线。图 3 给出了 DRN 总发送功率上限  $P_r = 20\text{dB}$  时目的节点最小 SINR 随着 CSI 误差  $\sigma_e$  变化的性能曲线。可以看出:(1)非鲁棒设计在  $P_r$  增大时性能明显恶化,这是因为式(14)中含 CSI 误差的项是与 DRN 总发送功率成正比的,而非鲁棒设计没有有效抑制它们的影响;(2)与非鲁棒设计相比,鲁棒设计改善的 SINR 性能随 CSI 误差的增加而增加,即鲁棒设计能够有效抵抗 CSI 误差对 SINR 性能的恶化影响。

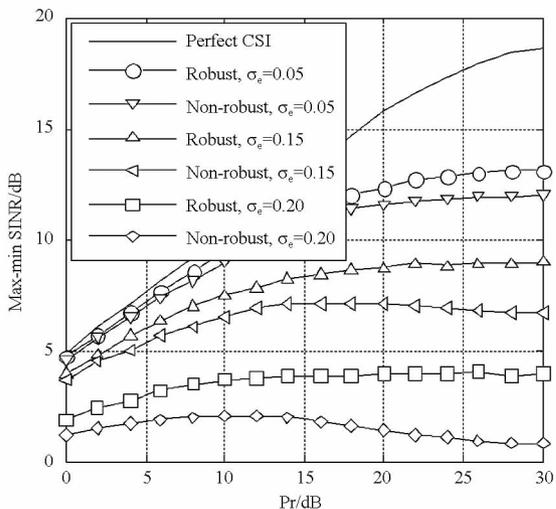


图 2 不同 DRN 总发送功率下的目的节点最小 SINR  
Fig.2 Max-min SINR at destinations versus DRN total transmit power upper limit

然后考虑基于最小化 DRN 总发送功率的鲁棒波束成形设计的性能。源节点发送功率设为  $P_0 = 20\text{dB}$ ,DRN 总发送功率上限设为  $P_r = 20\text{dB}$ 。图 4 给出了存在 CSI 误差时为满足目的节点 QoS 需求(大于 SINR 预设门限)所需的最小 DRN 总发送功率  $P$ 。图 5 给出了为满足不同目的节点 QoS 需求所需的最小 DRN 总发送功率随 CSI 误差  $\sigma_e$  变化的性能曲线。可以看出:(1)为保证 QoS 需求,鲁棒设计的 DRN 总发送功率随 CSI 误差的增加而增加,而且在较高 SINR 门限时出现

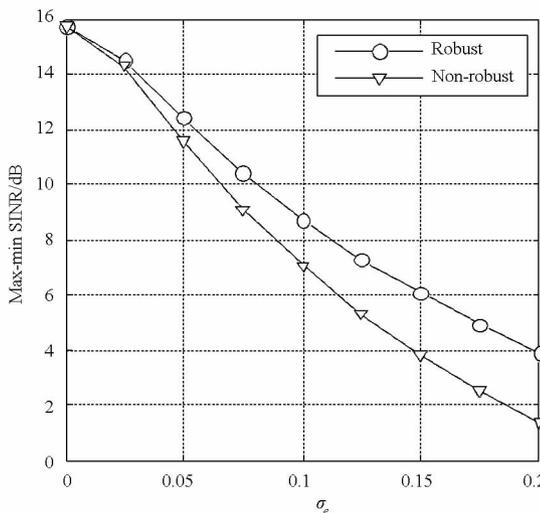


图 3 不同 CSI 误差下的目的节点最小 SINR  
Fig.3 Max-min SINR at destinations versus CSI error

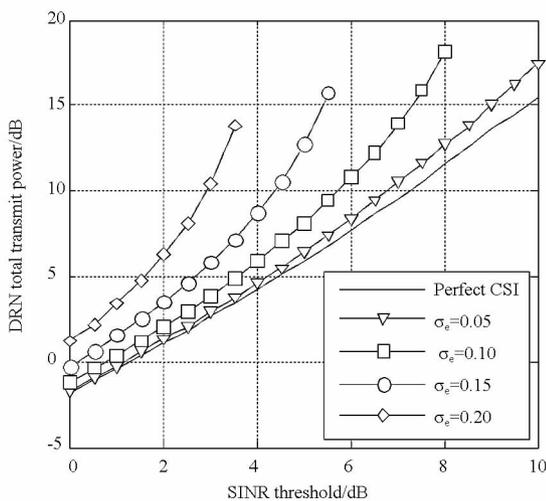


图 4 不同 SINR 门限下的最小 DRN 总发送功率  
Fig.4 Minimum of DRN total transmit power versus SINR threshold

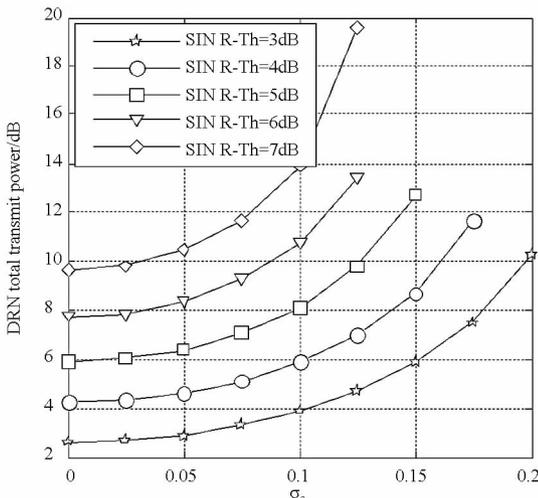


图 5 不同 CSI 误差下的最小 DRN 总发送功率  
Fig.5 Minimum of DRN total transmit power versus CSI error

了中断(实际需要功率大于功率上限);(2)根据实际 SINR 门限需求,鲁棒算法在未中断情形下能有效节省 DRN 发送总功率。图 4 和图 5 中没有给出非鲁棒算法的性能曲线,这是因为非鲁棒算法得到的波束成形系数依据式(11)计算后得到的实际 SINR 是根本达不到 SINR 门限值的。

## 4 结论

本文研究了分布式 AF 中继辅助多用户对等通信中的 DRN 鲁棒波束成形设计问题。针对统计 CSI 误差模型,在 DRN 总发送功率受限条件下,提出了基于 SINR 平衡的鲁棒波束成形设计;在保证目的节点 QoS 需求条件下,提出了基于最小化 DRN 总发送功率的鲁棒波束成形设计。基于半定松弛思想,上述两种鲁棒设计问题均转化成可利用内点法有效求解的半定规划问题。仿真结果表明,鲁棒设计能够有效地抵抗 CSI 误差带来的性能损失。

## 参考文献(References)

- [1] Sendonaris A, Erkip E, Aazhang B. User cooperation diversity, part I: system description [J]. *IEEE Trans. Commun.*, 2003, 51(11): 1927–1938.
- [2] Truong K T, Heath R W. Multimode antenna selection for MIMO amplify-and-forward relay systems [J]. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2010, 58(11): 5845–5859.
- [3] Parkvall S, Furuskär A, Dahlman E. Evolution of LTE toward IMT-Advanced [J]. *IEEE Commun. Mag.*, 2011, 49(2): 84–91.
- [4] Fazeli-Dehkordy S, Shahbazpanahi S, Gazor S. Multiple peer-to-peer communications using a network of relays [J]. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2009, 57(8): 3053–3062.
- [5] Chen H, Gershman A, Shahbazpanahi S. Distributed peer-to-peer beamforming for multiuser relay networks [C]// *Proceedings IEEE Int. Conf. on Acoust., Speech and Sig. Proc. (ICASSP 2009)*, Taipei, Taiwan, May 2009: 2265–2268.
- [6] Dong L, Petropulu A P, Poor H V. A cross-layer approach to collaborative beamforming for wireless ad hoc networks [J]. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2008, 56(7): 2981–2993.
- [7] Dong L, Petropulu A P, Poor H V. Weighted cross-layer cooperative beamforming for wireless networks [J]. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2009, 57(8): 3240–3252.
- [8] Liu Y, Petropulu A P. Cooperative beamforming in multi-source multi-destination relay systems with SINR constraints [C]// *Proceedings IEEE Int. Conf. on Acoust., Speech and Signal Process. (ICASSP 2010)*, Dallas, USA, March 2010: 2870–2873.
- [9] Gedik B, Uysal M. Impact of imperfect channel estimation on the performance of amplify-and-forward relaying [J]. *IEEE Trans. Wireless Commun.*, 2009, 8(3): 1468–1479.
- [10] Gershman A B, Sidiropoulos N D, Shahbazpanahi S, et al. Convex optimization-based beamforming: From receive to transmit and network designs [J]. *IEEE Signal Process. Mag.*, 2010, 27(3): 62–75.
- [11] Ubaidulla P, Chockalingam A. Relay precoder optimization in MIMO-relay networks with imperfect CSI [J]. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2011, 59(11): 5473–5484.
- [12] Luo Z Q, Ma W K, So M C, et al. Semidefinite relaxation of quadratic optimization problems [J]. *IEEE Signal Process. Mag.*, 2010, 27(3): 20–34.
- [13] 张贤达. 矩阵分析与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 540–541.  
ZHANG Xianda. *Matrix analysis and applications* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 540–541. (in Chinese)
- [14] Sidiropoulos N D, Davidson T N, Luo Z Q. Transmit beamforming for physical-layer multicasting [J]. *IEEE Trans. Signal Process.*, 2006, 54(6): 2239–2251.
- [15] Grant M, Boyd S. *Cvx users' guide for cvx version 1.22* [R/OL]. [2012-02-20] [http://web.cvxr.com/cvx\\_usrguide.pdf](http://web.cvxr.com/cvx_usrguide.pdf)