

控制力矩陀螺辅助的空间站大角度姿态机动*

章 胜, 黄海兵, 赵 乾, 唐国金

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要:在推力器机动技术与零燃料机动(Zero Propellant Maneuver, ZPM)技术的基础上,提出了一种新的空间站大角度姿态机动技术概念——控制力矩陀螺辅助机动(Control Momentum Gyroscopes Assisting Maneuver, CMGs AM)技术。文章给出了CMGs AM燃料最优控制问题模型,在对燃料最优解控制结构分析的基础上,采用基于改进的伪谱结点法的求解策略,求解了CMGs AM燃料最优机动问题,与仅基于推力器机动的燃料最优解和空间站上的绕特征轴的常速率机动进行了比较,结果表明相对于推力器机动,CMGs AM技术更加节省燃料,并同时实现了机动始末动量管理模式的光滑连接;相对于ZPM机动,其机动时间大大缩短,同时具有更强的抵御干扰的能力。CMGs AM技术实现了对推力器技术与零燃料机动技术的高效综合,进一步丰富了空间站大角度机动技术。

关键词:空间站;大角度机动;控制力矩陀螺;燃料最优

中图分类号:V412.4 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)04-0007-07

Study of control momentum gyroscopes assisting maneuver

ZHANG Sheng, HUANG Haibing, ZHAO Qian, TANG Guojin

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Control Momentum Gyroscopes Assisting Maneuver (CMGs AM) technique, a new large-angle space station attitude maneuver technique concept, is proposed, which employs both the Control Moment Gyroscopes (CMGs) and the thruster Reaction Control System (RCS) as the actuator. The fuel-optimal control problem of CMGs AM is formulated. With a two-step solving strategy, which utilizes an improved pseudo spectral knotting method, the fuel-optimal solution was obtained, and the results were compared with the fuel-optimal solution and constant-rate eigenaxis maneuver of thrust maneuver technique. It is shown that the CMGs AM technique inherits and further enhances the advantages of thruster maneuver and Zero Propellant Maneuver (ZPM) techniques. It significantly saves more fuel than the thrust maneuver and shortens the maneuver time greatly with greater robustness in comparison with ZPM.

Key words: space station; large-angle maneuver; control momentum gyroscopes; fuel-optimal

姿态控制技术是空间站建造和运行的关键技术之一,姿态控制包括姿态稳定控制和姿态机动控制两个方面^[1]。空间站在进行某些任务操作(如交会对接)的时候需要进行大角度姿态机动,空间站姿态大角度机动技术是空间站姿态控制技术的重要组成部分。

空间站上的姿态控制执行机构包括控制力矩陀螺系统(Control Moment Gyroscopes, CMGs)与推力器反作用控制系统(Reaction Control System, RCS),通常空间站的大角度姿态机动由RCS实现^[2],长期的(角)动量管理,短期的姿态维持和小角度机动任务由CMGs实现^[2]。

采用RCS进行姿态机动需要消耗燃料,空间站上的燃料成本很高,虽然空间站上采用的是燃

料次优机动路径,如和平号空间站采用的是轴对称体的进动路径^[3],国际空间站(ISS)采用的是绕特征轴旋转的常角速率机动路径^[4],但是每次大角度机动消耗的燃料价值仍是可观的。2007年1月2日,国际空间站利用推力器进行180°姿态机动,共消耗了50.76kg燃料,价值上百万美元^[5]。推力器机动带来的大量燃料消耗给空间站后勤补给带来了较大的负担。

采用CMGs作为姿态控制执行机构可以避免推力器机动带来的燃料消耗,但是CMGs是一个角动量交换装置,其能容纳的角动量是有限的。如果采用传统的控制算法进行空间站大角度姿态机动,由于环境力矩的作用,CMGs的角动量将会很快饱和,丧失三维力矩输出能力,从而无法完成机动任

* 收稿日期:2012-11-28

基金项目:国家自然科学基金项目(11272346)

作者简介:章胜(1986—),男,四川雅安人,博士研究生,E-mail: zszhangshengzs@hotmail.com;

唐国金(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail: tanggj@nudt.edu.cn

务^[4]。2006 年 11 月 5 日,在国际空间站上成功实施的零燃料机动 (Zero Propellant Maneuver, ZPM) 技术实现了基于 CMGs 的大角度姿态机动^[6], ZPM 技术实质是利用环境力矩实现空间站大角度机动,期间避免 CMGs 角动量饱和甚至实现角动量卸载,目前 ZPM 实现方式是通过空间站上的姿态保持控制器跟踪离线规划的机动路径^[4]。除了燃料的零消耗外,ZPM 技术还实现了机动始末两个动量管理状态的光滑连接^[6-8]。

虽然 ZPM 具有节省燃料等显著优点,但是其也有一个明显的缺点:由于 CMGs 产生的控制力矩较小并存在角动量饱和问题,基于 ZPM 技术进行大角度机动的时间一般很长。而有时候空间站需要进行快速机动,推力器提供的推力矩至少比 CMGs 推力矩大一个量级^[4],其可以快速地实现空间站的机动。为结合推力器机动技术与 ZPM 技术的优点,实现燃料节省与快速机动的有机统一,本文提出了一个新的大角度姿态机动技术概念——控制力矩陀螺辅助机动 (CMGs Assisting Maneuver, CMGs AM) 技术,作为对这个新概念的初步探究,本文研究了 CMGs AM 燃料最优控制问题的求解。需要补充说明的是,2012 年 8 月 1 日,NASA 在国际空间站上实验了燃料最优机动 (Optimal Propellant Maneuver, OPM) 技术,但目前该技术的相关资料很少,相关调研表明其有利用推力器改进 ZPM 技术^[9],但目前尚不能确定其是否与本文提出的 CMGs AM 技术一致。

1 CMGs AM 燃料最优控制模型

1.1 数学模型

首先给出建模必要的坐标系,相关坐标系包括体系 b 与轨道系 o 。体系 b 与空间站固连,坐标原点 o_b 位于质心,坐标方向与空间站几何特征方向一致。轨道系 o 坐标原点 o_o 位于空间站质心, $o_o x_o$ 轴与速度方向重合, $o_o y_o$ 与轨道平面垂直, $o_o z_o$ 由右手定则确定。本文假设空间站运行在圆轨道上,则 $o_o z_o$ 指向地心。

修正 Rodrigues 参数是姿态描述的最小实现,其可以在 $\pm 360^\circ$ 范围内避免奇异^[10]。文章采用修正 Rodrigues 参数描述空间站相对于轨道系的运动,其运动学方程为:

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} = \mathbf{T}(\boldsymbol{\sigma}) \{ \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega}_o \} \quad (1)$$

其中, $\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_1 \ \sigma_2 \ \sigma_3]^T$ 为修正 Rodrigues 参数, $\boldsymbol{\omega}$ 和 $\boldsymbol{\omega}_o$ 分别是航天器角速度和轨道系角速度,均在体系下进行描述,其中体系下表示的轨道

角速度 $\boldsymbol{\omega}_o = \mathbf{R}_o^b [0 \ -n \ 0]^T$, n 为轨道角速率, \mathbf{R}_o^b 是从轨道系 o 到体系 b 的方向余弦阵。 $\mathbf{T}(\boldsymbol{\sigma})$ 与 \mathbf{R}_o^b 表示为:

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\sigma}) = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 + \sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_1\sigma_2 - \sigma_3) & 2(\sigma_1\sigma_3 + \sigma_2) \\ 2(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_3) & 1 - \sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_3^2 & 2(\sigma_2\sigma_3 - \sigma_1) \\ 2(\sigma_1\sigma_3 - \sigma_2) & 2(\sigma_2\sigma_3 + \sigma_1) & 1 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2 + \sigma_3^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_o^b = \frac{1}{W^2} \begin{bmatrix} S^2 + 4(\sigma_1^2 - \sigma_2^2 - \sigma_3^2) & 8\sigma_1\sigma_2 + 4S\sigma_3 & 8\sigma_1\sigma_3 - 4S\sigma_2 \\ 8\sigma_1\sigma_2 - 4S\sigma_3 & S^2 + 4(\sigma_2^2 - \sigma_1^2 - \sigma_3^2) & 8\sigma_2\sigma_3 + 4S\sigma_1 \\ 8\sigma_1\sigma_3 + 4S\sigma_2 & 8\sigma_2\sigma_3 - 4S\sigma_1 & S^2 + 4(\sigma_3^2 - \sigma_1^2 - \sigma_2^2) \end{bmatrix}$$

$$W = 1 + \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2$$

$$S = 1 - (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2)$$

在体系下表示的空间站姿态运动动力学方程为:

$$\mathbf{J} \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) = \boldsymbol{\tau}_e - \mathbf{u}_{cmg} + \mathbf{u}_p \quad (2)$$

其中, \mathbf{J} 为空间站的惯量张量, \mathbf{u}_{cmg} 是由 CMGs 产生的控制力矩, \mathbf{u}_p 为推力器产生的控制力矩,符号“ \times ”表示叉乘, $\boldsymbol{\tau}_e$ 为环境力矩,其包括:

$$\boldsymbol{\tau}_e = \boldsymbol{\tau}_{gg} + \boldsymbol{\tau}_{aero} + \boldsymbol{\tau}_{dis}$$

其中, $\boldsymbol{\tau}_{gg}$ 为引力梯度力矩, $\boldsymbol{\tau}_{gg} = 3n^2 \mathbf{i}_c \times (\mathbf{J} \mathbf{i}_c)$, \mathbf{i}_c 为方向余弦阵 \mathbf{R}_o^b 的第三列。 $\boldsymbol{\tau}_{aero}$ 为气动力矩, $\boldsymbol{\tau}_{aero} = \frac{\rho V_R^2}{2} C_D A_p (\mathbf{C}_p \times \mathbf{v})$, ρ 为大气密度, V_R 空间站相对于大气的速度, C_D 为阻力系数, A_p 为空间站沿相对速度方向的面积投影, \mathbf{C}_p 为压心到质心的矢径, \mathbf{v} 为空间站相对于大气速度的方向矢量。 $\boldsymbol{\tau}_{dis}$ 为其他干扰力矩,由于相对于 $\boldsymbol{\tau}_{gg}$ 和 $\boldsymbol{\tau}_{aero}$ 是小量,在路径规划计算中予以忽略。

机动中考虑 CMGs 的运动,CMGs 角动量运动方程为:

$$\frac{d\mathbf{h}_{cmg}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_{cmg} = \mathbf{u}_{cmg} \quad (3)$$

其中 \mathbf{h}_{cmg} 为 CMGs 角动量在体系下的表示。

1.2 边界条件

假设空间站通过机动从一个力矩平衡姿态 (Torque Equilibrium Attitude, TEA) 姿态旋转到另一个 TEA,对于 TEA 姿态,空间站相对与轨道系保持静止,其角速度与姿态关系是确定的,同时,CMGs 的角动量也是关联的^[8]。机动边界条件的一般形式可以写为:

$$\boldsymbol{\sigma}(t_0) = \boldsymbol{\sigma}_0, \boldsymbol{\omega}(t_0) = \boldsymbol{\omega}_0, \mathbf{h}_{cmg}(t_0) = \mathbf{h}_0 \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\sigma}(t_f) = \boldsymbol{\sigma}_f, \boldsymbol{\omega}(t_f) = \boldsymbol{\omega}_f, \mathbf{h}_{cmg}(t_f) = \mathbf{h}_f \quad (5)$$

其中, t_0 为机动初始时间, t_f 为机动结束时间, $\boldsymbol{\sigma}_0$, $\boldsymbol{\omega}_0$, \mathbf{h}_0 分别为空间站初始姿态,初始角速度和

CMGs 初始角动量, $\boldsymbol{\sigma}_f, \boldsymbol{\omega}_f, \mathbf{h}_f$ 分别为空间站终端姿态, 终端角速度与 CMGs 终端角动量。根据任务要求, 对于机动时间有上限要求:

$$t_f - t_0 < t_s \quad (6)$$

1.3 机动过程约束

CMGs 的峰值角动量和角动量变化率是有限的, 在机动过程中, CMGs 需要满足一定的性能约束:

$$\|\mathbf{h}_{cmg}\|^2 \leq h_{\max}^2 \quad (7)$$

$$\left\| \frac{d\mathbf{h}_{cmg}}{dt} \right\|^2 = \|\mathbf{u} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_{cmg}\|^2 \leq h'_{\max}{}^2 \quad (8)$$

其中, h_{\max} 是最大峰值角动量, h'_{\max} 是最大角动量变化率, $\|\cdot\|$ 代表矢量的二范数。在论文中, 第一个约束称为角动量约束, 第二个约束称为角动量变化率约束。

规划中对推力矩采用幅值有限的连续推力矩模型, 机动中还需满足下述约束:

$$u_{pi} \leq u_{pi_{\max}}, \quad i = x, y, z \quad (9)$$

其中 u_{pi} 是推力矩 \mathbf{u}_p 的第 i 个分量, $u_{pi_{\max}}$ 为该方向上的最大力矩。

连续推力矩模型与实际航天器上通常采用的是开关型推力器不符, 但是连续推力矩指令可以通过脉宽脉频调制 (Pulse Width Pulse Frequency Modulation, PWPFM) 技术实现^[11], 具体实现过程不在本文的研究范围之内。

1.4 性能指标

构造燃料最优控制问题, 燃料最优性能指标即机动过程中消耗的燃料最少。由于消耗的燃料正比于推力, 作为概念研究, 在不影响定性结论的前提下, 姑且假设各方向的力臂是相等的, 进而消耗的燃料正比于推力矩, 本文中燃料最优性能指标形式写为:

$$J = \min \left(\int_{t_0}^{t_f} (|u_{px}| + |u_{py}| + |u_{pz}|) dt \right) \quad (10)$$

其中 $|\cdot|$ 代表标量的绝对值。

CMGs AM 燃料最优控制问题即在性能指标 (10) 下, 寻找满足运动方程约束 (1) ~ (3), 边界条件约束 (4) ~ (6), 与路径约束 (7) ~ (9) 的机动路径。

为了与推力器机动技术进行对比, 这里给出仅采用推力器的燃料最优控制问题: 即在性能指标 (10) 下, 寻找满足运动方程约束 (1), (2), 边界条件约束 (4) ~ (6) 与路径约束 (9) 的机动路径。注意此时方程 (2) 中不再含有 CMGs 力矩项

\mathbf{u}_{cmg} , 边界条件 (4), (5) 中不再包括 CMGs 的相关边界条件。

2 CMGs AM 燃料最优控制解分析

CMGs AM 燃料最优控制问题的 Hamilton 函数为:

$$H = |u_{px}| + |u_{py}| + |u_{pz}| + \boldsymbol{\lambda}_\sigma^T \frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} + \boldsymbol{\lambda}_\omega^T \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\lambda}_h^T \frac{d\mathbf{h}}{dt} \quad (11)$$

对于推力矩 \mathbf{u}_p , 仅考虑 \mathbf{u}_p 相关项, 有,

$$\begin{aligned} H &= |u_{px}| + |u_{py}| + |u_{pz}| + \boldsymbol{\lambda}_\omega^T \mathbf{J}^{-1} \mathbf{u}_p + \dots \\ &= |u_{px}| + u_{px} \mathbf{J}^{-1}(1, :)\boldsymbol{\lambda}_\omega + \dots \\ &\quad |u_{py}| + u_{py} \mathbf{J}^{-1}(2, :)\boldsymbol{\lambda}_\omega + \dots \\ &\quad |u_{pz}| + u_{pz} \mathbf{J}^{-1}(3, :)\boldsymbol{\lambda}_\omega + \dots \end{aligned} \quad (12)$$

考虑到约束条件 (9), 根据极大值原理^[12], 有:

$$u_{pi} = u_{pi_{\max}} \cdot \text{dez}(S_i), \quad i = x, y, z \quad (13)$$

其中 $S_i = -\mathbf{J}^{-1}(i, :)\boldsymbol{\lambda}_\omega$, $i = x, y, z$ 为燃料最优解的开关曲线, 死区函数 $y = \text{dez}(x)$ 定义为^[12]:

$$\begin{cases} y = 0 & |x| < 1 \\ y = 1 & x > 1 \\ y = -1 & x < -1 \\ 0 \leq y \leq 1 & x = 1 \\ -1 \leq y \leq 0 & x = -1 \end{cases} \quad (14)$$

对于 u_{pi} , $i = x, y, z$, 当 $\mathbf{J}^{-1}(i, :)\boldsymbol{\lambda}_\omega < -1$ 时, $u_{pi} = u_{pi_{\max}}$; 当 $\mathbf{J}^{-1}(i, :)\boldsymbol{\lambda}_\omega > 1$ 时, $u_{pi} = -u_{pi_{\max}}$; 当 $|\mathbf{J}^{-1}(i, :)\boldsymbol{\lambda}_\omega| < 1$ 时 $u_{pi} = 0$; 当 $|\mathbf{J}^{-1}(i, :)\boldsymbol{\lambda}_\omega| = 1$ 时, 发生奇异, 此时 u_{pi} 取值无法通过极大值原理确定。本文仅考虑没有奇异的情形, 此时燃料最优解推力矩的结构为 bang-off-bang 结构。

对于 CMGs 力矩 \mathbf{u}_{cmg} , 仅考虑 \mathbf{u}_{cmg} 相关项, 有:

$$H = (\boldsymbol{\lambda}_h^T - \boldsymbol{\lambda}_\omega^T \mathbf{J}^{-1})(\mathbf{u}_{cmg} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_{cmg}) + \dots \quad (15)$$

考虑到控制约束条件 (8), 当状态约束 (7) 不冒犯且 $\boldsymbol{\lambda}_h^T - \boldsymbol{\lambda}_\omega^T \mathbf{J}^{-1} \neq 0$ 时候, 根据极大值原理, 有 $\frac{d\mathbf{h}_{cmg}}{dt} = \mathbf{u}_{cmg} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h}_{cmg}$ 与 $\boldsymbol{\lambda}_h^T - \boldsymbol{\lambda}_\omega^T \mathbf{J}^{-1}$ 方向相反, 同

时 $\left\| \frac{d\mathbf{h}_{cmg}}{dt} \right\| = h'_{\max}$ 。

3 燃料最优控制问题求解方法

由于性能指标不连续, 同时最优控制解不连续且结构复杂, 燃料最优问题的数值求解是比较困难的。

对于最优控制问题的数值求解方法, 一般可以分为直接法与间接法^[13]。伪谱方法是一种先

进的求解最优控制问题的直接法,其具有快速谱收敛的良好特性,同时伪谱方法的伴随量映射原理(Covector Mapping Principle, CMP)保证了最优解的正确性^[14]。一般伪谱方法是对最优解进行全局插值逼近的全局方法^[15],对于最优状态解与最优控制解均连续的问题,其可以很好地进行逼近,但是实际上许多问题的最优解存在控制切换甚至状态跳跃,而对于全局伪谱方法,一旦配点数目确定,配点在归一化时间区间中的位置也就是固定的了,固采用全局方法难以捕捉最优解中的控制切换点或状态角点^[16]。此外,利用全局方法得到的插值解在不连续点附近存在吉布斯现象^[17],从而失真于真实解。实际上伪谱方法也可以作为局部方法(也称为局部正交配点法^[18])进行使用,即对最优解进行局部插值逼近^[13],对于局部伪谱方法伴随量映射原理同样成立。GPOPS软件是采用 Radau 伪谱方法的多阶段最优控制问题(multiple-phase optimal control problems)求解软件^[19],其采用的 hp 自适应网格细分算法会根据每一求解情况自动进行网格细化或配点加密,直到达到设定的数值精度^[20],但是研究表明对于燃料最优问题,其典型的 bang-off-bang 最优控制解在始末两端饱和控制持续时间短并突变到零,采用这种通用的网格细化方法对于控制切换点或状态角点的捕捉效果不佳。

文献[16,21]提出了针对最优解非光滑的伪谱结点求解方法(Pseudo-spectral knotting methods),其也是一种局部方法,基本思想是引入结点以捕捉控制切换点或状态切换点。根据结点处的最优状态解是否间断,可以将结点分为软节点与硬节点,硬节点处状态解发生跳跃,软节点处的状态连续。硬节点用于描述问题本身固有的不连续事件(如质量突变),而软节点通常是求解最优控制问题而设计的,可以用于捕捉控制的切换。根据结点位置是否自由,可以将节点分为自由结点与固定结点。对于自由结点情形,伪谱结点法本质上将不连续时刻点作为一个专门的优化参数。

研究表明对于捕捉控制切换的软结点方法,当结点左右区间的动力学等各种约束没有区别的时候,其对控制切换点的捕捉效果也不尽人满意。实际上对于 bang-bang 类型或 bang-off-bang 类型这种控制量离散取值的问题,通过指定不同区间的控制结构将更有利于最优问题的求解。比如对于某一方向,其控制切换结构可能为(1, 0, -1),即控制正向全开—控制为零—控制负向全开,此时在指定控制结构的条件下采用软节点可以有效

地捕捉到控制切换时刻点。对于有限切换的情形,控制结构的组合可以通过枚举法进行求解。实际上由于 GPOPS 软件求解最优控制问题过程中不断进行网格细分以逼近最优解,虽然目前效果不佳,但是其可以提供一个较好的控制切换结构信息。据此本文对 CMGs AM 的燃料最优问题采用两步求解策略:第一步通过 GPOPS 对问题进行初解,得到参考的控制切换结构与时序信息;第二步在获得的控制切换信息基础上指定控制切换结构并通过引入自由软结点求解最优控制问题。

4 CMGs AM 算例

对参考文献[8]中的90度机动进行计算。该算例中,空间站运行的圆轨道高度为342.62km,轨道角速率为 $n = 1.1461 \times 10^{-3} \text{ rad/s}$,空间站的惯量张量为:

$$J = \begin{bmatrix} 24180443 & 3780009 & 3896127 \\ 3780010 & 37607882 & -1171169 \\ 3896127 & -1171169 & 51562389 \end{bmatrix} \text{kgm}^2$$

表1中给出了机动的初始与终端边界条件。

表1 机动算例初始与终端边界条件
Tab.1 Boundary conditions of 90° maneuver

σ_0	[0.01352, -0.04144, 0.05742]
ω_0 (rad/s)	[-2.5410 × 10 ⁻⁴ , -1.1145 × 10 ⁻³ , 8.2609 × 10 ⁻⁵]
h_0 (Nms)	[-672.4768, -237.265, -5276.7736]
σ_f	[-0.03636, -0.02063, -0.41360]
ω_f (rad/s)	[1.1353 × 10 ⁻³ , 3.0062 × 10 ⁻⁶ , -1.5713 × 10 ⁻⁴]
h_f (Nms)	[-12.2022, -4822.5806, -183.033]

关于机动时间,取初值时间 $t_0 = 0\text{s}$, $t_f \leq 900\text{s}$ 。

算例中假设推力器可提供的力矩三轴最大均为2500Nm,对于CMGs的相关参数,取最大角动量参数 $h_{\max} = 19524 \text{ Nms}$,最大角动量变化率参数 $h'_{\max} = 271.16 \text{ Nm}^{[8]}$ 。气动模型参考文献[22],大气密度取为 $\rho = 2 \times 10^{-11} \text{ kg/m}^3$,阻力系数 C_D 取为2.2,假设空间站上的气动力矩包括两部分,一部分是作用在舱体上,另一部分作用在太阳翼上,同时假设太阳翼进行周期转动,两部分在体系下的面积矢量分别设为 $[92.4, 0, 0] \text{ m}^2$ 和 $[120 \cos(nt), 0, 120 \sin(nt)] \text{ m}^2$,空间站质心到舱体压心和太阳翼压心的矢径分别为 $[1.84, 0, 1.09] \text{ m}$ 和 $[0, 0, -3.72] \text{ m}$ 。

为了进行比较,对仅基于推力器的燃料最优机动和绕特征轴的常速率机动进行了计算,关于仅基于推力器的燃料最优控制问题同样采用本文给出

的方法进行求解,绕特征轴的常速率机动其相对于轨道系的角速度首先迅速线性增加到设定机动速率,而后保持该速率不变,最后迅速减小到零。图 1 中给出了燃料最优 CMGs AM,燃料最优推力器机动和绕特征轴常速率机动的姿态与角速度曲线。图 2 给出了三种不同机动分别对应的推力控制力矩曲线,从图中看到,燃料最优 CMGs AM 与燃料最优推力器机动的机动过程相似,相较绕特征轴的常速率机动则有明显的不同,这是由于前两者利用了姿态运动的非线性特性,采用“迂回”的路径实现机动目标,而绕特征轴的机动是通过强行施加控制以实现设定的机动路径。

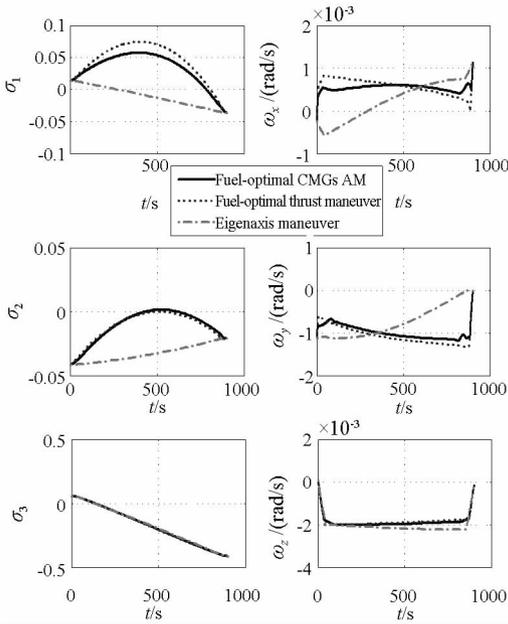


图 1 三种机动方式的态度与角速度曲线
Fig.1 The attitude and angular velocity profile of the three maneuvers

基于伪谱法的伴随量映射原理 (Covector Mapping Principle, CMP),在求解燃料最优解的同时可以得到相应的伴随变量进而求解开关曲线。为了验证求解得到 CMGs AM 燃料最优解,图 3 给出了控制与相应的控制开关曲线,每个子图的右下角给出了切换局部放大图,其表明了数值解的正确性,说明机动过程中并没有发生奇异。

关于机动过程中的燃料消耗(按式(10)进行计算),CMGs AM 燃料最优解的性能指标为 2.43906×10^5 ,仅采用推力器的燃料最优解性能指标为 3.16672×10^5 ,绕特征轴常速率机动对应的性能指标为 4.03899×10^5 。一方面,燃料最优机动相对于特征轴机动有效节省了燃料,这是由于燃料最优机动过程中有对姿态运动模型非线性特性和环境力矩加以合理利用。另一方面,通过

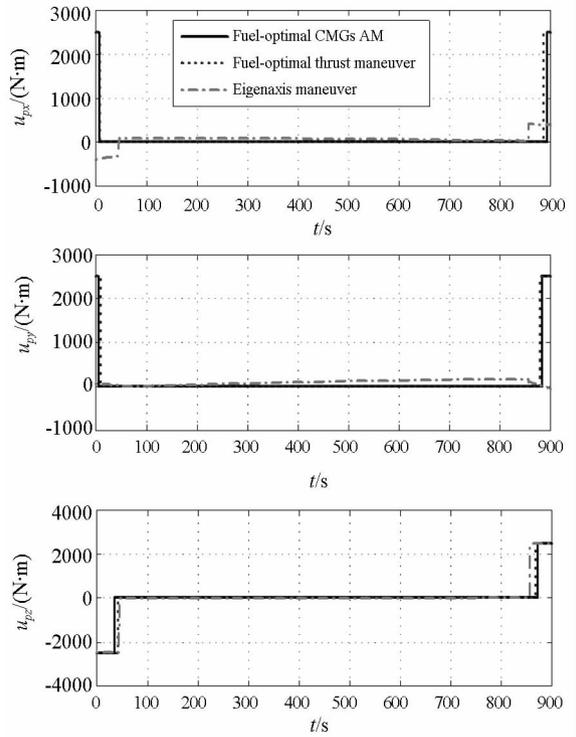


图 2 三种机动方式对应的推力控制力矩
Fig.2 The thrust control profile of the three maneuvers

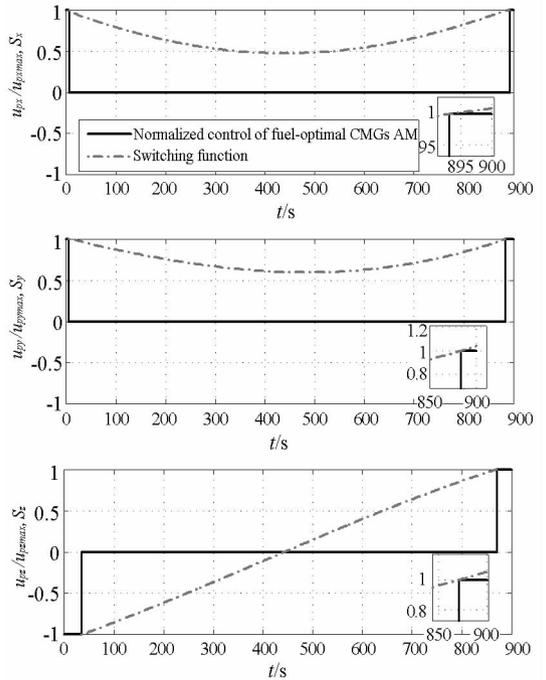


图 3 CMGs AM 归一化控制及相应开关曲线
Fig.3 The normalized control and corresponding switching functions of fuel-optimal CMGs AM

合理协调 CMGs 与推力器两种姿态伺服控制机构,CMGs AM 燃料最优解相对于推力器燃料最优解可以进一步节省 22.98% 的燃料。

对本节中计算的机动算例,利用 GPOPS 进行计算,采用 ZPM 技术其最短机动时间为 4100.6s,此处仅 900s 就完成了机动,说明了 CMGs AM 技

术很好地结合了推力器机动与 ZPM 机动技术的优点,可以更快地实现机动。

考察 CMGs AM 机动过程中,CMGs 的性能,图 4 给出了 CMGs 角动量曲线,图 5 给出了 CMGs 角动量变化率曲线。从图 4 中可以看到在机动过程中,CMGs 的角动量达到了最大值。图 5 显示 CMGs 角动量变化率在机动始末达到了门限值,这与第 3 节的分析是一致的。CMGs AM 机动过程中 CMGs 的变化与 ZPM 时间最优解的情形类似。不同于 ZPM 机动技术,CMGs AM 机动技术允许规划的机动路径中,CMGs 的角动量达到峰值,这是由于推力器在机动中段处于关闭状态,其在跟踪规划路径过程中可以适时开机以消除机动过程中的干扰影响。具有更强的抵御干扰的能力是 CMGs AM 相对于 ZPM 的又一优点。

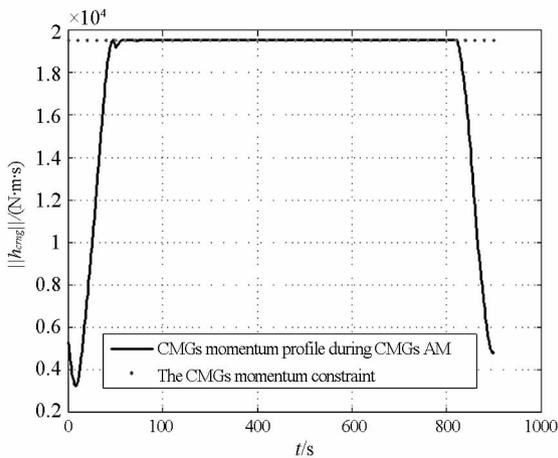


图 4 CMGs 角动量曲线

Fig. 4 The angular momentum profile of CMGs during CMGs AM

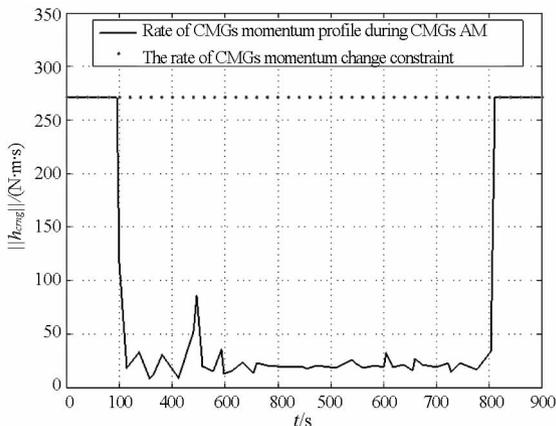


图 5 CMGs 角动量变换率曲线

Fig. 5 The rate of CMGs angular momentum change profile during CMGs AM

5 结论

本文在推力器机动技术与零燃料机动 (Zero Propellant Maneuver, ZPM) 技术的基础上,提出了

一种新的空间站大角度姿态机动技术——控制力矩陀螺辅助机动 (Control Momentum Gyroscopes Assisting Maneuver, CMGs AM) 技术。不同于推力器机动技术与 ZPM 技术分别只使用一种姿态控制执行机构,CMG AM 技术同时使用推力器与控制力矩陀螺 (Control Momentum Gyroscopes, CMGs) 姿控执行机构,实现了对推力器机动技术与 ZPM 技术的高效综合,具有机动快速,燃料节省,可快速实现姿态机动到动量管理模式过渡等优点。CMGs AM 技术丰富了空间站机动技术,提高了空间站机动任务的品质,对于空间站在轨快速实现机动任务、减少燃料消耗与提高安全性,具有重要实践价值。

本文研究了燃料最优 CMGs AM 路径的优化求解,后面可进一步展开空间站上 CMGs AM 具体实现的相关研究。由于 CMGs AM 是过驱动控制问题,除了基于优化方法的控制规划分配外,也可以展开解析控制率及分配率的相关研究。

参考文献 (References)

- [1] 屠善澄. 卫星姿态动力学与控制 [M]. 北京: 宇航出版社, 2001.
TU Shancheng. Attitude dynamics and control of satellite [M]. Beijing: China Space Navigation Press, 2001. (in Chinese)
- [2] Bedrossian N, Bhatt S. Space station zero-propellant maneuver guidance trajectories compared to eigenaxis [C]//American Control Conference, Seattle, WA, 2008: 4833 - 4838.
- [3] Hall R A, Kaznatcheyev Y V. Fuel-optimal rotations of the space station Mir [C]//AIAA, Guidance, Navigation and Control Conference, San Diego, Ca; United States, 1996: 1 - 6.
- [4] Bedrossian N, Bhatt S, Kang W, et al. Zero-propellant maneuver guidance [J]. IEEE Control Systems Magazine, 2009, 29(5): 53 - 73.
- [5] Kang W, Bedrossian N. Pseudospectral optimal control theory makes debut flight, saves NASA 1M in under three hours [J]. SIAM News-Society for Industrial and Applied Mathematics, 2007, 40(7): 1 - 3.
- [6] Bedrossian N, Bhatt S, Lammers M, et al. First ever flight demonstration of Zero Propellant Maneuver attitude control concept [C]//AIAA Guidance, Navigation and Control Conference, Hilton Head, SC, 2007: 1 - 12.
- [7] Bedrossian N, Bhatt S, Lammers M, et al. Zero propellant maneuver flight results for 180° ISS rotation [C]//International Symposium on Space Flight Dynamics, Annapolis, MD, 2007: 1 - 10.
- [8] Bhatt S. Optimal reorientation of spacecraft using only control moment gyroscopes [D]. Austin, TX: Rice University, 2007.
- [9] http://www.nasa.gov/mission_pages/station/expeditions/expedition32/opm.html.
- [10] Schaub H, Junkins J L. Stereographic orientation parameters or attitude dynamics: A generalization of the Rodrigues parameters [J]. The Journal of the Astronautical Sciences, 1996, 44(1): 1 - 19.
- [11] Wie B, Barba P M. Quaternion feedback for spacecraft large

- angle maneuvers[J]. *Journal of Guidance*, 1985, 8(3): 360 - 365.
- [12] 解学书. 最优控制理论与应用[M]. 北京:清华大学出版社,1986.
XIE Xueshu. *Optimal control theory and applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1986. (in Chinese)
- [13] Huntington G T. Advancement and analysis of a gauss pseudospectral transcription for optimal control problems[D]. Cambridge, Massachusetts: Massachusetts institute of Technology, 2007.
- [14] Gong Q, Kang W, Bedrossian N, et al. Pseudospectral optimal control for military and industrial applications[C]//46th IEEE Conference on Decision and Control, New Orleans, LA, 2007: 4128 - 4142.
- [15] Benson D. A gauss pseudospectral transcription for optimal control [D]. Cambridge, Massachusetts: Massachusetts institute of Technology, 2005.
- [16] Ross I M, Fahroo F. A direct method for solving nonsmooth optimal control problems[C]//Proceedings of the 2002 World Congress of the International Federation on Automatic Control, IFAC, Barcelona, Spain, 2002:1 - 6.
- [17] Bai X, Turnery J D, Junkinsz J L. Bang-bang control design by combing pseudospectral method with a novel homotopy algorithm [C]//AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, Illinois, 2009: 1 - 14.
- [18] Rao A V. A Survey of numerical methods for optimal control [C]//AAS/AIAA Astrodynamics Specialist Conference, Pittsburgh, PA, 2009: 1 - 32.
- [19] Rao A V, Benson D, Darby C L, et al. User's manual for GPOPS version 4. 0: A MATLAB software for solving multiple-phase optimal control problems using hp adaptive pseudospectral methods[R]. 2011.
- [20] Darby C L, Hager W W, Rao A V. An hp-adaptive pseudospectral method for solving optimal control problems [J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 2011, 32(4): 476 - 502.
- [21] Ross I M, Fahroo F. Pseudospectral knotting methods for solving optimal control problems[J]. *Journal of guidance, control, and dynamics*, 2004, 27(3):397 - 405.
- [22] 程迎坤,孙承启,张锦江. 空间站力矩平衡姿态和动量平衡姿态的研究[J]. *航天控制*, 2008, 26(2): 3 - 8.
CHENG Yingkun, SUN Chengqi, ZHANG Jinjiang. Study on torque equilibrium attitude and momentum equilibrium attitude of the space station [J]. *Aerospace Control*, 2008, 26(2): 3 - 8. (in Chinese)