

脉冲轮廓建模仿真与去噪*

黎胜亮, 刘 昆, 吴锦杰

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:脉冲轮廓是脉冲星的一个重要物理特性,是脉冲星导航的关键观测量。为深入研究脉冲轮廓的理论特性,建立了脉冲星的标准脉冲轮廓数学模型与观察脉冲轮廓数学模型,用指数函数拟合了蟹状星云脉冲轮廓的轮廓函数,并以此为基础模拟了蟹状星云的标准脉冲轮廓。通过模拟非齐次泊松随机打靶实验获得了光子到达时间的仿真测量值,模拟了蟹状星云的观察脉冲轮廓,仿真结果表明该模型能很好地描述巡天观测的脉冲轮廓。对含噪声的脉冲轮廓进行小波阈值去噪,通过数值分析,认为 GCV 阈值去噪方法对观测脉冲轮廓有很好的去噪效果。

关键词:脉冲轮廓;建模仿真;小波;去噪

中图分类号:V249.3 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)04-0026-04

On modeling and denoising of X-ray pulsars profile

LI Shengliang, LIU Kun, WU Jinjie

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The pulsar profile, which is the key measurements of the pulsar navigation, is an important physical property of the pulsar. For in-depth study of the theoretical properties of the pulsar profile, the mathematical models of the standard pulsar profile and of the observed pulsar profile were established. The Crab Nebula profile function was fitted using the exponential function and the crab nebula standard pulsar profile was simulated using the profile function. Through the simulation of non-homogeneous Poisson random shooting experiment, the value of the photons TOA (time of arrival) was obtained, and the observed pulsar profile of the Crab Nebula was simulated. The simulation results show that the model can well describe the pulsar profile of the sky survey. The observed pulsar profile which was comprised of the profile and the noise was denoised based on wavelet threshold denoising method. Compared with the wavelet thresholding denoising method, through the numerical analysis, the GCV has a better denoising effect for the observed pulsar profiles.

Key words: pulsar profile; modeling and simulation; wavelet; denoising

脉冲星被誉为宇宙的灯塔,其稳定的周期频率和位置坐标,能为航天器提供位置速度姿态时间等导航参考信息^[1]。脉冲星导航的关键是脉冲星的脉冲到达时间(Time of Arrival, TOA)的测量,TOA测量的关键是脉冲轮廓的建立。目前脉冲轮廓的累积算法有脉冲轮廓的折叠算法^[2]、最小熵法^[3]、基于小波模极大值相关处理的脉冲轮廓累加方法^[4]以及基于压缩感知的脉冲轮廓累积算法^[5],并利用脉冲轮廓进行TOA计算的研究^[6]。这些理论算法的研究在进行实验验证的时候,主要借助国外的巡天观测卫星获得的脉冲星数据,但开展脉冲星巡天观测试验花费巨大。为解决这个问题,有两种思路:一是建立脉冲星射线探测的地面模拟系统^[7];另一种思路便是直接通过计算机建模仿真脉冲轮廓,较之于前一种方

法,对于大多数理论研究者来说,更实用、更经济。从理论研究来说,脉冲轮廓的数学模型是认识脉冲轮廓基本特性以及探测过程的一般原理的基础,可以为进一步研究脉冲轮廓打下良好的基础。本文以脉冲轮廓累积的折叠算法为基础,建立了标准脉冲轮廓模型和观察脉冲轮廓模型。并对含噪声的观测脉冲轮廓进行阈值去噪研究^[8-9]。由仿真可知,脉冲轮廓的数学模型能够很好地反映脉冲轮廓的真实特性,以软阈值函数为基础的GVC阈值去噪方法能较好地去除观测脉冲轮廓中的随机噪声。

1 脉冲轮廓建模

脉冲轮廓是一条以时间为变量的X射线光子流量密度曲线,它是反映脉冲信号特点的一个

* 收稿日期:2012-11-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61271440);国家高技术研究发展计划项目

作者简介:黎胜亮(1984—),男,重庆云阳人,博士生,E-mail: LishengLiang@163.com;

刘昆(通信作者)男,教授,博士,博士生导师,E-mail: liukun@nudt.edu.cn

重要符号,不同的脉冲星的脉冲轮廓有不同的幅值和周期等。

1.1 标准脉冲轮廓数学模型

标准脉冲轮廓的模型可以描述为:

$$\lambda(t) = \lambda_b + \bar{\lambda}_p \cdot u(\phi_0 + (1 + v(t)/c) \cdot (t - t_0) \cdot fre_p(t)) \quad (1)$$

如果知道参数 $\lambda_b, \bar{\lambda}_p, \phi_0, u(\phi)$, 便可以模拟出脉冲轮廓。其中, λ_b 表示 X 射线背景噪声, 可以视为常数; $\lambda_p(t)$ 表示 X 射线光子密度; 定义 $u(\phi(t))$ 为轮廓函数, $u(\phi(t))$ 为周期函数, $\phi(t)$ 为脉冲时间相位, $\phi \in [0, 1)$, 且 $\int_0^1 u(\phi) d\phi = 1$ 。 ϕ_0 表示初始相位; $fre(t)$ 表示脉冲频率, 考虑频率的变化率以及多普勒频移, $fre(t)$ 可以表示为:

$$fre(t) = fre_p(t) \cdot (1 + \frac{v(t)}{c}) \quad (2)$$

其中, $fre_p(t)$ 为脉冲星自转频率, 由于探测时间较短, 在较短的时间内, 为了简化计算, 航天器速度 $v(t)$ 可简化为常数 v 。则相位函数 $\phi(t)$:

$$\phi(t) = \phi_0 + \left[(1 + \frac{v}{c}) \cdot (t - t_0) \cdot fre_p(t) \right] \quad (3)$$

1.2 观测脉冲轮廓数学模型

脉冲星辐射 X 射线的能量密度较低, 需要历元折叠获取波形稳定的累积脉冲轮廓。 $\lambda(t)$ 是一个随机变量, 探测 X 射线光子的过程可用非齐次泊松分布建立数学模型, 在时间区间 δt 内探测到 $f(i, j)$ 个光子的概率为:

$$P(f(i, j), \delta t) = \frac{((\int_{(j-1) \cdot \delta t}^{j \cdot \delta t} \lambda(t) dt)^{f(i, j)} \cdot \exp(-\int_{(j-1) \cdot \delta t}^{j \cdot \delta t} \lambda(t) dt))}{f(i, j)!} \quad (4)$$

其中, $t_{i, j}$ 表示第 i 个周期第 j 个相位合的中间时刻, 定义相位合的宽度为 δt , 当 $\delta t \rightarrow 0$ 时, 则在 δt 内探测到 $f(i, j)$ 个光子的期望和方差为:

$$E[f(i, j)] = \text{var}[f(i, j)] = \int_{(j-1) \cdot \delta t}^{j \cdot \delta t} \lambda(t) dt = \lambda(t_{i, j}) \delta t \quad (5)$$

历元折叠的具体方法是将第 i 个周期中第 j 个相位合中探测到的光子数 $f(i, j)$ 分别叠加到第一个周期第 j 个相位合中。则叠加后得到的观测脉冲轮廓为:

$$\bar{\lambda}(t_j) = \frac{1}{N \cdot \delta t} \sum_i^N f(i, j) \quad (6)$$

1.3 脉冲轮廓仿真

1.3.1 标准脉冲轮廓仿真

轮廓函数 $u(\phi)$ 由分段指数函数模拟:

$$u = a \cdot e^{k\phi} + c \quad (7)$$

其中, $\int_0^1 u(\phi) d\phi = 1$, 以蟹状星云 (Crab) 的脉冲轮廓为例, 如图 1(a) 所示, 由 Crab 脉冲星轮廓函数的性质, 脉冲尖峰时刻的相位为 $\phi_0 = 0.3$ 时, 对上述指数函数用 Matlab 进行模拟, 得到 Crab 脉冲星轮廓函数如图 1(b) 所示。

根据轮廓函数, 可以模拟脉冲星的流量密度函数, 设脉冲周期为常数 $P = 0.0334\text{s}$, 频率为 $fre_p(t) = 1/0.0334$, 初始时刻 $t_0 = 0$, 在探测脉冲轮廓的时间段内, 探测器在脉冲矢量方向相对于脉冲星的速度为 $v(t) = v = 3\text{km/s}$, $\lambda_b = 0.5\text{ph}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})^{-1}$, $\bar{\lambda}_p = 1.5\text{ph}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})^{-1}$, 模拟出脉冲轮廓如图 1(c) 所示。

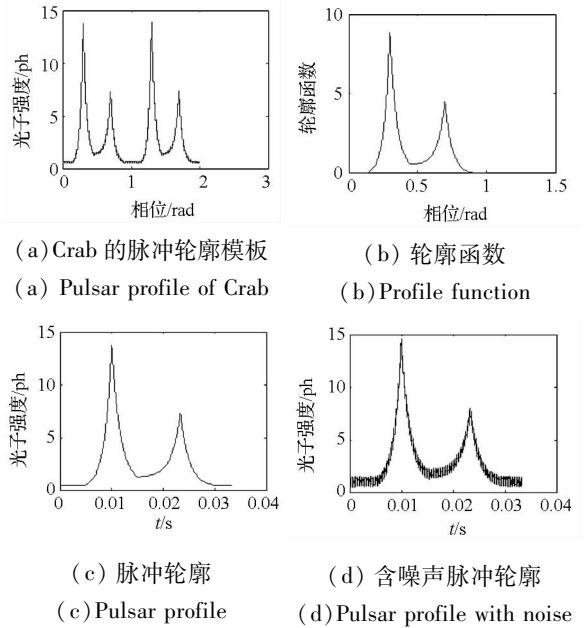


图1 标准脉冲轮廓仿真

Fig1 Standard pulsar profile

1.3.2 观测脉冲轮廓仿真

观测脉冲轮廓可以通过模拟非齐次泊松随机打靶实验获得, 首先, 按照非齐次泊松分布随机产生脉冲到达时间 TOAs, 令第 k 个光子到达的时间为 t_k , 令 $\delta t = X, F_{x|t_k=t}(x | t_k = t)$ 是 $X = t_{k+1} - t_k$ 的分布, 则:

$$P(X \geq x | t_k = t) = 1 - F_{x|t_k=t}(x | t_k = t) \quad (8)$$

在时间 δt 内探测到 0 个光子的概率为:

$$P(X \geq x | t_k = t) = P(0, \delta t) = \exp(-\int_t^{t+x} \lambda(t) dt) \quad (9)$$

则 $X = t_{k+1} - t_k$ 的分布可表示为:

$$F_{x|t_k=t}(x|t_k=t) = 1 - \exp\left(-\int_t^{t+x} \lambda(\tau) d\tau\right) \quad (10)$$

令 $y = F_{x|t_k=t}(x|t_k=t)$, 求解 $y(x)$ 的反函数 $y^{-1}(x) = X$:

$$y = 1 - \exp\left(-\int_t^{t+x} \lambda(\tau) d\tau\right) \quad (11)$$

上式可变为:

$$y = 1 - \exp\left(-\left(\int_0^{t+x} \lambda(\tau) d\tau - \int_0^t \lambda(\tau) d\tau\right)\right) \quad (12)$$

令 $\varphi(t) = \int_0^t \lambda(\tau) d\tau$ 则上式可表示为:

$$y = 1 - \exp(\varphi(t) - \varphi(t+x)) \quad (13)$$

反解 x 有:

$$x = -t + \varphi^{-1}[\varphi(t) - \ln(1-y)] \quad (14)$$

因为有 $y \in (0,1)$, $(1-y) \in (0,1)$, 则

$$X = -t + \varphi^{-1}[\varphi(t) - \ln(y)] \quad (15)$$

由 $\delta t = X = t_{k+1} - t_k$ 有:

$$t_{k+1} = \varphi^{-1}[\varphi(t_k) - \ln(y)] \quad (16)$$

其中 $\varphi(t) = \int_0^t \lambda(\tau) d\tau$, 当 $\delta t \rightarrow 0$ 时, 上式可近似为:

$$t_{k+1} = t_k + \frac{-\ln(y)}{\lambda(t_k)} \quad (17)$$

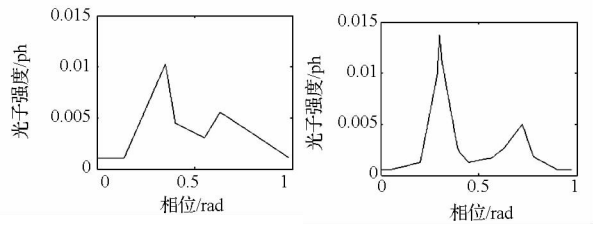
历元折叠: (a) 在区间 $(0,1)$ 产生一个随机变量 y , 令初始时间 $t_0 = 0$; (b) 由式(17) 计算下一时刻 TOA; (c) 比较 t_k 与探测时间 t_f 的大小, 如果 $t_k \leq t_f$ 则回到步骤 (a), 如果 $t_k \geq t_f$, 则结束; (d) 记录下所有光子的 TOAs, 计算对应时刻的流量密度, 通过历元折叠, 得到脉冲轮廓的测量值。

根据上述推导, 利用 Matlab 进行数值仿真, 具体参数设置如 1.3.1 节。图 2 为观测时间为 $t_f = 1.67\text{s}$ 、 $t_f = 3.34\text{s}$ 、 $t_f = 16.7\text{s}$ 、 $t_f = 33.4\text{s}$ 时得到的观测脉冲轮廓。

由图 2 可知, 在观测时间为 $t_f = 1.67\text{s}$, 脉冲轮廓严重失真, 在 $t_f = 3.34\text{s}$ 时, 脉冲轮廓形状可见, 但不平滑, 在 $t_f = 16.7\text{s}$ 时得到的观测脉冲轮廓探测时间没有布满整个周期, 在 $t_f = 33.4\text{s}$ 时得到的观测脉冲轮廓与标准脉冲轮廓接近。可以得出结论, 观测时间越长, 脉冲轮廓的折叠拟合效果越好。

将模拟的脉冲轮廓(如图 2(d)) 与脉冲轮廓模板(如图 1(a)) 进行对比, 两者波形走势、尖峰时刻相位均相同。说明利用非齐次泊松过程建立脉冲星的信号模型能很好地模拟标准的脉冲轮廓。脉冲轮廓的数学模型能够很好地反映脉冲轮廓

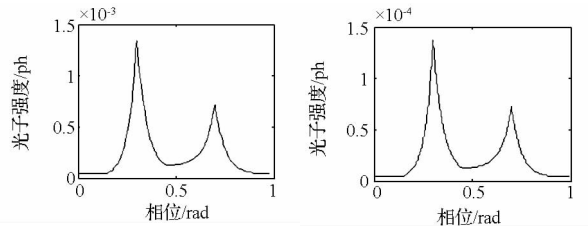
的真实特性。



(a) 观测时间 1.67s

(b) 观测时间 3.34s

(a) Measurement time 1.67s (b) Measurement time 3.34s



(c) 观测时间 16.7s

(d) 观测时间 33.4s

(c) Measurement time 16.7s (d) Measurement time 33.4s

图 2 测量脉冲轮廓

Fig. 2 Measurement pulsar profile

1.3.3 含噪声的脉冲轮廓模型

脉冲星在测量过程中, 由于光子计数器的灵敏度和历元折叠, 所得到的脉冲轮廓峰会引入随机噪声。所以脉冲轮廓的测量值表示为:

$$\bar{\lambda}(t_i) = \lambda(t_i) + v(t_i) \quad (18)$$

其中 $v(t_i)$ 表示 t_i 时刻的随机噪声, 服从 $v(t_i) \sim (0, \sigma^2)$ 分布的高斯白噪声。 $\lambda(t_i)$ 为 t_i 时刻的脉冲轮廓光子流量密度真实值。加入噪声的脉冲轮廓测量值如图 1(d) 所示。

观察脉冲轮廓与标准脉冲轮廓相比含有较多随机噪声, 如果用含噪声的脉冲轮廓与标准脉冲轮廓比对求解 TOA, 将影响 TOA 的求解精度, 从而影响导航定位精度。所以, 在求解 TOA 之前, 对脉冲轮廓进行先期去噪非常必要。本文采用小波阈值去噪对脉冲轮廓进行先期去噪, 并通过仿真比较不同去噪方法的去噪效果。

2 小波去噪

小波去噪方法有阈值去噪、比例萎缩去噪方法、相关法去噪等。其中最常用的是阈值去噪方法。阈值去噪的关键是阈值函数的选取与阈值的估计。

在阈值去噪中, 阈值函数体现了对超过和低于阈值的小波系数模的不同处理策略以及不同估计方法。在阈值函数选取时, 硬阈值和软阈值在实际中得到了广泛的应用。硬阈值方法可以很好地保留图像边缘等局部特征, 但图像会出现振铃、伪吉布

斯效应等视觉失真,而软阈值处理相对要平滑。

阈值的选取是阈值去噪的一个关键,如果阈值过大,有用信号将被滤掉,阈值太小,去噪后的信号仍有噪声存在。从直观上,对于给定的小波系数,噪声越大,阈值就越大。本文着重研究 Visushrink 阈值、SUREShrink 阈值估计方法和 GCV (Generalized Cross Validation) 阈值方法对脉冲轮廓的去噪效果。

2.1 硬阈值函数与软阈值函数的对比

对于硬阈值函数可以直接将各层小波系数置零,然后对脉冲轮廓进行重构得到脉冲轮廓如图 3(b) 所示。对于软阈值函数去噪则直接选用 matlab 中的默认软阈值去噪,得到的脉冲轮廓如图 3(c) 所示。

从图中可以看出,用硬阈值函数去噪后脉冲轮廓比原噪声轮廓更为光滑,但丢掉了较多有用信息,而选用 matlab 中的默认软阈值去噪同样造成有用信息丢失,但较之于硬阈值去噪的效果要好。

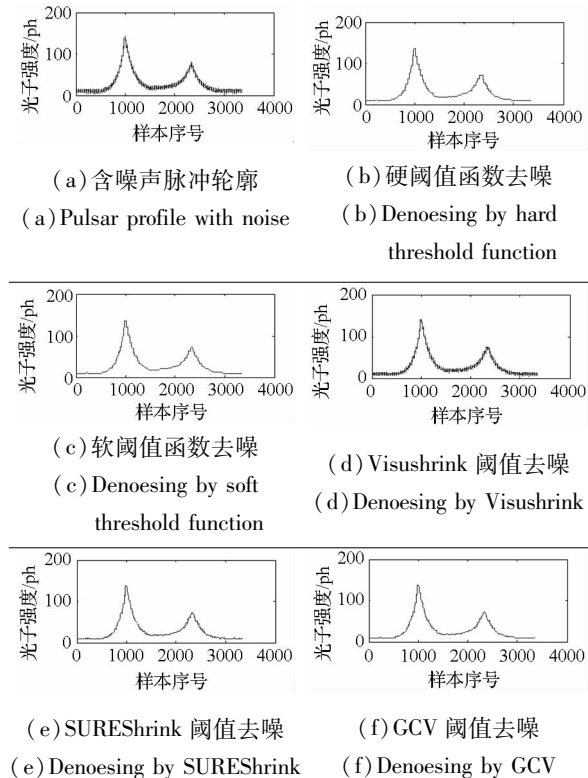


图3 小波阈值去噪效果

Fig. 3 Wavelet thresholding denoising

2.2 不同阈值方法在软阈值函数下的对比

由上述分析可知,准确的选去阈值是阈值去噪的关键。阈值的选取既不能过大,也不能过小。本文选取 Visushrink 阈值、SUREShrink 阈值以及 GCV 阈值三种阈值估计方法为脉冲轮廓去噪,其去噪效果如图 3 所示。

由图 3(d) 可知, Visushrink 阈值去噪后脉冲轮廓仍然含有较多噪声。对比图 3(d)、图 3(e) 与图 3(f) 可知, SUREShrink 阈值和 GCV 阈值去噪效果明显优于 Visushrink 阈值去噪效果。SUREShrink 阈值和 GCV 阈值去噪效果相差不大, GCV 阈值去噪的光滑度略好于 SUREShrink 阈值去噪方法,从原理上分析主要是 Visushrink 阈值是用渐进分析手段推导出来的统一阈值,对于不同的实际情况,未必都适用。而 SUREShrink 阈值和 GCV 阈值去噪是在最优化条件下求解出来的阈值。而 SUREShrink 阈值为了减小搜索范围,最佳阈值选择缩小到一个有限的范围,即: $t^* \in \{d_1, d_2, \dots, d_N\}$, 而得到的阈值是 SURE 准则下的次优解。GCV 阈值是在 GCV 准则下的一个理想阈值。所以 GCV 阈值去噪的效果略优于 SUREShrink 阈值去噪效果。但是从计算量上来看, GCV 阈值估计不用估计噪声的方差,计算更为简洁。

3 结论

文章建立了脉冲星的标准脉冲轮廓与观测脉冲轮廓数学模型,模拟了标准脉冲轮廓与观测脉冲轮廓,通过与巡天观测获得的脉冲轮廓试验数据进行对比,仿真的脉冲轮廓和巡天观测获得的脉冲轮廓轮廓曲线一致,从而论证了脉冲轮廓数学模型的合理性。对含噪声的脉冲轮廓进行了小波去噪,对比研究了硬阈值函数去噪与软阈值函数去噪方法,认为软阈值函数去噪效果较硬阈值函数去噪效果要好。在此基础上,研究了基于软阈值函数的 Visushrink 阈值、SUREShrink 阈值以及 GCV 阈值估计的去噪方法对观测脉冲轮廓的去噪效果,通过数值分析, GCV 阈值估计的去噪方法对观测脉冲轮廓有较好的去噪效果。该研究对深入研究脉冲轮廓的探测过程提供了很好的仿真实验方法,对脉冲星导航理论的发展有一定的推动作用。

参考文献 (References)

- [1] Sheikh S I, Pines D J, Ray P S, et al. Spacecraft navigation using X-ray pulsars [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2006, 29:49-63.
- [2] Hanson J E. Principles of X-ray Navigation [D]. Stanford: Stanford University, 1996.
- [3] 张华, 许录平. 脉冲星脉冲轮廓累积的最小熵方法 [J]. 物理学报, 2011, 60(3):039701-7.
ZHANG Hua, XU Luping. Minimum entropy cumulation method of pulsar profile [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(3):039701-7. (in Chinese)

- [7] Fan X J, Yu G, Li J G. Combustion and ignition of thermally cracked kerosene in supersonic model combustors[J]. Journal of Propulsion and Power, 2007, 23(2): 317-324.
- [8] 范学军, 俞刚. 超临界煤油超声速燃烧特性实验. 推进技术[J], 2006, 27(1): 79-82.
FAN Xuejun, YU Gong. Experiments on supersonic combustion of supercritical kerosene[J]. Journal of Propulsion Technology, 2006, 27(1): 79-82. (in Chinese)
- [9] 范学军, 俞刚, 李建国. 超临界与热裂解煤油超声速燃烧性能优化研究[J]. 空气动力学学报, 2009(增刊): 77-83.
FAN Xuejun, YU Gong, LI Jianguo. Performance optimization for supersonic combustion of supercritical and cracked kerosene [J]. ACTA Aerodynamica Sinica, 2009 (supplement): 77-83. (in Chinese)
- [10] 仲峰泉, 范学军, 王晶. 超临界态煤油等熵流动和超声速喷注研究[C]. 第二届高超声速科技学术会议, 安徽黄山, 2009.
ZHONG Fengquan, FAN Xuejun, JING Wang. Characteristics of Isentropic Flow and Supersonic Injection of Supercritical Kerosene [C]. 2nd Hypersonic Science and Technology Conference, Anhui, Huangshan, 2009. (in Chinese)
- [11] 杨世铭, 陶文铨. 传热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2006.
YANG Shiming, TAO Wenquan. Heat Transfer [M]. Beijing: Higher Education Press, 2006. (in Chinese)

(上接第 29 页)

- [4] 李建勋, 柯熙政. 基于脉冲星定时模型的自主导航定位方法[J]. 中国科学(G 辑), 2009, 39(2): 311-317.
LI Jianxun, KE Xizheng. Study on autonomous navigation based on pulsar timing model [J]. Science in China Ser. G, 2009, 39(2): 311-317. (in Chinese)
- [5] 苏哲, 许录平, 甘伟. 基于压缩感知的脉冲星轮廓构建算法[J]. 中国科学(G 辑), 2011, 41(5): 681-684.
SU Zhe, XU Luping, GAN Wei. Pulsar profile construction algorithm based on compressed sensing [J]. Science in China Ser. G, 2011, 41(5): 681-684. (in Chinese)
- [6] 谢振华, 许录平, 倪广仁. 基于双谱的脉冲星累积脉冲轮廓时间延迟测量[J]. 物理学报, 2008, 57: 6683.
XIE Zhenhua, XU Luping, NI Guangren. Time off set measurement algorithm based on bispectrum for pulsar integrated pulse profiles [J]. Acta Physica Sinica, 2008, 57: 6683. (in Chinese)
- [7] 胡慧君, 赵宝升, 盛立志, 等. 用于脉冲星导航的 X 射线光子计数探测器研究[J]. 物理学报, 2012, 61(1): 019701-5.
HU Huijun, ZHAO Baosheng, SHENG Lizhi, et al. X-ray photon counting detector for x-ray pulsar-based navigation [J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(1): 019701-5. (in Chinese)
- [8] Mallet S, Zhong S. Characterization of signals from multiscale edges [J]. IEEE T Pattern Anal, 1992, 14(7): 710-732.
- [9] Mallet S, Hwang W L. Singularity detection and processing with wavelets [J]. IEEE T Inform Theory, 1992, 38(2): 617-643.