# 基于路径规划的敏捷卫星姿态机动反馈控制方法。

丰志伟1,张永合2,刘志超1,张青斌1,唐乾刚1

- (1. 国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南 长沙 410073;
- 2. 中国科学院 上海徽系统与信息技术研究所,上海 200050)

摘 要:为了避免奇异状态,单框架控制力矩陀螺(SGCMG)操纵律要求框架角进行快速转动,需要消耗较多的能量,并会对 SGCMG 和卫星系统带来一系列潜在危害。针对该问题,提出基于路径规划和反馈控制相结合的姿态机动控制方法。根据固定时间姿态机动的任务需求,以能量为优化指标,采用伪谱法优化机动路径并回避奇异状态;将最优控制量作为参考数输入,并利用基于系统限制状态的反馈控制方法消除不确定性和扰动的影响。反馈控制基于名义输入进行数值积分得到的预测状态量,并与期望终端状态比较形成控制误差信号。该方法将卫星和 SGCMG 作为整体规划姿态运动,能够有效避免奇异状态。结合工程实际,在闭环控制仿真中考虑了卫星角速度和 SGCMG 框架角的初始偏差。仿真结果表明:本文算法能够有限避免奇异状态,且能消除初始姿态角速度和框架角不确定的影响。

关键词:姿态机动;控制力矩陀螺;伪谱法;混合方法

中图分类号: V448.22 文献标志码: A 文章编号: 1001 - 2486(2013)04 - 0001 - 06

# Feedback control method for attitude maneuver of agile satellite based on trajectory optimization

FENG Zhiwei<sup>1</sup>, ZHANG Yonghe<sup>2</sup>, LIU Zhichao<sup>1</sup>, ZHANG Qingbin<sup>1</sup>, TANG Qiangang<sup>1</sup>

- $(1.\ College\ of\ Aerospace\ Science\ and\ Engineering,\ National\ University\ of\ Defense\ Technology,\ Changsha\ 410073\ ,\ China;$ 
  - 2. Shanghai Institute of Microsystem and Information, Chinese Academy of Science, Shanghai 200050, China)

Abstract: Rapid actuation is needed to avoid singularity state in the single-gimbal control moment gyros (SGCMG) steering logic. It consumes significant energy and produces danger for system. A novel control method for attitude maneuver combined trajectory and feedback control is proposed. Firstly, to avoid the singularity state, the pseudospectral method was used to solve the energy optimization issue. Then optimal solution of control acted as reference input, and feedback control method based on the system's limit state was used to consider the effect of uncertainty and disturbances. Feedback control predicted the state based on the numerical integration of reference input, and the error was based on the comparison of the designed state and the predicted state. Numerical simulation was carried out to verify the feasibility of the proposed method, which shows that it can avoid the singularity state, and is valid to overcome the error of the initial velocity of satellite and gimbal angular of SGCMGs.

Key words: attitude maneuver; control moment gyro; pseudospectral method; hybrid method

随着对高分辨成像的需求,新一代高精度成像卫星成为航天应用的一个发展方向<sup>[1]</sup>。这类卫星需要进行快速的姿态机动,为了获得较大的控制能力,一般采用单框架控制力矩陀螺(Single Gimbal Control Moment Gyro,SGCMG)作为姿态机动的执行机构。与反作用轮相比,SGCMG主要以改变自身角动量方向的方式与卫星进行动量交换并产生控制力矩,具有输出力矩大的优点。

SGCMG 应用的主要困难在于奇异问题,即在特定框架角状态下无法获得期望的力矩。因此,在 SGCMG 操纵律设计中需要考虑奇异的回避,

这也是当前 SGCMG 操纵律研究的热点<sup>[2-10]</sup>。现有的奇异回避操纵律包括:奇异方向回避方法<sup>[7]</sup>、广义奇异鲁棒逆方法<sup>[10]</sup>等。这些 SGCMG 操纵律存在一个共同的问题:当框架角处于奇异点附近时,为了回避奇异状态,框架角需要进行快速转动,从而消耗较多的能量并有可能引起 SGCMG 的破坏。此外,由于对卫星和 SGCMG 分别进行控制,对于卫星系统而言,通常不具有能量最优性<sup>[11]</sup>。若要以较少能量完成姿态机动同时回避奇异,通常需要进行轨迹规划。文献[12]采用自适应高斯伪谱法进行 SGCMG 卫星的姿态大角度

<sup>\*</sup> 收稿日期:2013-03-28

机动轨迹规划,考虑了时间和能量加权的性能指标。但是该方法无法抑制扰动和不确定性的影响,不具有鲁棒性。

针对上述问题,本文提出基于路径规划和反馈控制相结合的姿态机动控制方法。基于路径规划的 SGCMG 卫星姿态机动控制可以有效避免奇异状态并能够获得系统近似能量最优的姿态机动路径。首先采用高斯伪谱法优化出能量最优姿态机动轨迹,包括姿态四元数、角速度、SGCMG 框架角和角速率等,然后以规划的姿态轨迹为参考轨迹,采用基于系统限制状态的反馈控制策略<sup>[11,13]</sup>进行闭环控制。系统限制状态是指通过数值积分预报得到的终端状态变量。最后结合具体算例给出了数值仿真结果,在闭环控制仿真中同时考虑了卫星角速度和 SGCMG 框架角初始偏差。

#### 1 CMG 卫星姿态机动模型

SGCMG 主要通过角动量交换产生反作用力矩。一个 SGCMG 通常由一个恒速转动的飞轮和安装飞轮的框架组成,该框架可以在控制系统的作用下转动。当框架转动时,SGCMG 角动量方向发生变化,产生进动力矩。该进动力矩可作为卫星姿态的控制力矩。因此,对 SGCMG 而言,采用相对小的输入力矩就可以产生较大的输出控制力矩。为了实现三轴姿态控制,并考虑到避免奇异的需要,在实际应用中通常至少需要配置四个SGCMG 组成一定的构型。本文假设 SGCMG 系统具有金字塔构型,如图 1 所示,其中 β 为安装倾角。

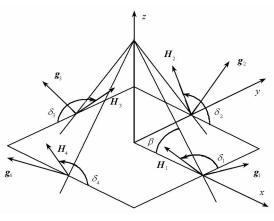


图 1 金字塔构型 SGCMG 组 Fig. 1 Pyramid configuration SGCMGs

#### 1.1 姿态动力学方程

根据角动量定理,基于 CMG 卫星的姿态动力 学方程可简化表示为

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \mathbf{\dot{h}} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) = \mathbf{T}_{\text{ext}} \mathbf{1}$$
 (1)

其中 $\omega$ 为角速度,J为卫星惯量矩阵, $T_{\rm ext}$ 为外部扰动力矩,包括引力梯度力矩和 SGCMG 建模误差。h为 SGCMG 系统总角动量,对于金字塔构型 SGCMG 系统可表示如下

$$\boldsymbol{h} = h_{CMG} \begin{bmatrix} -c\beta s\delta_1 - c\delta_2 + c\beta s\delta_3 + c\delta_4 \\ c\delta_1 - c\beta s\delta_2 - c\delta_3 + c\beta s\delta_4 \\ s\beta s\delta_1 + s\beta s\delta_2 + s\beta s\delta_3 + s\beta s\delta_4 \end{bmatrix}$$
(2)

这里  $\delta_i$  (i = 1, 2, 3, 4) 为 SGCMG 框架角, $h_{CMG}$  为单个 SGCMG 的角动量大小。

SGCMG 系统总角动量 h 的时间导数为

$$\dot{\boldsymbol{h}} = \boldsymbol{A}(\boldsymbol{\delta})\dot{\boldsymbol{\delta}} \tag{3}$$

其中

$$\mathbf{A}(\delta) = h_{CMG} \begin{bmatrix} -c\beta c\delta_1 & s\delta_2 & c\beta c\delta_3 & -s\delta_4 \\ -s\delta_1 & -c\beta c\delta_2 & s\delta_3 & c\beta c\delta_4 \\ s\beta c\delta_1 & s\beta c\delta_2 & s\beta c\delta_3 & s\beta c\delta_4 \end{bmatrix}$$

$$(4)$$

 $\dot{\delta}_i$ (i=1,2,3,4)为 SGCMG 框架角速率。

#### 1.2 姿态运动方程

采用四元数描述卫星姿态,其动力学方程 如下

$$\begin{cases} \dot{q}_{1} = \frac{1}{2} (\omega_{1}q_{4} - \omega_{2}q_{3} + \omega_{3}q_{2}) \\ \dot{q}_{2} = \frac{1}{2} (\omega_{1}q_{3} + \omega_{2}q_{4} - \omega_{3}q_{1}) \\ \dot{q}_{3} = \frac{1}{2} (-\omega_{1}q_{2} + \omega_{2}q_{1} + \omega_{3}q_{4}) \\ \dot{q}_{4} = \frac{1}{2} (-\omega_{1}q_{1} - \omega_{2}q_{2} + \omega_{3}q_{3}) \end{cases}$$

$$(5)$$

其中四元数  $\mathbf{q}^{T} = (q_1, q_2, q_3, q_4) = (\tilde{\mathbf{q}}, q_4)$ 满足  $\|\mathbf{q}\| = 1$ 。

#### 1.3 姿态机动路径规划问题

令系统状态变量为

$$\boldsymbol{x} = [\boldsymbol{q}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\omega}^{\mathrm{T}} \quad \boldsymbol{\delta}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \tag{6}$$

控制变量为

$$\boldsymbol{u} = \dot{\boldsymbol{\delta}} \tag{7}$$

卫星大角度姿态机动要求在给定的时间内姿态从初始状态  $x_0$  机动到期望状态  $x_f$ 。优化中取如下能量指标

$$J = \int_{t_0}^{t_f} \boldsymbol{u}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{u} \, \mathrm{d}t \tag{8}$$

状态方程约束包括卫星运动学、动力学约束

$$\begin{cases} \dot{q} = \frac{1}{2} \Omega q \\ \dot{\omega} = -J^{-1} [\dot{h} + \omega \times (J\omega + h)] \\ \dot{\delta} = u \end{cases}$$
 (9)

路径约束主要考虑卫星机动最大允许角速 度、SGCMG框架角范围、框架角最大允许角速 率等。

$$|\omega_i| \leq \omega_{i\max}, \quad i = 1, 2, 3 \tag{10}$$

$$|\delta_i| \le \delta_{imax}, i = 1, 2, 3, 4$$
 (11)

$$|u_i| \le u_{\text{max}}, \ i = 1, 2, 3, 4$$
 (12)

另外,边界条件为

$$\boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0, \ \boldsymbol{x}(t_f) = \boldsymbol{x}_f \tag{13}$$

#### 2 基于伪谱法的路径规划

式(8)~(13)给出了基于 SGCMG 的卫星大角 度姿态机动的轨迹优化问题。轨迹优化问题的数值 解法大体分为直接法和间接法两类[14]。间接法根 据变分原理和极大值原理推导一阶必要条件,将最 优控制量表示为状态变量和伴随状态变量的函数, 然后转换为两点边值问题来求解。间接法具有求解 精度高的优点,但是存在收敛半径小、伴随状态初 始值不易获得、难以处理路径约束的缺点。而直接 法是采用参数化方法将原最优控制问题转化为一 个非线性规划问题,然后直接利用成熟的非线性规 划算法求解。直接法具有较大的收敛半径,不需要 求解伴随状态。近年来,由于求解精度高、收敛速度 快,直接法中的伪谱法(Pseudospectral Method, PM) 得到了广泛应用[15],适合于求解具有复杂约 束的工程应用问题。由于高斯伪谱法得到的非线 性规划 KKT 条件与离散 HBVP 问题的一阶最优 性条件一致,本文采用高斯伪谱法[16](GPM) 求 解卫星大角度姿态机动的最优路径。

伪谱法利用全局插值多项式的有限基,在一系列离散点上近似状态变量和控制变量,将最优控制问题转化为非线性规划问题来求解。微分方程中状态的时间导数通过插值多项式的导数来近似,进而在一组配点上将微分方程转化为代数方程。配点一般是取正交多项式的根。对光滑问题,伪谱法的优势是能够以较少的离散点获得较高的精度。根据计算配点的多项式的类型,可划分不同的伪谱法。高斯伪谱法采用 Legendre-Gauss(LG)多项式,相应的配点称为 LG 点或高斯点。

为了采用高斯点作为配点,首先需要进行时域变换。将轨迹优化问题的时间区间[ $t_0$ , $t_f$ ]转换到[-1,1],对时间变量作如下变换

$$\tau = \frac{2t}{t_f - t_0} - \frac{t_f + t_0}{t_f - t_0} \tag{14}$$

高斯伪谱法取 K 个高斯点和  $\tau = -1$  作为节点,构成 K+1 个 Lagrange 插值多项式,并以此作为基函数近似状态量和控制量

$$\mathbf{x}(\tau) \approx X(\tau) = \sum_{i=0}^{K} L_i(\tau) \mathbf{x}(\tau_i)$$
 (15)

$$\boldsymbol{u}(\tau) \approx \boldsymbol{U}(\tau) = \sum_{i=0}^{K} \widetilde{L}_{i}(\tau) \boldsymbol{u}(\tau_{i}) \quad (16)$$

其中 $L_i(\tau)$  为 Lagrange 插值基函数,满足 $L_i(\tau_i)$  =  $1, L_i(\tau_j)$  =  $0(i \neq j)$ 。

对状态量近似表达式(15) 求导有

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau_k) \approx \dot{\mathbf{X}}(\tau_k) = \sum_{i=0}^K \mathbf{D}_{ki} \mathbf{X}_i \qquad (17)$$

其中矩阵D可表示为

$$D_{ki} = \dot{L}_i(\tau_k)$$

$$= \begin{cases} \frac{(1+\tau_{k})\dot{P}_{K}(\tau_{k}) + P_{K}(\tau_{k})}{(\tau_{k} - \tau_{i})[(1+\tau_{k})\dot{P}_{K}(\tau_{k}) + P_{K}(\tau_{k})]} & i \neq k \\ \frac{(1+\tau_{i})\ddot{P}_{K}(\tau_{i}) + 2\dot{P}_{K}(\tau_{i})}{2[(1+\tau_{i})\dot{P}_{K}(\tau_{i}) + P_{K}(\tau_{i})]} & i = k \end{cases}$$

$$(18)$$

从而可将微分方程转换为代数等式约束

$$\sum_{i=0}^{K} \mathbf{D}_{ki} \mathbf{X}_{i} - \frac{t_{f} - t_{0}}{2} \mathbf{f}(\mathbf{X}_{k}, \mathbf{U}_{k}, \tau_{k}; t_{0}, t_{f}) = 0$$

$$(k = 1, \dots, K)$$
(19)

为了表示方便,这里  $X_k = X(\tau_k)$  ,  $U_k = U(\tau_k)$  。

由于高斯节点不包含终端时刻节点,终端边 界条件和指标中用到的终端状态量采用高斯积分 来近似。

$$X(\tau_f) = X(\tau_0) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^K w_k f(X_k, U_k, \tau_k; t_0, t_f)$$
(20)

性能指标中的积分项同样采用高斯积分获 得,性能指标可近似为

$$J = \Phi(X_0, t_0; X_f, t_f) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^K w_k g(X_k, U_k; t_0, t_f)$$
(21)

基于高斯点,边界条件和路径约束可改写为

$$G(X_0, t_0; X_f, t_f) = 0 (22)$$

$$C[X_k, U_k, \tau_k] \le 0 \tag{23}$$

根据上述变换,高斯伪谱法将连续最优控制问题离散为非线性规划问题:求离散状态变量  $[X_0, \dots, X_K]$  和控制变量  $[U_1, \dots, U_K]$ 、初始时间  $t_0$  和终端时间  $t_f$  使性能指标式(21) 最小,并满足约束(19),(22) 和(23) 式。

利用伪谱法求解卫星大角度姿态机动轨迹优化问题虽然计算效率较高<sup>[12]</sup>,但是限于星载计算机能力,仍然需要进行离线规划。

### 3 基于限制状态的反馈控制

一般情况下,采用伪谱法求解的最优路径

已经具有较高的精度,但是采用开环控制方法 通常不具有对初始条件和扰动的鲁棒性。例如 由于离线规划需要已知初始框架角 $\delta$ ,当利用规 划好的姿态轨迹进行控制时,初始框架角通常 已经发生改变;另外,由于对 SGCMG 建模所进 行的简化,忽略了框架角动量、动量轮框架轴方 向和控制力矩方向角动量以及环境扰动力矩。 这些初始条件不确定和扰动将对开环控制造成 较大影响,使得终端姿态偏离期望姿态。因此需 要进行反馈控制,这里采用基于系统限制状态 的反馈控制方法[13]。因此,控制量由两部分组 成,一部分是伪谱法优化得到的参考控制  $u_{nom}$ , 另一部分是反馈控制  $u_{fo}$ 

基于 Lyapunov 方法推导反馈控制,首先给出 系统限制状态的定义,将其与期望状态比较得到 误差函数, 然后基于误差函数定义 Lyapunov 函 数,选择适当的反馈增益矩阵使得 Lyapunov 函数 非正,并给出反馈控制律。

首先将非线性系统动力学方程改写为如下 形式

$$\dot{x} = g(x) + f(x)u \tag{24}$$

其中

$$\begin{cases} g(x) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\Omega q \\ -J^{-1}(\boldsymbol{\omega} \times J\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \times h(\boldsymbol{\delta})) \end{bmatrix} \\ f(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -J^{-1}A(\boldsymbol{\delta}) \end{bmatrix} \end{cases}$$
(25)

以当t时刻实际状态量x(t)为初始值,基于 伪谱法优化得到的参考控制量unm得到的终端状 态的预测值 $x_{\text{pre}}$ 称为系统限制状态[13],定义为

$$\mathbf{x}_{\text{pre}}(t_f \mid t) = x(t) + \int_{t}^{t_f} (\mathbf{g}(\mathbf{x}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}) \mathbf{u}_{\text{nom}}) d\tau$$
(26)

系统限制状态与期望状态 x, 的误差定义为

$$\boldsymbol{\beta}(t) = \boldsymbol{x}_{pre}(t_f \mid t) - \boldsymbol{x}_f \tag{27}$$

反馈控制系统的目的是上述状态误差趋于 零,定义Lyapunov函数

$$V = \boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\beta} \tag{28}$$

Lyapunov 函数 V 在经历一个时间步的变分为  $\Delta V = 2\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \Delta \boldsymbol{\beta} = 2\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \Delta \boldsymbol{x}_{\mathrm{pre}} = 2\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} (\boldsymbol{F} d\delta \Delta t)$ 

其中  $\Delta x_{\text{nre}}$  是系统限制状态的变分, $F = (\partial g/\partial x^{\text{T}})$  $+ \partial f u_{nom} / \partial x^{\mathrm{T}}) f_{\circ} \mathfrak{P}$ 

$$\mathrm{d}\boldsymbol{\delta} = -\boldsymbol{K}_{p}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\beta} \tag{30}$$

其中 $K_{p}$ 为正定反馈增益矩阵,可得

$$\Delta V = -2\boldsymbol{\beta}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{F} \boldsymbol{K}_{p} \boldsymbol{F}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\beta} \Delta t \leq 0$$
 (31)

对于基于 SGCMG 卫星的大角度姿态机动问 题,F 不是方阵,因此在式(30) 中采用其转置形 式。最后反馈控制系统具有如下形式

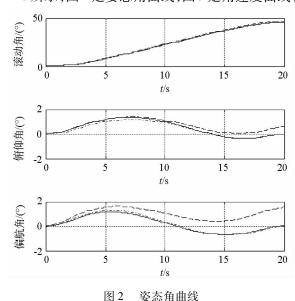
$$\boldsymbol{u}(t) = \boldsymbol{u}_{\text{nom}}(t) - \boldsymbol{K}_{D} \boldsymbol{F}^{\text{T}}(t) \boldsymbol{\beta}(t)$$
 (32)

#### 4 仿真算例和结果

以某太阳同步轨道卫星为例,卫星质量特性 为 $J = diag(350,300,450)(单位:kg \cdot m^2)$ 。采用 金字塔构型,安装倾角为54.13°,单个SGCMG角 动量大小  $h_{CMG} = 6 \text{Nms}_{\circ}$ 

采用高斯伪谱法 Matlab 软件包 GPOPS[17] 对 基于 SGCMG 卫星的大角度姿态机动进行路径规 划,路径约束条件(10) ~ (12) 中, $\omega_{imax} \leq 3.5^{\circ}/s$ ,  $\delta_{i_{max}} = \pi, \dot{\delta}_{i_{max}} = 1 \text{ rad/s}$ 。考虑绕滚动轴的45°大角 度机动,初始姿态为零,初末角速度均为零,初始 框架角  $\delta_0 = [30^\circ, 90^\circ, -90^\circ, -30^\circ]^\mathsf{T}$ ,终端框架 角不作约束。

以 GPOPS 优化得到的框架角速率作为反馈 控制的参考输入  $u_{nom}(t)$ , 反馈增益矩阵取 4 阶单 位矩阵。为了考察算法的鲁棒性,在仿真中考虑了 三轴 初 始 角 速 度 偏 差  $\omega_0 = [0.001, 0.001,$  $[0.001]^{\mathrm{T}}$ (单位:rad/s) 和初始框架角偏差  $\delta_0$  = [32,92, -92, -32]<sup>T</sup>(单位:°)。计算结果如图 2 ~6所示,图2是姿态角曲线,图3是角速度曲线,



姿态角曲线

Fig. 2 Time history of attitude angle

图 4 是框架角曲线,图 5 是奇异指标曲线。图中点 划线表示无初始偏差路径规划结果,虚线表示基 于路径规划的开环控制的仿真结果,实线表示开 环控制 + 反馈控制的仿真结果。直接基于轨迹规划的开环控制的终端姿态角、角速度误差如表 1 所示。通过反馈控制,姿态角和角速度控制精度相比开环控制得到了较大改善。另外,从图 5 可知,

采用基于限制状态的闭环反馈后,相对伪谱法规划结果,奇异量度值变大,说明所代表的框架构型 更加远离奇异状态。这主要是由本算例的初始条 件所决定的,不具有一般性。

表 1 开环控制与开环 + 反馈控制终端状态误差的对比

Tab. 1 Comparison of terminal state error with and without feedback control

控制方法	滚动角偏差 (°)	俯仰角偏差 (°)	偏航角偏差 (°)	角速度 ω <sub>x</sub> (°/s)	角速度 ω <sub>x</sub> (°/s)	角速度 ω <sub>x</sub> (°/s)
开环 + 反馈控制	$2.28 \times 10^{-2}$	$-1.29 \times 10^{-2}$	$2.09 \times 10^{-3}$	$-1.66 \times 10^{-2}$	$-2.61 \times 10^{-2}$	$1.26 \times 10^{-2}$
开环控制	1. 13	$6.33 \times 10^{-1}$	1. 57	$5.52 \times 10^{-2}$	$1.03 \times 10^{-1}$	$1.31 \times 10^{-2}$

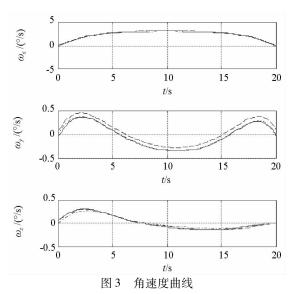


Fig. 3 Time history of angular velocity

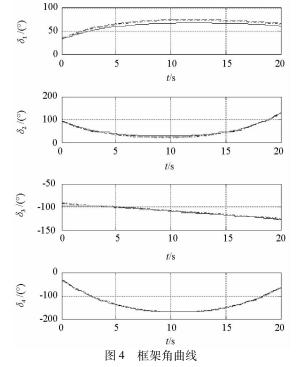


Fig. 4 Time history of gimbal angle

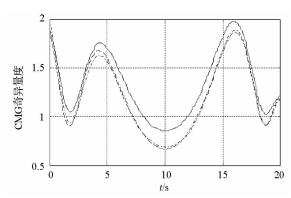


图 5 奇异度量曲线

Fig. 5 Time history of singular index

#### 5 结 论

本文基于轨迹规划和系统限制状态反馈控制设计了 SGCMG 卫星大角度机动的控制方法。该方法首先采用高斯伪谱法优化出开环能量最优姿态机动轨迹,并考虑了工程应用中存在的各种复杂约束条件。为了提高鲁棒性,在开环最优轨迹的基础上采用基于系统限制状态的反馈控制方法进行闭环控制。针对具体算例进行了仿真分析,并与仅基于路径规划结果的开环控制进行了对比,其中在仿真中考虑了卫星初始角速度和SGCMG 初始框架角偏差的影响。数值仿真结果表明本文算法能够有限避免奇异状态,且能消除初始姿态角速度和框架角的影响。

由于在太空环境下存在太阳光压等扰动,在 下一步的研究中应着重考察算法抗干扰力矩的鲁 棒性。

## 参考文献(References)

- [1] Wie B. Space vehicle dynamics and control [ M ]. Virginia: AIAA Inc, 2008.
- [2] 邢林峰, 孙承启, 汤亮. 高姿态稳定度敏捷卫星的 VSCMGs操纵律研究[J]. 空间控制技术与应用, 2008, 34(6): 24-8.

- XING Linfeng, SUN Chengqi, TANG Liang. VSCMGs based steering law design for a high attitude stability agile satellite  $[\,J\,]$ . Aerospace Control and Application, 2008, 34(6):24-8. (in Chinese)
- [3] 吴忠,魏孔明. 基于非线性观测器的控制力矩陀螺操纵律设计[J]. 北京航空航天大学学报,2006,32(11):1295-8
  - WU Zhong, WEI Kongming. Observer-based steering law design for control moment gyroscopes [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 32 (11): 1295-8. (in Chinese)
- [4] 吴忠. 单框架控制力矩陀螺动态操纵律设计[J]. 宇航学报,2005,26(1):24-8.
  WU Zhong. Dynamic steering law design for redundant single gimbal control moment gyroscopes[J]. Journal of Astronautics,2005,26(1):24-8. (in Chinese)
- 5] 李传江,郭延宁,马广富. 单框架控制力矩陀螺的奇异分析及操纵律设计[J]. 宇航学报,2010,31(10):2346-2353. LI Chuanjiang, GUO Yanning, MA Guangfu. Singularity analysis and steering law design for single-gimbal control moment gyroscopes [J]. Journal of Astronautics, 2010, 31 (10):2346-2353. (in Chinese)
- [6] Wie B, Bailey D, Heiberg C. Rapid multitarget acquisition and pointing control of agile spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2002, 25(1): 96-104.
- [7] Wie B. Singularity escape/avoidance steering logic for control moment gyro systems [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(5): 948-56.
- [8] Takada K, Kojima H, Matsuda N. Control moment gyro singularity-avoidance steering control based on singular-surface cost function [ J ]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(5): 1442-50.
- [9] Leve F A, Fitz-Coy N G. Hybrid steering logic for single-gimbal control moment gyroscopes [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(4): 1202-12.

- [10] Wie B. Singularity Robust steering logic for redundant single-gimbal control moment gyros [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2001, 24(5): 865-72.
- [11] Kusuda Y, Takahashi M. Feedback control with nominal inputs for agile satellites using control moment gyros [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2011, 34(4): 1209-18.
- [12] 孙志远,金光,张刘,等. 基于自适应高斯伪谱法的 SGCMG 无奇异框架角轨迹规划[J]. 宇航学报, 2012, 33 (5): 597-604. SUN Zhiyuan, JIN Guang, ZHANG Liu, et al. SGCMG nonsingularity trajectory programming algorithm based on adaptive gauss pseudospectral method [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(5): 597-604. (in Chinese)
- [13] Kamon M, Yoshida K, Fukushima R. Orientation control of 3D free-flying robots-3rd report; feedback control methods for the systems with initial angular momentum [J]. Advanced Robotics: The International Journal of the Robotics Society of Japan, 2003, 21(5): 75-85.
- [14] Betts J T. Survey of numerical methods for trajectory optimization [ J ]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, 21(2): 193-207.
- [15] 雍恩米,陈磊,唐国金. 飞行器轨迹优化数值方法综述 [J]. 宇航学报,2008,29(2):397-406.
  YONG Enmi, CHEN Lei, TANG Guojin. A survey of numerical methods for trajectory optimization of spacecraft [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29(2):397-406. (in Chinese)
- [16] Benson D. A Gauss Pseudospectral Transcription for Optimal Control [D]. Massachusetts Institute of Technology, 2005.
- [17] Rao A V, Benson D A, Darby C L, et al. Algorithm 902: GPOPS, a MATLAB software for solving multiple-phase optimal control problems using the gauss pseudospectral method [J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2010, 37(2).