

基于倾斜开关曲线的小推力器姿态控制方法分析 与准极限环控制方法*

魏静波, 刘 昆, 吴锦杰

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘 要:研究了利用小推力器进行航天器姿态控制问题。从理论上推导了在给定姿态控制精度、小推力器参数以及倾斜开关曲线参数的前提下,能够形成理想极限环控制效果的充分必要条件。对相关文献中倾斜开关曲线设计方法不能形成理想极限环的情况进行了理论分析,提出了一种新的基于倾斜开关曲线的准极限环控制方法,并推导了其控制精度。研究对于航天器应用小推力器实现高精度姿态控制具有较大的工程应用价值。

关键词:姿态控制; 小推力器; 倾斜开关曲线; 极限环; 准极限环

中图分类号:V448 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)04-0041-05

Attitude control using thrusters based on slantwise on-off switching line and modified limit circle control

WEI Jingbo, LIU Kun, WU Jinjie

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The attitude control problem of a satellite using small thrusters was investigated. With a simulation example, the drawbacks of control method using slantwise on-off switching line proposed in the relevant reference were discussed. A necessary and sufficient condition for an ideal limit circle was deduced theoretically in the case that the desired attitude precision and the parameters of thrusters and slantwise on-off switching line were known previously. Analysis on the case that the ideal limit circle cannot be formed was also conducted. Based on these analyses, a new control method called "Modified Limit Circle Control" was proposed as well as its design procedure. This study can provide meaningful reference for some relevant engineering applications.

Key words: attitude control; thrusters; slantwise on-off switching line; limit circle; modified limit circle

小推力器适用于航天器交会、对接、返回时的姿态控制,姿态稳定前的消除翻滚与初始捕获,制导发动机工作前的姿态调整,以及长期任务中的飞轮系统卸载,被动系统阻尼等场合。

利用小推力器进行卫星姿态控制系统设计时,需要考虑推力器电磁阀门的门限以及磁滞特性。文献[1]研究了基于倾斜开关曲线的单轴姿态相平面控制方法以及考虑时间和燃料消耗的单轴姿态最优控制方法,但是其基于倾斜开关曲线的单轴姿态相平面控制方法没有能够给出理想极限环存在的充要条件。文献[2]研究了相平面控制理论在对地定向三轴稳定卫星俯仰轴稳定的应用,分别给出了基于相平面理论以及基于脉冲调制理论的单轴解耦姿态控制方法,也没有涉及倾斜开关曲线相平面控制问题。文献[3]详尽地研

究了基于脉冲调制理论的单轴解耦姿态控制方法,同样没有深入研究基于倾斜开关曲线的相平面控制技术。此外,众多的研究关注于小推力器系统在航天器上的优化布局问题,基于脉冲调制理论在航天器姿态控制中的应用以及小推力器与飞轮系统进行联合姿态控制的研究,鲜有文献针对基于倾斜开关曲线的单轴姿态控制问题进行深入分析^[4-8]。

利用倾斜开关曲线进行单轴姿态控制时,极限环的形状决定了控制死区的大小,也即小推力器系统姿态控制精度^[1]。如果进一步需要飞轮系统进行姿态精确控制,小推力器系统姿态控制精度也较大地影响了姿态控制系统的响应速度以及飞轮的饱和速度。所以,有必要对小推力器姿态控制系统进行深入的分析。如果设星体经过初

* 收稿日期: 2012-10-26

作者简介: 魏静波(1986—),男,陕西扶风人,博士研究生,E-mail:weijingbo615@foxmail.com;

刘昆(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:liukun@nudt.edu.cn.

始捕获,使得星体的姿态角和姿态角速度可视为小量,同时设参考坐标系的角速度远小于推力器的响应速度,可以对三轴姿态进行解耦,都可简化为单轴的控制系統^[1]。例如,遂行对日观测以及对深空进行探测任务的飞行器一般选取惯性参考系为姿态参考坐标系,其参考系的角速度都为零。在这种情况下,可以在大范围的角度区间内进行三轴简化解耦,亦可以直接应用单轴姿态控制的相关方法与结论。另外,在对地定向三轴稳定控制中,基于小角度假设,只有俯仰轴单轴解耦,也可利用相平面方法对小推力器系統姿态控制进行设计与分析^[2]。所以,有必要对基于小推力器系统的单轴姿态控制问题进行研究。

1 倾斜开关曲线设计方法

文献[1]中应用相平面方法对简化解耦的单轴姿态控制系统(1)进行了倾斜开关曲线设计,以期能够实现满足控制精度要求的极限环运动,给出了如下的倾斜开关曲线的设计方法。

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \omega \\ \ddot{\varphi} = \dot{\omega} = \frac{L^c}{I} \end{cases} \quad (1)$$

上式中, φ 为姿态角度, ω 为姿态角速度, L^c 为控制力矩, I 为转动惯量。设电磁阀门限为 d , 滞宽为 δ , 开关曲线如图 1 的点划线所示, 开关曲线方程如表 1 所示, 小写字母 $a \sim e$ 为极限环与倾斜开关曲线的交点, 左斜划线区为正向力矩开启

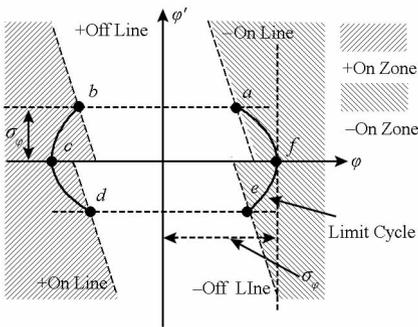


图 1 倾斜开关曲线以及极限环

Fig. 1 Slantwise on-off switching line and limit circle

区域,右斜划线区为负向力矩开启区域,中间空白区域为无控制力矩区域,分别简称为“正开区间”“负开区间”和“无控区间”。 τ 表示了开关曲线的斜率,根据对称性,解得 $\dot{\varphi}_a = \sigma_\varphi$ 为倾斜开关曲线控制的角速度精度,如(2)式所示。

$$\sigma_\varphi = \dot{\varphi}_a = \frac{\delta}{2\tau} \quad (2)$$

$\varphi_e = \sigma_\varphi$ 为倾斜开关曲线控制的角度精度。

表 1 倾斜开关曲线表达式

Tab. 1 Equation of slantwise on-off switching line

开关曲线	曲线方程
负开线	$\varphi + \tau\dot{\varphi} = d$
负关线	$\varphi + \tau\dot{\varphi} = d - \delta$
正开线	$\varphi + \tau\dot{\varphi} = -d$
正关线	$\varphi + \tau\dot{\varphi} = -(d - \delta)$

$$\sigma_\varphi = \varphi_e = d - \frac{\delta}{2} + \frac{\delta^2}{8a_0\tau^2} \quad (3)$$

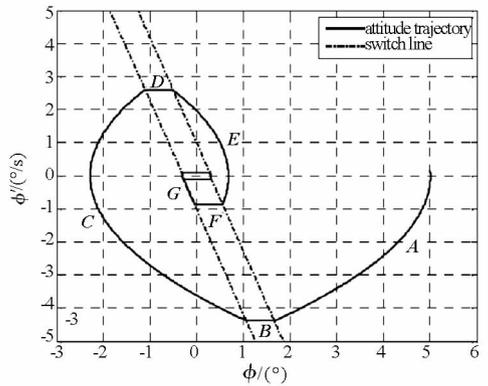
算例一:在如表 2 所示的条件下设计控制律参数,并按照初始值要求进行控制仿真。

表 2 算例一的仿真条件

Tab. 2 Conditions of simulation 1

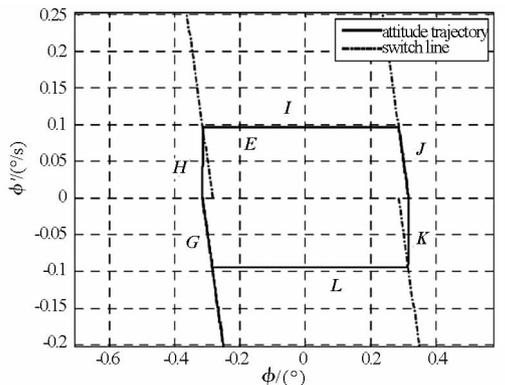
I (kg · m ²)	L^c (Nm)	σ_φ (°)	$\sigma_\dot{\varphi}$ (°/s)	φ_0 (°)	$\dot{\varphi}_0$ (°/s)
10	0.5	0.3	0.05	5	0.2

设定电磁阀门限以及磁滞宽度满足 $d = 10\delta$, 按照上文中设计方法,根据式(2)和式(3),可以计算得到 $\delta = 5.5036 \times 10^{-4}$, $\tau = 0.31533$, $d = 5.5036 \times 10^{-3}$ 。在 MATLAB 的 SIMULINK 中搭建仿真模块,设定仿真步长为 0.001s,得到如图 2 所示的相



(a) 全图

(a) Whole view



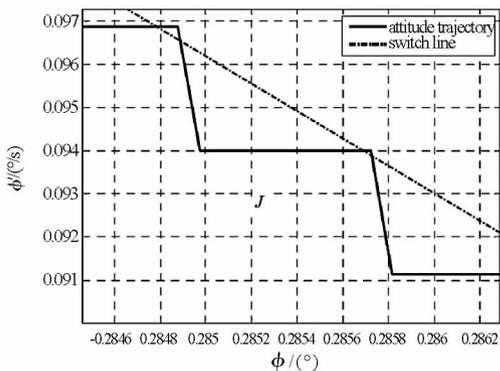
(b) 末端放大

(b) Detailed view

图 2 算例一相轨迹

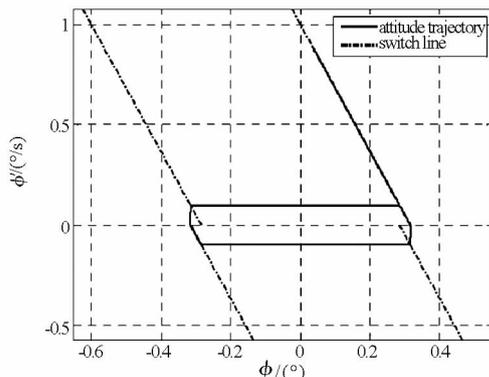
Fig. 2 Phase curve of simulation 1

轨迹运行曲线,图中用大写字母 A ~ G 表示姿态运动轨线。从图中我们看到最终形成的姿态运动轨线并非设计的极限环,轨线 A ~ F, H, I, K, L 按照理想的曲线运动, G, J 并没有按照理想的抛物曲线运动,也没有达到设计时要求的控制精度。



(a) J 段

(a) J segment



(b) 全图

(b) Whole view

图3 算例二的姿态运动轨线

Fig. 3 Attitude trajectory of simulation 2

2 理想极限环未形成原因分析

设定图1中姿态运动轨线上 a 点斜率为 k_a , 设定角加速度值为 a_0 , 可以求得^[1]

$$k_a = \left. \frac{d\dot{\varphi}}{d\varphi} \right|_a = -\frac{a_0}{\dot{\varphi}_a} \quad (4)$$

如果按照算例一的仿真条件,假设姿态运动轨线可以到达极限环,那么 a 点的斜率满足

$$|k_a| = \left| -\frac{a_0}{\dot{\varphi}_a} \right| \doteq 57.2958 \gg \frac{1}{\tau} = 3.1713 \quad (5)$$

由式(5)可以得出,姿态运动轨线必然不会在负开区间内运行,这是由于抛物线斜率的绝对值大于负关线斜率的绝对值,此后姿态运动轨线重新进入关机区,姿态运动轨线沿着水平线再次进入负开区间,此时,由于姿态角速度变小,由(4)式可知,抛物线斜率的绝对值进一步变大,轨线又重新进入负开区间,如此往复,如图3(a)所

示。这样,就可以理解算例一中的仿真结果。

利用式可以得到维持正常姿态运动轨线的范围:

$$\frac{a_0}{|\dot{\varphi}|} < \frac{1}{\tau} \quad (6)$$

以算例一为例,得到维持正常姿态运动轨线的条件是:在轨线到达负开线或者正开线时,角速度必须满足

$$|\dot{\varphi}| > \tau a_0 \doteq 0.01577 \text{ rad/s} \doteq 0.90335^\circ/\text{s} \quad (7)$$

算例二:为了验证(7)式的结论,设定姿态的初值为: $\varphi_0 = 0.0305^\circ$, $\dot{\varphi}_0 = 0.90335^\circ/\text{s}$, 其他仿真条件与算例一中的相同,得到相平面上的姿态运动轨线如图3(b)所示。可以看到,此时姿态运动状态基本沿着切换线运动。

3 预定精度极限环形成的充要条件

通过第一部分问题提出和第二部分对问题的分析,可以知道:如果需要得到理想的极限环,除满足(2)、(3)式要求外,还需要满足(8)式:

$$\frac{1}{\tau} > \left| \frac{a_0}{\dot{\varphi}_a} \right| = \frac{a_0}{\sigma_{\dot{\varphi}}} \quad (8)$$

但是(2)、(3)和(8)式并非能够形成理想极限环的充要条件。为了保证能够形成理想的极限环,必须保证图1中 f 点必须位于负关线与横轴交点的右侧,至少必须与其重合。由此条件可以得到结论一,也保证了条件(8)的要求。

结论一:针对系统(1),基于倾斜开关曲线进行小推力器的开关控制,能够形成预定精度极限环的充分必要条件是

$$\begin{cases} \sigma_{\dot{\varphi}} = \frac{\delta}{2\tau} \\ \sigma_{\varphi} = d - \frac{\delta}{2} + \frac{\delta^2}{8a_0\tau^2} \geq d \end{cases} \quad (9)$$

化简得到

$$\frac{1}{\tau} \geq \frac{2a_0}{\sigma_{\dot{\varphi}}} > \frac{a_0}{\sigma_{\dot{\varphi}}} \quad (10)$$

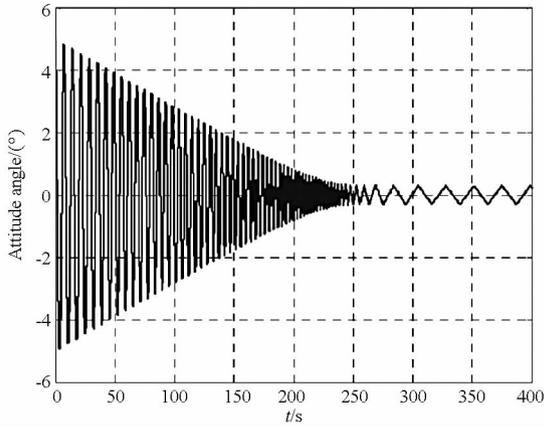
由(10)式可以知道(9)式满足(8)式的要求。对于算例一,按照新条件(9)重新进行设计得到(11)式,由结论一可知算例一计算得到的参数不能实现理想的极限环控制。

$$\tau \leq 0.0087266 \quad (11)$$

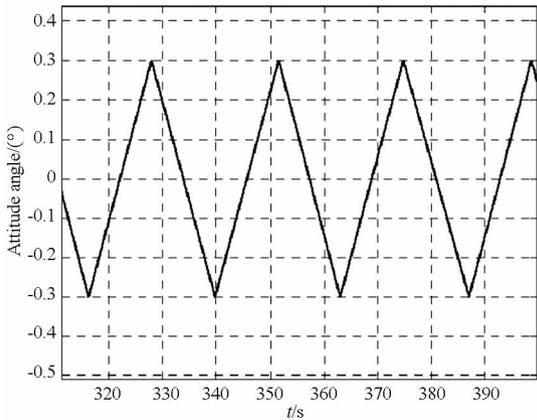
算例三:根据(11)式取如表3所示的参数,进行仿真计算,得到如图4(a)~(f)的仿真结果。

表3 能够形成理想极限环的参数
Tab. 3 The parameters of ideal limit circle

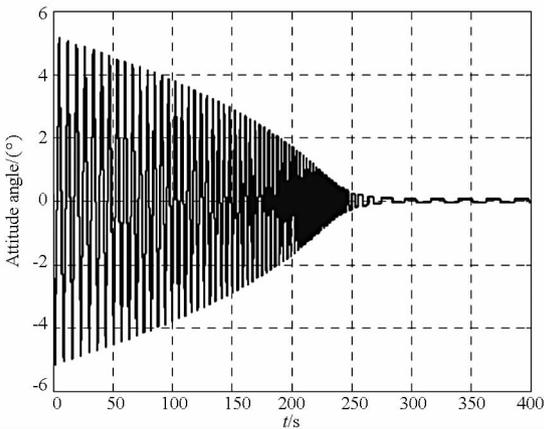
δ	τ	d
1.3963×10^{-5}	0.008	5.2354×10^{-3}



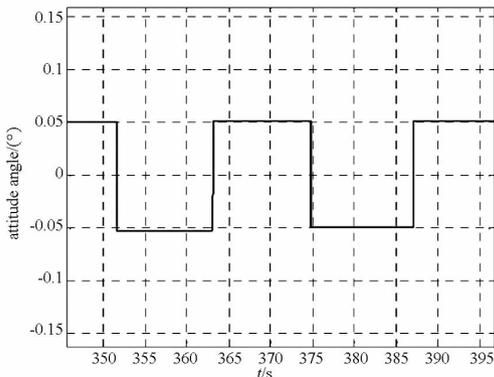
(a) Attitude angle



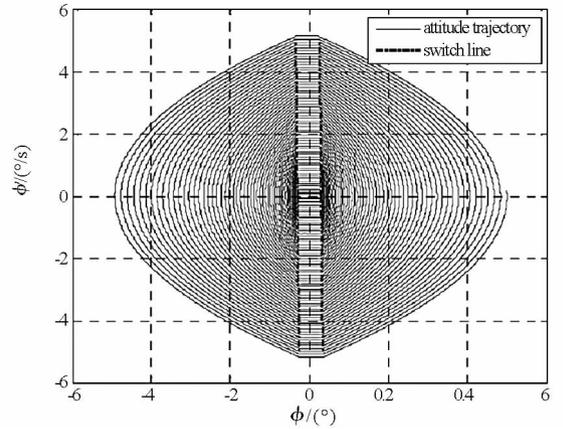
(b) Attitude angle(stable phase)



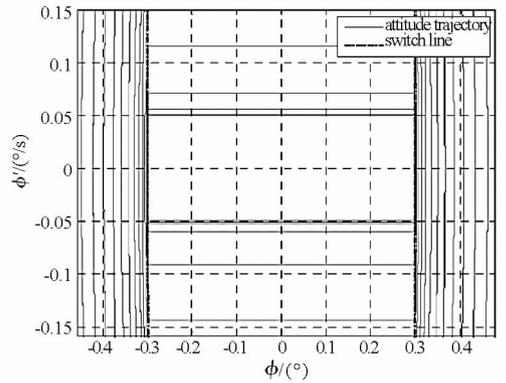
(c) Attitude angle rate



(d) Attitude angle rate(stable phase)



(e) Attitude trajectory



(f) Attitude trajectory(terminal phase)

图 4 算例三仿真结果

Fig. 4 Results of simulation 3

由仿真结果可以看出实现了算例一中的精度要求:到达稳态后姿态角精度为 0.3° , 姿态角速度精度为 $0.05^\circ/\text{s}$, 姿态运动轨迹在到达稳态后形成了理想的极限环。但是形成理想极限环导致了开关曲线斜率变大, 姿态收敛过程缓慢, 同时推力器消耗增大, 所以在实际控制中不必苛求理想的极限环, 可以寻求更有效的方法。

结论二:在给出了小推力器系统的门限以及磁滞参数后, 系统的姿态角控制精度与姿态角速度控制精度与倾斜开关曲线的斜率有关, 在斜率始终为负的前提下, 斜率绝对值越大, 精度越高, 但收敛速度越慢。

4 应用准极限环进行控制分析

第 3 节给出了能够形成预定精度的理想极限环的充要条件。观察算例一的仿真结果, 可以看到虽然没有形成预定的极限环, 但是姿态运动轨迹最终仍旧收敛到了一个近似的极限环, 而且收敛速率较快, 能否利用这一现象进行新的设计, 我们有必要对此进行讨论。

结论三:在给定小推力器参数以及开关曲线斜率后, 可以得到系统的控制精度, 分两种情况进

进行讨论。

Case1: 在给定参数满足(12)式时,能够形成理想的极限环,如果同时满足(9)式,则能够形成满足精度的极限环。

$$-\frac{\delta}{2} + \frac{\delta^2}{8a_0\tau^2} \geq 0 \quad (12)$$

Case2: 在给定参数不满足(12)式时,不能够形成理想的极限环,此时的控制精度如(13)式。

$$\begin{cases} \sigma_\varphi = d \\ \sigma_{\dot{\varphi}} = \sqrt{a_0^2\tau^2 + 2a_0\delta} - a_0\tau \\ -\frac{\delta}{2} + \frac{\delta^2}{8a_0\tau^2} < 0 \end{cases} \quad (13)$$

Case1 在第3节已经进行了分析,下面只对Case2 进行分析。

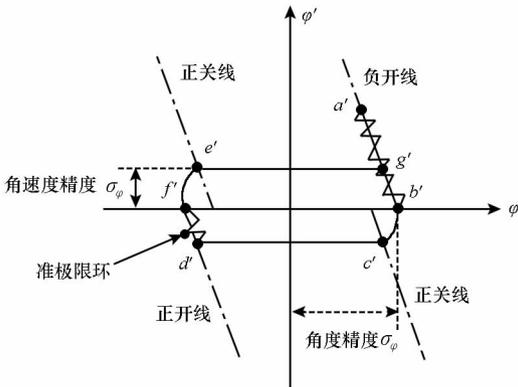


图5 准极限环示意图

Fig. 5 Modified limit circle

图5给出了Case2下姿态运动轨线的一般情况, $a' \sim g'$ 分别为姿态运动轨线上的点,在轨线运动到 a' 点时,不满足式的条件,轨线沿着负开线运动到 b' 点,然后沿着过 b' 点的一条负开抛物线运动到 c' 点进入无控制区,由于对称性,而后沿着类似的轨迹经过 d', e', f' ,到达 g' 点,而后重复 $b' \sim g'$ 的运动轨迹,形成一条类似极限环的曲线。可以计算得到过点 $b'(d, 0)$ 的姿态运动抛物线方程为

$$\dot{\varphi}^2 = -2a_0(\varphi - d) \quad (14)$$

联立方程(14)和表1中的负关线方程,且限制交点在第4象限,即 $\dot{\varphi} < 0$,可以解得 c' 点的纵坐标,其绝对值也即为系统的姿态角速度控制精度。

$$\dot{\varphi} = a_0\tau - \sqrt{a_0^2\tau^2 + 2a_0\delta} \quad (15)$$

根据对称性,可以知道控制姿态角速度的控制精度即为

$$\sigma_{\dot{\varphi}} = |\dot{\varphi}| = \sqrt{a_0^2\tau^2 + 2a_0\delta} - a_0\tau \quad (16)$$

可以由(13)式计算得出算例一的姿态控制精度为 $\sigma_\varphi = 0.31533^\circ$, $\sigma_{\dot{\varphi}} = 0.095004^\circ/\text{s}$,对比图2的仿真结果,可以看出仿真结果完全符合计算,

充分证明了结论三的正确性。

在结论三的基础上,可以得到一种基于倾斜开关曲线的小推力器开关控制方法,其最终形成的是一个近似于极限环的运动规律,将这个曲线定义为准极限环。可以利用准极限环对系统进行控制律设计。

结论四: 在给定控制精度的前提下,完整地利用倾斜开关曲线进行控制律设计的步骤如下:

- a. 选择理想极限环控制或者准极限环控制;
- b. 对于理想极限环控制,根据结论一选择小推力器参数以及切换曲线斜率参数;
- c. 对于准极限环控制,根据结论三(13)式选择小推力器参数以及切换曲线斜率参数;
- d. 仿真验证参数选择的正确性。

5 结论

本文仿真讨论了相关文献中倾斜开关曲线设计方法不完善的问题。从理论上推导了在给定姿态控制精度、小推力器以及倾斜开关曲线参数的前提下,能够形成理想极限环控制效果的充分必要条件。针对不能形成理想极限环控制效果情况进行了分析,提出了基于倾斜开关曲线的准极限环控制方法,并推导了其控制精度。在文章中给出了相关讨论分析的四条结论,对于利用小推力器进行姿态控制系统设计提供了参考。

参考文献 (References)

- [1] 黄圳圭. 航天器姿态动力学[M]. 长沙: 国防科技大学出版社,1997.
HUANG Zhengui. Spacecraft attitude dynamics [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1997. (in Chinese)
- [2] 屠善澄. 卫星姿态动力学与控制[M]. 北京: 中国宇航出版社,1998.
TU Shandeng. Attitude dynamics and control of satellite[M]. Beijing: China Astronautic Press, 1998. (in Chinese)
- [3] 章仁为. 卫星轨道姿态动力学与控制[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1998.
ZHANG Renwei. Orbit and attitude dynamics and control of satellite[M]. Beijing: Beihang University Press, 1998. (in Chinese)
- [4] Xia X W, Jing W X, Gao C S, et al. Attitude control of spacecraft during propulsion of swing thruster[J]. Journal of Harbin Institute of Technology (New Series), 2012, 19(1): 94 - 100.
- [5] Sun Q, Zhou J, Ge Z L. A new pulse modulator for solid propellant attitude control Motors [C]. 2010 ISECS International Colloquium on Computing, Communication, Control, and Management (CCCM), Yangzhou, China, 2010.
- [6] Dong Y, Sun Z W, Wang J Y. Control strategy of hybrid actuator for agile satellites [J]. Acta Aeronautica & Astronautica Sinica, 2012, 33(6): 1108 - 1115.
- [7] Li J, Liu K, Xiang J H. Application of microthrusters of integrated orbit and attitude control of inner-formation gravity field measurement satellite[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2011, 33(6): 89 - 94.