## 基于拉盖尔模型的超声信号渡越时间测量性能分析。

赵 慎,杨 俊,乔纯捷,王跃科

(国防科技大学 机电工程与自动化学院,湖南 长沙 410073)

摘 要:传统窄带模型仅能通过数值计算统计出超声信号渡越时间的测量性能。针对这一问题,提出基于拉盖尔模型计算理论克拉下限的方法。研究了拉盖尔函数及其时间导数的性质,得到时间导数内积矩阵,并将其应用到费舍尔矩阵中,能够快速精确计算克拉下限。对混合指数模型仿真表明,在高斯白噪声背景下,渡越时间方差与理论克拉下限具有良好的一致性;受窄带噪声和反射等因素影响,实测数据的渡越时间 方差与理论克拉下限存在较大偏差。

关键词:超声信号;渡越时间;拉盖尔模型;克拉下限;混合指数模型

中图分类号:TP551 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2013)04-0128-07

# On the performance of time of flight measurement with ultrasonic wave based on laguerre model

ZHAO Shen, YANG Jun, QIAO Chunjie, WANG Yueke

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The performance of ToF (Time of Flight) measurement for ultrasonic wave can be obtained only by numeric calculation in traditional narrow band model. To this problem, a method based on Laguerre model is proposed for CRLB (Cramer-Rao Lower Bound) calculation. The characteristics of Lagueree function and its time derivative were studied, and the time derivative inner matrix was derived, which was applied in Fisher matrix, then the CRLB can be calculated fast and accurately. The simulation on hybrid exponential model polluted by Gaussian white noise testified the well coherence between the variance of ToF and the theoretic CRLB obtained with Laguerre model. The variance of ToF obtained by real data has great difference with the theoretic bound for the impact of narrow band noise and reverberant interference.

Key words: Ultrasonic signal; time of flight; Laguerre model; Cramer-Rao lower bound; hybrid exponential model

利用短脉冲信号进行渡越时间(ToF)测量是 超声测距定位<sup>[1-2]</sup>、超声流量测量<sup>[3]</sup>和声速测 量<sup>[4]</sup>中的关键技术问题。常用 ToF 测量算法有 互相关法、阈值比较法和滑动窗法。在加性高斯 白噪声背景和单一路径条件下,互相关法能够实 现最大似然估计,测量性能渐近趋于克拉美劳下 限(CRLB)<sup>[5]</sup>。在互相关运算中,准确的相关样 本是保证 ToF 测量精度的前提。受换能器瞬态特 性和非线性特性限制,超声信号表现为复杂的形 式<sup>[6]</sup>,一般可用多次测量数据均值或理论信号模 型作为相关样本。比较而言,信号模型方法更为 灵活,且有助于分析测量性能。与传统经验模型 相比,拉盖尔(Laguerre)模型不受换能器特性约 束,拟合误差小,是普适性的超声信号模型<sup>[7]</sup>。

目前,应用 Laguerre 模型进行 ToF 测量工作 主要集中于模型极点优化和测量方法实现两方 面。Sabatini 首先提出了基于 Laguerre 函数进行 超声信号建模/拟合的方法<sup>[7]</sup>。由于 Laguerre 函 数是  $L_2(R^+)$ 域内完备的标准正交基,理论上能 够实现超声信号包络的零误差建模。以减小模型 误差为目标,Silva 着重研究了 Laguerre 函数关于 极点导数的递推性质,并应用于给定模型阶数下 极点的优化问题中<sup>[8]</sup>。

测量的确定性要求完整的测量操作包括对测量结果的性能评价<sup>[9]</sup>。由于超声信号模型的复杂性和多样性,传统经验模型中的 ToF 性能只能通过统计方法评估,无法得到测量性能的理论表达式。Laguerre 模型的普适性使得超声信号能够被统一形式所表达,并基于此从理论上推导 ToF 测量性能。

## 1 窄带信号的 Fisher 矩阵

超声脉冲信号是典型的窄带信号,描述为

 $x(t) = x_a(t)\cos(\Omega_0 t + \varphi_0)$ (1) 其中, x\_a(t)为 x(t)的包络信号,  $\Omega_0 = 2\pi f_0$ 为换能 器谐振频率,  $\varphi_0$ 为附加相位。含有时延、幅度增

<sup>\*</sup> 收稿日期:2013-01-22 作者简介:赵慎(1983—),男,河北肃宁人,博士,E-mail: zhaoshen\_nudt@163.com

益和加性噪声的离散观测信号为

 $y(nT_s) = \alpha x(nT_s - \tau_0) + v(nT_s)$  (2) 其中,  $T_s$  为离散采样周期,  $\alpha$  为幅度增益,  $\tau_0$  为待 测 ToF,  $v(nT_s)$  是均值为零、方差为  $\sigma^2$  的高斯白 噪声序列。取待估计参数  $\theta = [\tau_0, \alpha]^T$ , 则观测 信号的概率密度函数为

$$p(\mathbf{y}; \boldsymbol{\theta}) = (2\pi\sigma^2)^{\frac{-N}{2}} \\ \exp\left\{\frac{-1}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} [y(n) - \alpha x(nT_s - \tau_0)]^2\right\} (3)$$

其中,N为观测数据长度。

为了获得 CRLB,首先计算 *p*(**y**;**θ**) 的自然对 数 *L*(**θ**) 对待估计参数 **θ** 的一阶偏导数

$$\begin{cases} \frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \tau_0} = \frac{\alpha}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ y(n) - \alpha x(nT_s - \tau_0) \right] \frac{\partial x(nT_s - \tau_0)}{\partial \tau_0} \\ \frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \alpha} = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} \left[ y(n) - \alpha x(nT_s - \tau_0) \right] x(nT_s - \tau_0) \end{cases}$$
(4)

容易判断一阶偏导数的期望为零,因此满足 正则条件<sup>[5]</sup>。*L*(*θ*)的二阶偏导数的期望

$$E\left[\frac{\partial^{2}L(\boldsymbol{\theta})}{\partial^{2}\tau_{0}}\right] = -\frac{\alpha^{2}}{\sigma^{2}}\sum_{n=0}^{N-1}\left[\frac{\partial x(nT_{s}-\tau_{0})}{\partial\tau_{0}}\right]^{2} \quad (5)$$
$$E\left[\frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial\tau_{0}}\right] = -\frac{\alpha}{2}\sum_{n=0}^{N-1}x(nT_{s}-\tau_{0})\frac{\partial x(nT_{s}-\tau_{0})}{\partial\tau_{0}}$$

$$E\left[\frac{\partial \sigma_{0}}{\partial \tau_{0} \partial \alpha}\right] = -\frac{\partial \sigma_{0}}{\sigma^{2}} \sum_{n=0}^{\infty} x(nI_{s} - \tau_{0}) \frac{\partial \sigma_{0}}{\partial \tau_{0}}$$
(6)

$$\operatorname{E}\left[\frac{\partial^{2}L(\boldsymbol{\theta})}{\partial^{2}\alpha}\right] = -\frac{1}{\sigma^{2}}\sum_{n=0}^{N-1}x^{2}(nT_{s}-\tau_{0}) \qquad (7)$$

式(5)和(6)的负数分别构成 Fisher 矩阵的 第一行元素,式(6)和(7)的负数分别构成第二 行元素。对 Fisher 信息矩阵求逆,能够得到普遍信 号形式下的时延和幅度无偏估计的 CRLB。将窄 带信号模型应用到以上结果中有

$$E\left[\frac{\partial^{2}L(\boldsymbol{\theta})}{\partial^{2}\tau_{0}}\right] = -\frac{\alpha^{2}}{2\sigma^{2}}\sum_{n=0}^{N-1}\left[\frac{\partial x_{a}(nT_{s}-\tau_{0})}{\partial\tau_{0}}\right]^{2} -\frac{\alpha^{2}}{2\sigma^{2}}\sum_{n=0}^{N-1}\Omega_{0}^{2}x_{a}^{2}(nT_{s}-\tau_{0}) \quad (8)$$

$$\mathbf{E}\left[\frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \tau_0 \partial \alpha}\right] = -\frac{\alpha}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} x_a (nT_s - \tau_0) \frac{\partial x_a (nT_s - \tau_0)}{\partial \tau_0}$$
(9)

$$\mathbf{E}\left[\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial^2 \alpha}\right] = -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=0}^{N-1} x_0^2 (nT_s - \tau_0) \quad (10)$$

以上结果求负数构成在窄带模型约束下的 Fisher 信息矩阵。按照奈奎斯特频率进行理想低 通滤波和采样,则  $\sigma^2 = N_0 B = (N_0/2)(2B) =$  $(N_0/2)f_s$ ,其中 $N_0/2$ 为噪声双边功率谱密度,B为 滤波器双边带宽, $f_s$ 为采样频率,因此 $\sigma^2 T_s =$  $N_0/2_o$ 本文主要研究精密测量的方差下限问题, 对接收信号检测能够保证 y(t) 中包含信号完整 的 $x(t - \tau_0)^{[5]}$ 。因此式(8)~(10) 的连续形式可以 写为

$$E\left[\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial^2 \tau_0}\right] = \frac{-\alpha^2}{N_0} \int_0^T \left[\frac{\partial x_a(t)}{\partial t}\right]^2 dt - \frac{\Omega_0^2 \alpha^2}{N_0} \int_0^T x_a^2(t) dt \qquad (11)$$

$$\mathbf{E}\left[\frac{\partial L(\boldsymbol{\theta})}{\partial \tau_0 \partial \alpha}\right] = -\frac{\alpha}{N_0} \int_0^{\mathrm{T}} x_a(t) \frac{\partial x_a(t)}{\partial t} \mathrm{d}t \quad (12)$$

$$\mathbf{E}\left[\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial^2 \boldsymbol{\alpha}}\right] = -\frac{1}{N_0} \int_0^T x_a^2(t) \,\mathrm{d}t \qquad (13)$$

其中,T为有效观测时间长度。对于一般窄带模型,可以通过数值离散计算式(11)~(13),进而得出 ToF 的 CRLB 下限,但是无法得到数学形式解。

## 2 Laguerre 模型特征及其在 CRLB 中的应用

本节首先研究 Laguerre 模型及 Laguerre 函数 对时间求导的内积特点,然后将结论应用到 Fisher 矩阵中,以得到 CRLB 的数学表达式。

## 2.1 超声信号的 Laguerre 模型

Laguerre 模型将超声信号包络描述为

$$a_{a}(t) = \sum_{i=0}^{+\infty} c_{i}(p) l_{i}(t,p) u(t)$$
 (14)

其中, $l_i(t, p)$ 为Laguerre函数, 是 $L_2(R^+)$ 信号空间内的完备标准正交基<sup>[10]</sup>; $c_i(p)$ 为Laguerre 模型系数,也称Laguerre 谱;u(t)为阶跃函数,限定包络仅在时间为正时存在。Laguerre函数是对函数 $t^i e^{-pt}$ ( $i \in N_0, p > 0$ )标准正交化后的结果,其数学表达式为<sup>[11]</sup>

$$l_{i}(t,p) = \sqrt{2p}e^{-pt} \sum_{j=0}^{i} C_{j}^{i} \frac{(-2pt)^{j}}{j!} \quad (15)$$

其中,参数p称为Laguerre 模型极点,且

$$C_j^i = \binom{i}{j} = \frac{i!}{(i-j)!j!}$$

完备正交性使得超声信号包络能够表示为 Laguerre 函数的线性组合,且 Laguerre 谱由包络 信号与 Laguerre 函数在  $L_2(R^+)$  域上的内积求得

$$c_{i}(p) = [x(t), l_{i}(t, p)] = \int_{0}^{+\infty} x(t) l_{i}(t, p) dt$$
(16)

超声信号的 Laguerre 建模中的关键技术之一 是在给定阶数下,极点 p 的优化选择问题。文献 [8] 在深入研究 Laguerre 函数对极点求导的递推 关系基础上,给出了极点优化方案。在确定模型极 点后,超声信号表示为

$$\begin{aligned} x(t) &= \sum_{i=0}^{N-1} c_i(p) l_i(t,p) \cos(\Omega_0 t + \varphi_0) u(t) \quad (17) \\ & 其中 N 定义为 Laguerre 模型阶数。 \end{aligned}$$

#### 2.2 Laguerre 函数特性分析

Laguerre 函数具有优良的形式,其标准正交 性使得内积满足

$$\int_{0}^{+\infty} l_i(t,p) l_j(t,p) dt = \begin{cases} 1, & i = j \\ 0, & i \neq j \end{cases}$$
(18)

Laguerre 函数对极点 *p* 的导数与原函数之间 满足递推性质<sup>[12]</sup>

$$\frac{\partial l_i(t,p)}{\partial p} = \frac{(i+1)l_{i+1}(t,p) - il_{i-1}(t,p)}{2p}$$
(19)

式(19)的性质使得极点优化过程中的中间 项抵消,是建模中的关键。观察式(15)的特点,除 系数 $\sqrt{2p}$ 外,极点p与时间t基本对称,因此可构 建函数

$$m_{i}(t,p) = \sqrt{2t}e^{-pt} \sum_{j=0}^{t} C_{j}^{i} \frac{(-2pt)^{j}}{j!}$$
$$= \frac{\sqrt{2t}}{\sqrt{2p}} l_{i}(t,p)$$
(20)

显然,*m<sub>i</sub>*(*t*, *p*) 对时间*t*的导数与*l<sub>i</sub>*(*t*, *p*) 对 极点*p*的导数具有类似的性质,即

$$\frac{\partial m_i(t,p)}{\partial t} = \frac{(i+1)m_{i+1}(t,p) - im_{i-1}(t,p)}{2t}$$

(21)  
将式(20) 代入式(21) 中,进一步推导得到  
$$\frac{\partial l_i(t,p)}{\partial t} = \frac{(i+1)l_{i+1}(t,p) - l_i(t,p) - il_{i-1}(t,p)}{2t}$$
  
(22)

式(22)即为 Laguerre 函数对时间求导与原函数之间的递推关系。利用此递推关系和 Laguerre 函数的性质,可以得到 Laguerre 函数对时间求导的内积满足

$$\int_{0}^{+\infty} \frac{\partial l_{i}(t,p)}{\partial t} \frac{\partial l_{j}(t,p)}{\partial t} dt = \begin{cases} (4i+1)p^{2}, & i=j\\ [4\min(i,j)+2]p^{2}, & i\neq j \end{cases}$$
(23)

上式证明过程需要较长篇幅,这里不作详细 推导,作为一种简单验证方法,可以借助 Matlab 对变量积分得到。将式(23)的关系写成矩阵形 式,定义为时间导数二次内积矩阵 **P**<sub>N</sub>,满足

$$\boldsymbol{P}_{N} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & \cdots & 2 \\ 2 & 5 & 6 & \cdots & 6 \\ 2 & 6 & 9 & \cdots & 10 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 2 & 6 & 10 & \cdots & (4N-3) \end{bmatrix} p^{2}$$
(24)

类似的,能够得到

$$\int_{0}^{+\infty} l_{i}(t,p) \frac{\partial l_{j}(t,p)}{\partial t} dt = \begin{cases} -p, & i = j \\ -2p, & j > i \\ 0, & j < i \end{cases}$$

$$(25)$$

将 $l_i(t, p)$ 与其对时间求导的内积所构成的 矩阵定义为时间导数一次内积矩阵 $Q_x$ ,满足

$$\boldsymbol{Q}_{N} = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -2 & \cdots & -2 \\ 0 & -1 & -2 & \cdots & -2 \\ 0 & 0 & -1 & \cdots & 2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & -2 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & -1 \end{bmatrix} p (26)$$

#### 2.3 Laguerre 函数特性在 Fisher 矩阵中的应用

将包络信号的N阶Laguerre模型表示为向量 乘积形式

$$x_a(t) = c^{\mathrm{T}} \boldsymbol{l} \tag{27}$$

c和l分别为N阶 Laguerre 谱和函数的列向量 形式。

$$c = \begin{bmatrix} c_0(p) & c_1(p) & \cdots & c_{N-1}(p) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
$$l = \begin{bmatrix} l_0(t,p) & l_1(t,p) & \cdots & l_{N-1}(t,p) \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

式(11)~(13)中积分上限为观测时间宽度 *T*,实际测量中,*T*的取值使得超声信号的绝大部 分能够落在观测时段内,因此,将积分上限放宽至 无穷大对评估测量性能的影响很小。将式(27)代 入二阶导数期望中,化简得到

$$\operatorname{E}\left[\frac{\partial^{2}L(\boldsymbol{\theta})}{\partial^{2}\tau_{0}}\right] = -\frac{\alpha^{2}}{N_{0}}c^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}_{N}c - \frac{\boldsymbol{\Omega}_{0}^{2}\alpha^{2}}{N_{0}}c^{\mathrm{T}}c \quad (28)$$

$$\mathbf{E}\left[\frac{\partial L(\theta)}{\partial \tau_0 \partial \alpha}\right] = -\frac{\alpha}{N_0} c^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}_N c \qquad (29)$$

$$\mathrm{E}\left[\frac{\partial^2 L(\boldsymbol{\theta})}{\partial^2 \alpha}\right] = -\frac{1}{N_0} c^{\mathrm{T}} c \qquad (30)$$

因此,N阶 Laguerre 模型所描述的超声信号 用于 ToF 测量时的 Fisher 矩阵为

$$\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N_0} \begin{bmatrix} \alpha^2 c^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_N c + \Omega_0^2 \alpha^2 c^{\mathrm{T}} c & \alpha c^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}_N c \\ \alpha c^{\mathrm{T}} \boldsymbol{Q}_N c & c^{\mathrm{T}} c \end{bmatrix}$$

(31)

ToF 测量的方差满足

$$\sigma_{\hat{\tau}_0}^2 \ge \left[ \boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{\theta}) \right]_{11} \tag{32}$$

需要说明的两点:

1) 幅度因子α未知使得 ToF 的方差不等于仅 存在时延量估计时的 CRLB<sup>[13]</sup>。一般情况下,α未 知会使得 ToF 估计方差变大,即

$$[\boldsymbol{J}(\boldsymbol{\theta})_{11}]^{-1} \ge [\boldsymbol{J}^{-1}(\boldsymbol{\theta})]_{11} \qquad (33)$$

实际测量中, $\alpha$  一般大于 1/10, 而  $f_0$  在几十 kHz 至 MHz 之间,因此, Fisher 矩阵中对角线首元

素远大于其他元素,故式(33)能够近似取等号, 结合式(32),ToF方差满足

$$\sigma_{\hat{\tau}_0}^2 \ge \frac{N_0}{\alpha^2 c^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_N c + \Omega_0^2 \alpha^2 c^{\mathrm{T}} c}$$
(34)

因此,ToF的CRLB与幅度衰减指数的平方成 反比,且随载波频率的增加而下降。

2) Laguerre 模型特性使得 CRLB 能够按式 (31) 矩阵求逆并取对角线元素获得,但前提要求 是测量信号信噪比足够高。这与文献[14-15]的 结论是一致的,即信噪比超过一定阈值时,才能应 用 CRLB 进行窄带信号 ToF 测量误差分析。

## 3 仿真与实验

#### 3.1 混合指数模型 Laguerre 拟合与 CRLB 仿真

混合指数模型是应用最普遍的超声信号模型,其将超声信号描述为<sup>[16]</sup>

 $x(t) = At^{m}e^{-\beta t}\cos(\Omega_{0}t + \varphi_{0})u(t)$  (35) 其中,*A* 为信号幅度;*m* 和β是与换能器带宽有关的参数,一般取1 < *m* < 3;载波中参数的定义与 Laguerre 模型一致。仿真中取A = 10<sup>10</sup>, *m* = 2.5, β = 8000, *f*<sub>0</sub> = 40kHz,  $\varphi_{0} = 0$ 。按照7阶 Laguerre 模型对该混合指数模型进行拟合,根据文献[8] 中方法确定最优极点为 *p* = 9302.8,同时计算所 对应的 Laguerre 谱,结果列于表1中。Laguerre 模 型拟合效果如图1所示。

表 1 混合指数模型的 Laguerre 谱

Tab.1 The Laguerre spectrum of hybrid exponential model

阶次 i	$c_i(p)$
0	0. 006652588961333
1	- 0. 018384626521215
2	0. 017153494745255
3	- 0. 006149609180969
4	0. 000952389990314
5	- 0. 000192266031400
6	0.000000132886825

将表1中 Laguerre 谱值与优化极点代入式
(34)中,取幅度衰减因子α = 1,ToF 估计方差满
足

$$\sigma_{\hat{\tau}_0}^2 \ge \frac{N_0}{\alpha^2 c^T \boldsymbol{P}_N c + \Omega_0^2 \alpha^2 c^T c} = \frac{N_0}{2.25} \times 10^{-7}$$

按照 $f_s = 2$ MHz 进行离散采样,由 $\sigma^2 T_s = N_0/2$ 得

$$\sigma_{\hat{\tau}_0}^2 \ge (4.44 \times 10^{-14})\sigma^2$$

上式为利用全部接收信号所能获得的 ToF 最





小方差。这一结果说明,接收信号随时间增加趋于 零,增加观测时间长度对减小 ToF 测量方差的贡 献也趋于零。因此,最小方差与观测时长无关,这 是脉冲与连续信号的主要区别之一。

对式(33)所描述的信号注入不同方差的高 斯白噪声,并采用互相关运算测量 ToF。为弥补离 散采样对测量结果的影响,在直接相关结果的基 础上,进行抛物线插值以提高测量精度<sup>[17]</sup>。不同 噪声标准差,进行 5000 仿真次统计 ToF 测量 方差。

图 2 为测量方差和 *CRLB* 随噪声标准差  $\sigma$  变化的关系曲线。在  $\sigma \approx 0.2$ 处,测量结果的方差发 生突变,远远超出 *CRLB*,验证了 2.3 节结论 2 中的信噪比阈值要求。



图 2 ToF 方差与 CRLB 随噪声标准差 σ 变化曲线 (0 < σ < 0.3)

Fig. 2 The variational curve of variance of ToF and CRLB with respect to standard deviation of noise  $(0 < \sigma < 0.3)$ 

图 3 为 σ < 0.2 时 ToF 测量方差与 CRLB 性 能关系。互相关法的测量方差与理论 CRLB 之间 一致性良好。

通过仿真,证明了所提出 CRLB 计算方法的

有效性和准确性。同时,能够按照 CRLB 进行 ToF 测量性能分析的前提是测量信号信噪比要超过一 定阈值。





Fig. 3 The variational curve of variance of ToF and CRLB with respect to standard deviation of noise  $(0 < \sigma < 0.2)$ 

#### 3.2 实测数据分析

为评估 ToF 实际测量性能,建立图 4 所示的 超声测量系统,其实物见图 5。



图 4 ToF 测量系统结构框图 Fig. 4 Frame of the ToF measurement system





Fig. 5 Photo of the transducers and the electronic system

超声换能器选择 Sens Comp-40LT16/LR16(中 心频率为 40kHz)。为有效评估测量精度,选择采 率 2MSPS、 字 长 12-bit 的 ADC(AD7266)。 FPGA(XC2V1000)产生脉冲信号提供给发射换 能器,同时将采集到的接收信号通过百兆网上传 PC 机,以完成 Laguerre 建模和 ToF 测量。

当换能器距离  $d_0 = 15 \text{ cm}$  时,取 2000 个测量 周期接收信号有效部分的均值为标定信号,然后 进行希尔伯特变换取模获得信号包络,在此基础 上完成 Laguerre 建模。

选择 Laguerre 模型阶数为 10 时,优化极点为 p = 8101.5,对应的 Laguerre 谱列于表 2 中。标定 信号和 Laguerre 模型包络如图 6 所示。

表 2 实测标定数据的 Laguerre 谱

Tab.2	The Laguerre	spectrum of rea	l measured	calibrating	data
100.2	The Laguerre	spectrum of rea	i measureu	campianie	uata

阶次 i	$c_i(p)$	
0	4. 374564	
1	- 15. 821676	
2	21. 404033	
3	- 11. 995981	
4	1.822722	
5	- 0. 875145	
6	1.267495	
7	0. 086730	
8	- 0. 051445	
9	- 0. 176923	





为消除幅度因子对估计影响,取单个测量周 期的数据进行 ToF 测量,可保证 α = 1。按照仿真 类似方法,相关样本为实测标定数据。结合表 2 和 式(34) 可得 ToF 测量结果方差满足

$$\sigma_{\hat{\tau}_0}^2 \geq \frac{N_0}{\alpha^2 c^{\mathrm{T}} \boldsymbol{P}_N c + \Omega_0^2 \alpha^2 c^{\mathrm{T}} c} = (1.8 \times 10^{-20}) \sigma^2$$

对 1000 次测量周期的数据进行 ToF 估计,并 统计每次测量中的噪声方差,结果见图 7。噪声 方差的均值为  $\sigma^2$  = 1.265,故 ToF 理论最小方差 为 2.28 × 10<sup>-20</sup>。而实际 ToF 测量结果的统计方 差为 4.62×10<sup>-16</sup>,测量方差的实际值与理论值相 差约 10<sup>4</sup> 个数量级。





Fig. 7 The variance of noise and measured ToF of real data

经分析,造成这一结果的原因包括:

1)测量噪声的非标准高斯分布。受换能器特 性和电子系统滤波影响,测量噪声表现出窄带特 性,且其频谱与理论测量信号基本重叠。图8 是噪 声 500 次测量过程的平均,图9 为对应的归一化功 率谱。噪声中含有明显的窄带成分,且其频谱能量 主要集中在 40kHz 附近。窄带噪声分量是造成实 际方差与理论值较大差距的主要因素。



图 8 实际测量 500 次噪声均值





Fig. 9 The unitary spectrum of noise

2)其他因素的影响。包括回波、反射以及环 境变化等。理论分析采用单一路径假设,而实际 中外界反射体及换能器间反射,使得测量精度下 降;气温的不稳定导致声速动态变化,空气流动改 变换能器之间的等效距离等。为了进一步提高 ToF 测量精度,需要能够精确控制环境条件且尽 量避免反射等因素的影响。

## 4 结论与展望

从超声信号的普适性 Laguerre 模型出发,将 Laguerre 函数对时间导数特性应用到 Fisher 矩阵 中,得到简化易实现的 CRLB 形式,在给定超声信 号时能够准确计算 ToF 测量性能。

针对超声信号中应用最普遍的混合指数模型 进行 Laguerre 建模,由 Laguerre 谱得到其理论 CRLB。仿真统计出的 ToF 测量方差与 CRLB 基 本一致,验证所提出方法的正确性。实际数据 ToF 测量性能与理论 CRLB 存在较大差别,主要 影响因素为测量噪声的窄带特性。

受目前实验条件限制,未能探讨环境因素对 测量精度的影响。后续研究将针对此问题,在温 度稳定、消声充分条件下统计 ToF 测量性能。

## 参考文献(References)

[1] 隋卫平,潘仲明,王跃科,等.一种新型的超声换能器驱动与回波检测电路设计[J].国防科技大学学报,2004,26
 (3):107-111.

SUI Weiping, PAN Zhongming, WANG Yueke, et al. A eew type of driving and echoes detection circuit for ultrasonic transducers [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2004, 26(3): 107 – 111. (in Chinese)

[2] 潘仲明,贺汉根. 超声阵列障碍探测技术及其在无人车辆中的应用[J]. 国防科技大学学报, 2009, 31(2): 121-125.

PAN Zhongming, HE Hangen. Application of Ultrasonic
 Transducer Array for Obstacle Detection Technology in
 Unmanned Automobile [J]. Journal of National University of
 Defense Technology. 2009, 31(2): 121 - 125. (in Chinese)

- [3] 马立玲,郭坤,王军政. 液体超声流量测量中的传播时间精度分析[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(5): 1028-1034.
  MA Liling, GUO Kun, WANG Junzheng. Study of the accuracy of transit time ultrasonic flow measurement for liquids
  [J]. Chinese Journal of Science Instrument, 2012, 33(5): 2012, 33(5): 1028-1034. (in Chinese)
- [4] Trusler J P M. Physical Acoustics and Metrology of Fluids [M]. Adam Hilger, 1991.
- [5] Kay S M. Fundamentals of statistical signal processing Volume I: Estimation Theory. Pearson Education [M]. USA: Prentice Hall PTR Publishers, 1993.

#### • 175 •

## 参考文献(References)

- 孙诗南. 现代航空母舰[M]. 上海科学普及出版社,1998.
   SUN Shinan. Modern aircraft carrier[M]. Shanghai: Shanghai science popularization Press, 1998. (in Chinese)
- [2] 司维超,等. 基于 PSO 算法的舰载机舰面布放调度方法研究[J]. 航空学报,2012,33(1):1000-6893.
  SI Weichao. Research on deck-disposed scheduling method of carrier plane based on PSO [J]. ACTA Aeronautica et Astronautica Sinica. 2012, 33 (1): 1000 6893. (in Chinese)
- [3] 魏昌全,等. 基于出动方式的舰载机航空保障调度模型
  [J]. 海军航空工程学院学报,2012,27(1):111-114.
  WEI Changquan, et al. Research on the aircraft support scheduling model of carrier-based aircraft based on launch mode [J]. Journal of Naval Aeronautical and As-tronautical University,2012,27(1):111-114. (in Chinese)
- [4] 马登武,等.基于改进遗传算法的舰载机弹药调度[J].计算机工程与应用,2012,48(8):246-248.
  MA Dengwu, et al. Modified genetic algorithms for scheduling scheme of carrier-based aircraft ammunition [J]. Computer Engineering and Applications, 2012, 48(8): 246-248. (in Chinese)
- [5] 冯强,等. 基于 MAS 的舰载机动态调度模型[J]. 航空学 报,2009, 30(11): 2119-2125.

FENG Qiang, et al. A MAS based model for dynamic scheduling of carrier aircraft [ J ]. ACTA Aeronautica et Astronautica Sinica, 2009, 30 (11): 2119 – 2125. (in Chinese)

- [6] Giardina T J. An interactive graphics approach to the flight deck handling problem [R]. Master's thesis. Monterey: Naval Postgraduate School, 1974.
- [7] Johnson A K, Kriston P. A simulation of a computer graphicsaided aircraft handling system [D]. Monterey: Naval Postgraduate School, 1975.
- [8] Timothy. Requirements for digitized aircraft spotting (Ouija) board for use on U. S. Navy Aircraft Carriers [D]. Monterey: Naval Postgraduate School, 2002.
- [9] Johnston J S. A feasibility study of a persistent monitoring system for the flight deck of U. S. Navy aircraft carriers [D]. Ohio: Department of the Air Force Air University, 2009.
- [10] Ryana. Designing an interactive local and global decision support system for aircraft carrier deck scheduling[C]. AIAA Infotech@ Aerospace St. Louis, 2011.
- [11] Aircraft Platform Interface Laboratory. Aviation Data Management and Control System [EB/OL]. (2012 - 03 -15). www.lakehurst. navy. mil.
- [12] Jeffrey. A persistent monitoring system to reduce navy aircraft carrier flight deck mishaps [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, Illinois, 10 – 13 August 2009.
- [13] Robert K. Outer-loop control Factors for carrier aircraft[R]. Contract Summary Report, Department of the Navy, 1990.
- [14] Abbeel , Ng A Y. Apprenticeship learning via inverse reinforcement learning[C]. ICML, 2004.
- [15] Abbeel P. Apprenticeship learning and reinforcement learning with application to robotic control [D]. Stanford: Stanford University, 2008.

#### (上接第133页)

- [6] 钟慧婷,廖俊必,吴瑞. 一种有效消除超声测量拖尾的新方法[J]. 仪器仪表学报,2007,28(6):1075-1079.
  ZHONG Huiting, LIAO Junbi, WU Rui. New method of eliminating ultrasonic tailing efficiently[J]. Chinese Journal of Science Instrument, 2007, 28(6): 1075 1079. (in Chinese)
- Sabatini A M. Correlation receivers using Laguerre filter banks for modelling narrowband ultrasonic echoes and estimating their time - of - flights [J]. IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, 1997, 44 (6): 1253 - 1263.
- [8] Silva T O E. On the determination of the optimal pole position of Laguerre filters [ J ]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1995, 43(9): 2079 - 2087.
- [9] 王跃科,陈建云,张传胜,等. 测量原理[M]. 北京:清华大 学出版社,2012.
   WANG Yueke, Chen Jianyun, ZHANG Chuansheng, et al. Principle of Measurement[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012. (in Chinese)
- [10] Ohta Y. Realization of input-output maps using generalized orthonormal basis functions [J]. Systems & Control Letters, 2004, 54(6): 521 – 528.

- [11] Lee Y W. Statistical theory of communication [M]. New York: Wiley, 1960.
- [12] Clowes G. Choice of the time-scaling factor for linear system approximations using orthonormal Laguerre functions [J].
   IEEE Transactions on Automatic Control, 1965. 10(4): 487 - 489.
- Barkat M. Signal detection and estimation (Second Edition)[M]. Boston: Artech House, 2005.
- [14] Ianniello J. Comparison of the Ziv-Zakai lower bound on multipath time delay estimation with autocorrelator performance [ C ]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1984.
- [15] Weiss A J, Weinstein E. Fundamental limitations in passive time delay estimation—Part I: Narrow-Band Systems [J].
   IEEE Transactions on Acoustic, Speech and Signal Processing, 1983, 31(2): 472 - 486.
- [16] Yao Z J, Meng Q H, Zeng M. Improvement in the accuracy of estimation the time-of-flight in an ultrasonic ranging system using multiple square-root unscented Kalman filters [J]. Review of Scientific Instruments,2010, 81(1): 1004901-1-7.
- [17] Marioli D, Narduzzi C, Offelli C, et al. Digital time-of-flight measurement for ultrasonic sensors[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1992, 41(1): 93 – 97.