

GNSS 应急辅助定位及精度评估方法研究*

吴鹏, 刘文祥, 王飞雪

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:在可视导航卫星数少于四颗、无法进行传统导航解算的恶劣环境下,导航接收机可利用外部高程气压计提供的高程或者内部守时模块的钟差等信息进行应急辅助定位。在该应急辅助定位工作模式的误差分析中,传统导航定位误差传递模型无法适用。针对此问题,本文在研究三星结合高程、三星结合钟差、双星结合高程钟差等几种应急辅助定位原理的基础上,给出了新的应急辅助定位误差传递的分析模型,利用仿真算例验证了该模型的正确性。通过对定位精度的分析,说明根据卫星分布特点可以按照本文方法量化得到伪距测量与辅助信息的精度的最优数量级关系,可以用最小代价实现定位精度的提升。该结论可指导接收机外部辅助器件的选择。

关键词:全球导航卫星系统;应急定位;三星定位;卫星几何分布

中图分类号:TN967.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)04-0140-06

GNSS emergency positioning method and research on the accuracy estimation

WU Peng, LIU Wenxiang, WANG Feixue

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Under the harsh environment in which the number of visual navigation satellites is less than four and traditional navigation solution cannot be completed, the navigation receiver can enter the emergency auxiliary positioning mode by equipping the user with external elevation barometer providing for elevation information, or with internal punctuality module providing for clock bias. The traditional navigation and positioning error propagation model cannot be applied to analyze the error in this emergency assisted positioning mode. To solve this problem, this research focused on the basis of several emergency auxiliary positioning principles, such as three satellites combined with the elevation, three satellites combined with clock bias, two satellites combined with elevation and clock bias, and provided a new error propagation analysis model of emergency auxiliary positioning, verifying the correctness of the model by simulation example. Finally, through the positioning accuracy analysis, it concluded that the present method can quantify the optimal magnitude relations between pseudorange measurements and the accuracy of the auxiliary information with minimum cost to improve positioning accuracy, which can guide the choice of external auxiliary devices for navigation receiver.

Key words: Global Navigation Satellite System(GNSS); emergency positioning; three-satellite positioning; satellite geometric distribution

卫星导航系统中,接收机一般需要跟踪卫星达到四颗并满足较好的几何分布后方可进行定位^[1],获得用户的三维位置与钟差,达到定位与授时的目的。在实际应用中,由于干扰、遮挡、可视星较少等因素,导致卫星数经常无法达到四颗时接收机不能正常完成定位解算工作。但是,通过一些辅助信息的合理利用可以克服以上问题,我们把利用辅助信息结合少于四颗卫星观测数据,完成定位解算的方法称为应急定位。

应急定位中可能用到的辅助信息包括钟差信息^[2-4]、用户高程信息^[5-7]、其他无线定位手段^[8-9]等,其中钟差信息和高程信息一般比较容

易获得。接收机的钟差信息可以通过对接收机的本地时钟变化规律进行事先建模推算^[3]或直接使用高精度的铷钟短时守时^[4];而接收机的高程信息,可以通过气压计获得或者通过周围环境信息获取^[5],例如已知在海面航行可取高程为0米。在定位解算的矩阵运算中,每一个辅助信息的加入,都可以将定位所需的卫星数量减少一颗。在这种特殊环境下,接收机如使用三颗卫星的观测数据与高程辅助信息(以下简称三星结合高程),或钟差辅助信息结合(以下简称三星结合钟差),使用两颗卫星的观测数据同时与高程辅助信息、钟差辅助信息结合(以下简称双星结合高程钟

* 收稿日期:2013-04-17

基金项目:国家部委资助项目

作者简介:吴鹏(1983—),男,陕西西安人,博士研究生,E-mail:wp4nnc@gmail.com;

王飞雪(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:wangfeixue365@sina.com

差),都可以实现辅助条件下的定位。

将高程或钟差作为已知信息代入定位解算,对解算的矩阵产生了影响,导致传统 DOP 值计算评估方法已经不能适用^[10-11]。按照几种不同应用条件,主要考虑以下三种应用模式:三星结合高程、三星结合钟差、双星结合高程与钟差。其中,三星结合高程、三星结合钟差的方法已有很多学者进行了研究^[2-7]。但是,这些方法在定位精度方面的分析往往都进行了条件的理想化假设,不具备一般性,而第三种情况,利用多种辅助信息的定位方法,需要提出新的计算方法并进行分析。

本文考虑应急定位的算法特点,对用户本地坐标系下的 DOP 值计算方法进行推导,提出了辅助条件下应急定位的 DOP 值计算方法,对得到的计算公式进行物理含义的分析,最终结合算例仿真验证方法的正确性,为定位方法的应用场合和应用效果提出量化参考依据。

1 定位精度的评估方法

1.1 等效几何精度因子

最小二乘定位解算中,误差方程可以表示为,

$$Y = HX + V$$

其中 $X = [\Delta x_u \ \Delta y_u \ \Delta z_u \ \Delta b_u]^T$ 为接收机三维位置和钟差的修正矢量, $Y = [\Delta \rho_1 \ \Delta \rho_2 \ \dots \ \Delta \rho_n]^T$ 为测距误差矢量, $V = [\varepsilon_1 \ \varepsilon_2 \ \dots \ \varepsilon_n]^T$ 为观测噪声, H 为位置修正量的系数矩阵,表示为

$$H = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 & -1 \\ l_2 & m_2 & n_2 & -1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ l_n & m_n & n_n & -1 \end{bmatrix},$$

卫星视线矢量表示为

$$\begin{cases} l_j = \frac{x_j - \hat{x}_u}{R_j} \\ m_j = \frac{y_j - \hat{y}_u}{R_j} \\ n_j = \frac{z_j - \hat{z}_u}{R_j} \end{cases}$$

式中 (x_u, y_u, z_u) 和 (x_j, y_j, z_j) 分别是用户和卫星 j 在空间直角坐标系中的位置坐标。由此可知,接收机位置误差 X 的最小二乘估计解可以表示为

$$X = (H^T H)^{-1} H^T Y$$

接收机的定位误差,可以表示为

$$\begin{aligned} \text{cov}(XX^T) &= (H^T H)^{-1} H^T E[VV^T] H (H^T H)^{-1} \\ &= \sigma^2 (H^T H)^{-1} \end{aligned}$$

其中, $E[VV^T] = \sigma^2$, 表示接收机伪距测量方差, $H^T H$ 为几何精度因子矩阵。不失一般性,我们将任何符合如下表达式

$$\text{cov}(XX^T) = \sigma^2 M \quad (1)$$

式中的矩阵 M 称为基于伪距测量精度的等效几何精度因子矩阵。

1.2 本地坐标下的定位精度评估

用坐标旋转的思想^[7], 可以将空间直角坐标系下 X 转至本地坐标 X' , 即

$$X = S X'$$

其中映射矩阵 S , 使得

$$S = \begin{bmatrix} -\cos\lambda \sin\phi & -\sin\lambda & \cos\lambda \cos\phi & 0 \\ -\sin\lambda \sin\phi & \cos\lambda & \sin\lambda \cos\phi & 0 \\ \cos\phi & 0 & \sin\phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

其中 λ, ϕ 为本地经度, 纬度。则对应本地坐标系下的等效几何精度因子矩阵为 $[S^{-1} M S^{-T}]$ 。

2 应急定位方法的精度评估

2.1 三星结合高程的方法

三星结合高程定位方法中, 第四个观测方程改写为

$$\frac{x_u^2 + y_u^2}{(Ra + h)^2} + \frac{z_u^2}{(Rb + h)^2} = 1$$

其中 Ra, Rb 分别为地球的长短半轴长度, h 为高程测量信息。

令 $h = \hat{h} + \Delta h$, 并对方程按照泰勒公式展开, 可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta b \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 & -1 \\ l_2 & m_2 & n_2 & -1 \\ l_3 & m_3 & n_3 & -1 \\ \alpha & \beta & \gamma & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \rho_1 \\ \Delta \rho_2 \\ \Delta \rho_3 \\ m \Delta h \end{bmatrix} \\ &= H^{-1} (\rho + h) \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \rho &= [\Delta \rho_1 \ \Delta \rho_2 \ \Delta \rho_3 \ 0]^T, \\ h &= [0 \ 0 \ 0 \ m \Delta h]^T, \\ H &= \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 & -1 \\ l_2 & m_2 & n_2 & -1 \\ l_3 & m_3 & n_3 & -1 \\ \alpha & \beta & \gamma & 0 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{2 \hat{x}_u}{(Ra + h)} \\ \beta = \frac{2 \hat{y}_u}{(Ra + h)} \\ \gamma = \frac{2 \hat{z}_u}{(Rb + h)} \\ m = 2 \left(\frac{x_u^2 + y_u^2}{(Ra + h)^2} + \frac{(Ra + h)z_u^2}{(Rb + h)^3} \right) \end{cases}$$

$$\text{cov}(XX^T) = \sigma_u^2 \left[H^{-1}H^{-T} + \frac{m^2 \sigma_h^2 - \sigma_u^2}{\sigma_u^2} H^{-1}BH^{-T} \right]$$

其中, σ_u^2 表示伪距测量误差的方差, σ_h^2 表示输入高程信息误差的方差,

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

则本地坐标系下的几何精度因子矩阵,

$$S^{-1} \left[H^{-1}H^{-T} + \frac{m^2 \sigma_h^2 - \sigma_u^2}{\sigma_u^2} H^{-1}BH^{-T} \right] S^{-T} \quad (2)$$

2.2 三星结合钟差的方法

在观测方程中,将钟差作为已知参数,可得

$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta \rho_1 \\ \Delta \rho_2 \\ \Delta \rho_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta b \\ \Delta b \\ \Delta b \end{bmatrix} \\ = H_3^{-1} [\rho - b]$$

其中,

$$X = [\Delta x \quad \Delta y \quad \Delta z]^T \\ \rho = [\Delta \rho_1 \quad \Delta \rho_2 \quad \Delta \rho_3]^T \\ H_3 = \begin{bmatrix} l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \\ l_3 & m_3 & n_3 \end{bmatrix} \\ b = [\Delta b \quad \Delta b \quad \Delta b]^T$$

类似地,

$$\text{cov}(XX^T) = \sigma_u^2 \left[H_3^{-1}H_3^{-T} + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_u^2} H_3^{-1}CH_3^{-T} \right]$$

其中, σ_b^2 表示输入时钟信息误差的方差,

$$C = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} [1 \quad 1 \quad 1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

则本地坐标系下的几何精度因子矩阵,

$$S_3^{-1} \left[H_3^{-1}H_3^{-T} + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_u^2} H_3^{-1}CH_3^{-T} \right] S_3^{-T} \quad (3)$$

S_3 代表 S 的前 3 行和前 3 列的子矩阵。

2.3 双星结合高程钟差的方法

利用两颗卫星的观测数据方程,辅以高程信

息和钟差信息,则定位的伪距误差方程可表示为

$$X = H_3^{-1} [\rho - b + h]$$

类似地,本地坐标系下的几何精度因子矩阵为

$$S_3^{-1} \left[H_3^{-1}H_3^{-T} + \frac{\sigma_b^2}{\sigma_u^2} H_3^{-1}CH_3^{-T} + \frac{m^2 \sigma_h^2 - \sigma_u^2}{\sigma_u^2} H_3^{-1}BH_3^{-T} \right] S_3^{-T} \quad (4)$$

3 仿真算例与分析

星座取 2012 年 6 月 19 日下午 16 点 26 分,接收机处于长沙地区,取四颗 GPS 卫星,卫星与接收机坐标坐标如表 1 所示。

表 1 仿真场景设置

Tab.1 Simulation constellation set

名称	纬度:(°)	经度:(°)	仰角(°)	方位角(°)
14 号星	N-55.9	E-104.5	53.2	350.0
18 号星	S-6.7	E-130.5	40.7	151.4
22 号星	N-22.4	E-107.6	80.2	221.8
30 号星	S-37.6	E-86.6	6.16	202.0
接收机	N-28.2	E-112.9	-	-

3.1 三星结合高程

仿真中,首先,分别统计固定伪距测量误差和高程误差时的各项 DOP 值变化规律,其次,统计两项观测值误差同时变化时的 DOP 值及其等效定位精度。

对图 1 的仿真结果进行分析,可以得到以下结论:

(1) 当测量误差恒定时,HDOP、TDOP、VDOP 均随着高程误差的增加而增大,定位精度下降。

(2) 其中需要注意的是,VDOP 是一个经过 0 点的直线,其斜率近似为 0.5,是由参数 m 在地表时近似为 2 决定的。

(3) 高程误差恒定时,HDOP、TDOP、VDOP 均随着测量误差的增加而减小。定义的等效几何分布是以测量误差归一化的,在物理含义上可以理解为定位误差更少地受高程信息的误差影响,即受到高程信息的误差影响会弱化。

(4) 从测量误差和高程误差的联合变化对 HDOP 影响来看,可以解释为,当高程误差较小时,引起的水平误差主要由测量精度决定,而当高程误差增大到一定程度后,测量误差已经不能对 HDOP 产生明显影响了。

(5) 在等效水平精度分析中,水平定位精度的影响,两个输入量是联合起作用的,需要综合考

虑,这种比例关系是由三颗卫星与接收机位置所组成的几何分布决定的。例如,当测量误差在 1m 以内时,高程对应输入误差只要小于 1.3m 都是

能够达到较好定位精度的;当接收机测距精度为 2m 或高程精度为 10m 时,无论怎么提高另一项指标,水平定位精度都不可能小于 9.23m。

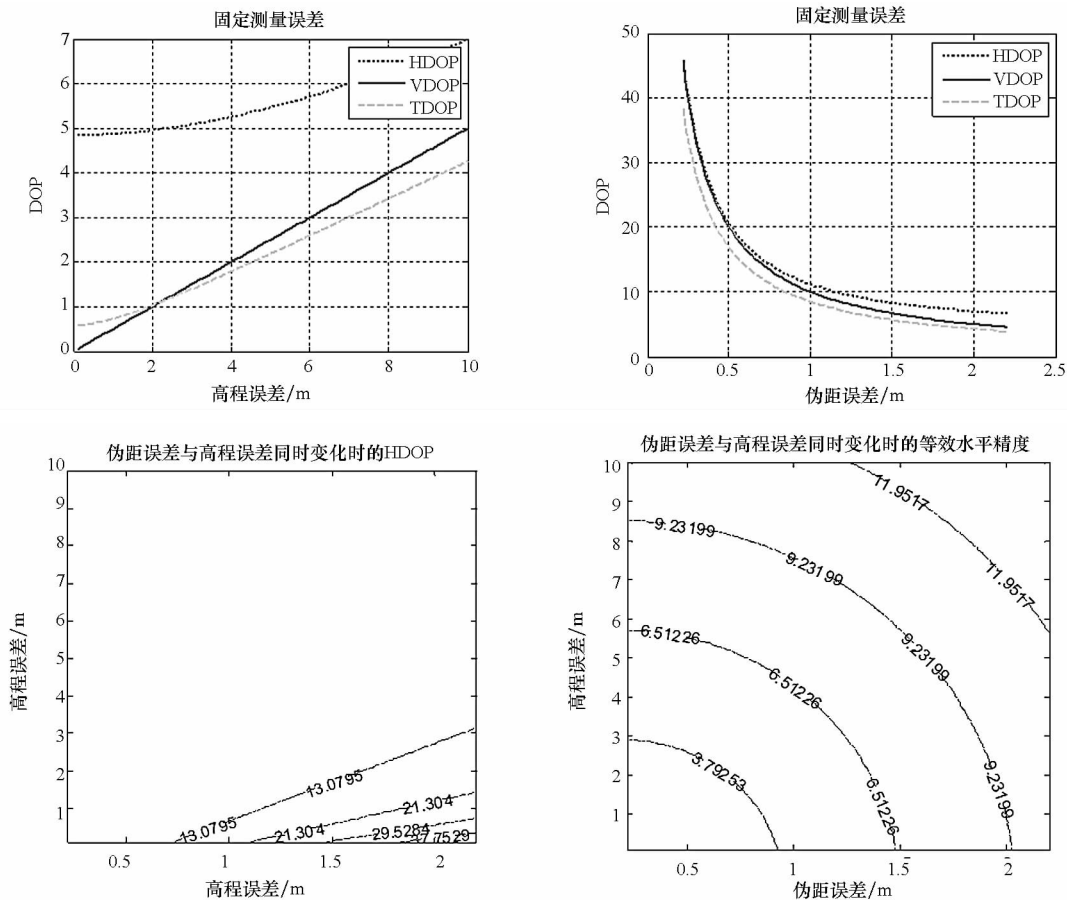


图 1 三星结合高程误差分析

Fig. 1 Three satellites combined elevation-precision analysis

3.2 三星结合钟差

类似地,三星结合钟差辅助定位的各种定位精度分析如图 2 所示。

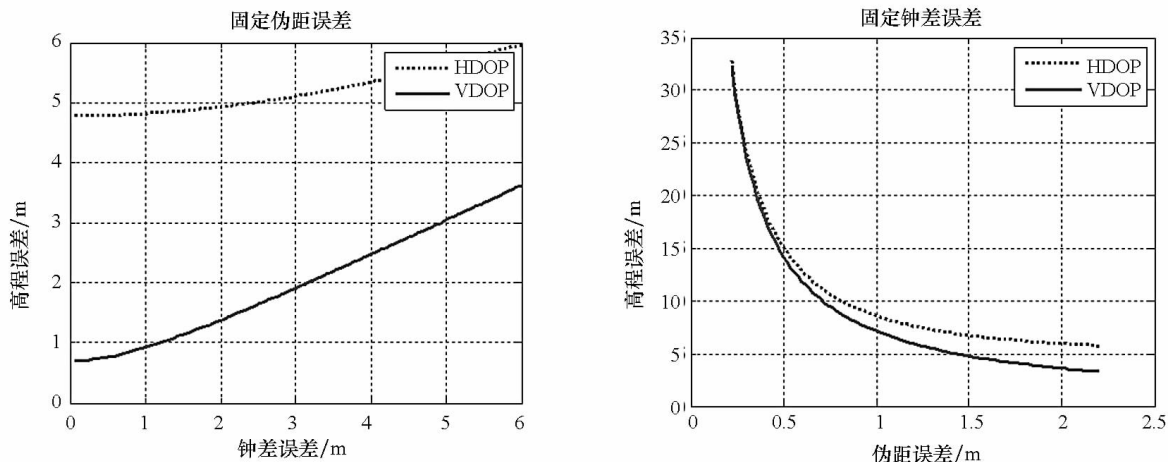
从图 2 的仿真结果可以得到以下结论:

- (1) 当测量误差恒定时,HDOP、VDOP 随着钟差误差的增加而增大。
- (2) 类似高程辅助情况,当钟差误差恒定时,

HDOP、VDOP 随着测量误差的增加而减小。

(3) 同样类似高程辅助情况,从测量误差和钟差误差的联合变化对 PDOP 影响来看,在本算例中,PDOP 对测量偏差的增大更敏感一些。

(4) 在等效三维定位精度分析中,可以发现,两个输入量与“三星结合高程”方法中类似,也是联合起作用的,这里就不再举例具体分析。



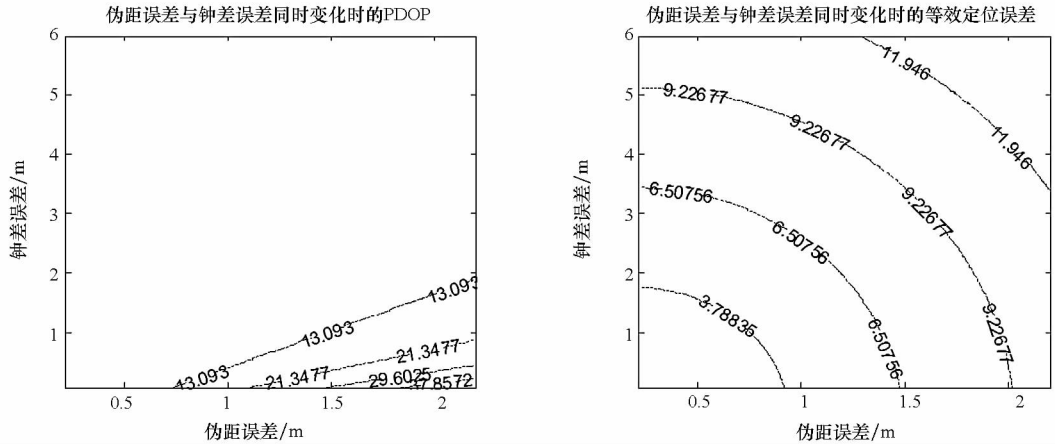


图 2 三星结合钟差误差分析

Fig. 2 Three satellites combined clock-precision analysis

3.3 双星结合高程钟差

同样类似,双星结合高程与钟差辅助定位的

各种定位精度分析如图 3 所示。

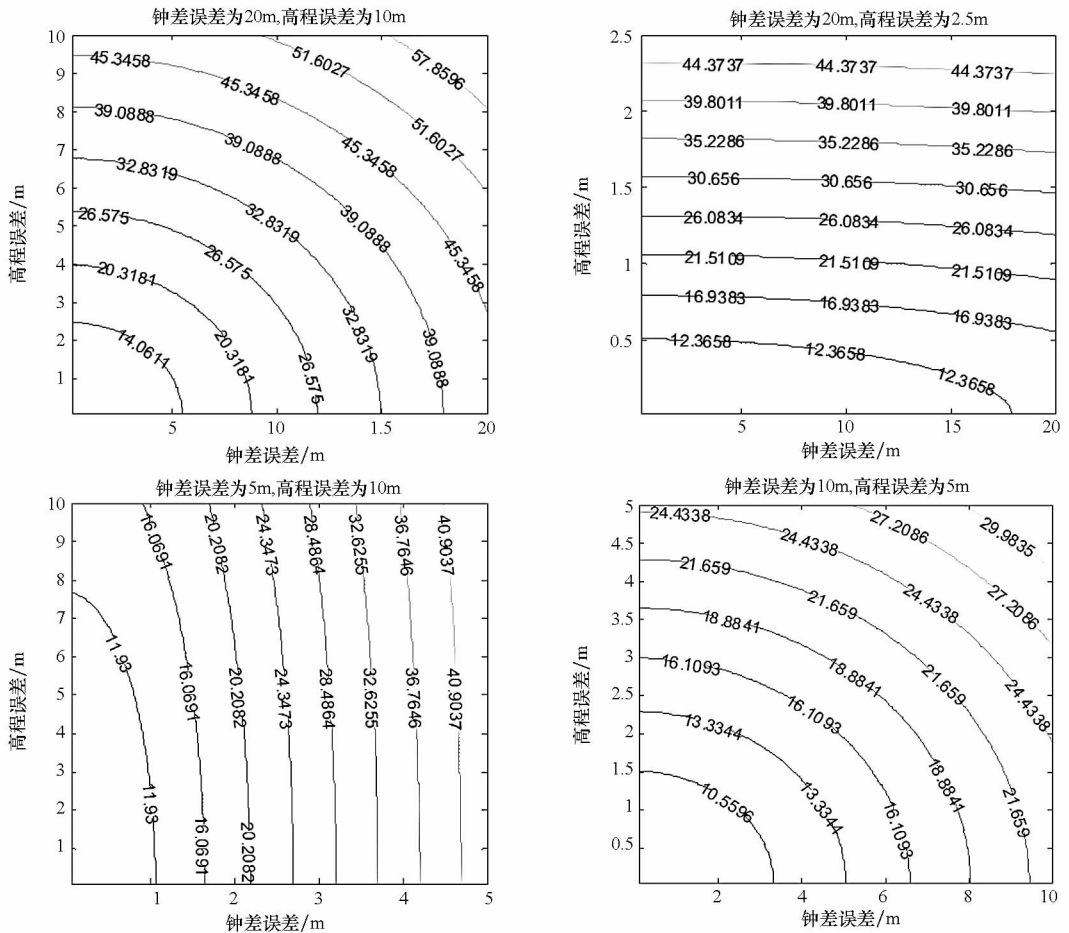


图 3 双星结合高程和钟差误差分析

Fig. 3 Two satellites combined elevation and clock bias-precision analysis

从仿真结果分析,可以得到以下结论:

(1) 在算例选取的星座条件下,可以看出钟差偏差与测距偏差在大约 2:1 的变化情况下,可维持 HDOP 的均衡变化。

(2) 将钟差偏差缩小为原来的 1/4, 虽然 HDOP 整体有所改善,但却已经显示出等 HDOP 连线的畸变,在钟差偏差超过 18m 以后的 HDOP 已经主要由高程误差确定;单独将钟差偏差缩小

为1/4,类似地,当高程误差超过8m后的HDOP已经主要由钟差偏差确定。

(3)同时将钟差和高程偏差缩小为1/2,可以发现HDOP变化趋势依然处于均衡,并且提升HDOP要优于将单项输入指标提升至1/4的方式。

(4)多辅助输入的指标对HDOP的影响具有联合效果,其效果由卫星星座分布决定,可以通过本文的算法进行量化计算。满足对应规律来提升辅助输入信息的精度,对HDOP的改善效果,要优于一味提升单项指标的方式。

4 结语

本文介绍了利用辅助信息在可视导航卫星数不足四颗时的应急定位方法,定义了相对测量精度的等效几何精度因子的概念,提出了有辅助信息输入时的本地坐标系DOP值计算方法,该方法适用于各种辅助信息单独或联合使用,不需要进行条件理想化假设。仿真结果表明,本文方法能够有效说明辅助信息条件下的定位精度与各输入指标之间的关系,对指标的建立具有指导意义。

需要指出的是,由于受限于仿真算例选择卫星的几何分布,虽然得到的所有结论不全具有普遍性。但实际应用时,可以根据所在场合的三星或两星的几何分布的情况,参考本文的算法进行分析,以获得具体的量化结果。

参考文献(References)

- [1] Kaplan E D, Hegarty C J. Understanding GPS: principles and applications [M]. 2nd ed. Norwood, MA, Artech House, 2006.
- [2] Phatak M, Chansarkar M, Kohli S. Position fix from three GPS satellites and altitude: a direct method [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems - IEEE Trans Aerosp Electron SY, 1999(35):350-354.
- [3] 王尔申,张淑芳,胡青. 基于时钟偏差模型的GPS不完整星座定位方法[J]. 大连海事大学学报,2009,35(2).
Wang Ershen, Zhang Shufang, Hu Qing. Incomplete constellation positioning method for GPS receiver augmented with clock bias model [J]. Journal of Dalian Maritime University, 2009,35(2). (in Chinese)
- [4] 杨川,王永生,史利剑. 原子钟辅助GPS定位的研究[J]. 全球定位系统,2005(4).
YANG Chuan, WANG Yongsheng, SHI Lijian. Study of atom clock aiding GPS positioning [J]. Global Positioning System, 2005(4). (in Chinese)
- [5] McBurney P, Braisted P. Use of an altitude sensor to augment availability of GPS location fixes [P]. Patent No: US6055477.
- [6] Kimurak K, Orikawa E M, Kozona S. Communication and radio determination system using two geostationary satellites. Analysis of positioning accuracy [J]. IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(1): 314-325.
- [7] 吴鹏,王飞雪. 北斗系统三星定位中DOP值计算方法及分析[C]. 第二届中国卫星导航学术年会,上海,2011.
WU Peng, WANG Feixue. The method and analysis of DOP calculation in three-satellite positioning in BD system [C]. The second sector of the Chinese Satellite Navigation Conference, Shanghai, 2011. (in Chinese)
- [8] 彭竞,刘增军,朱明,等. 基于优选RFID观测值的GPS/RFID组合定位方法[J]. 国防科技大学学报,2012,34(2): 70-75.
PENG Jing, LIU Zengjun, ZHU Ming, et al. Research on GPS/RFID integration algorithm based on the optimal selection of RFID observations [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2012,34(2):70-75
- [9] 曹卉,袁洪. 辅助式GPS接收机信号发射时间恢复算法研究[J]. 空间科学学报,2012,32(3):585-591.
CAO Hui, YUAN Hong. Method for time-of-transmission recovery based on assisted-GPS positioning [J]. Chinese Journal of Space Science, 2012, 32(3): 585-591. (in Chinese)
- [10] Won D H, Chen S, Sung S, et al. Error analysis of a vision-based navigation system using a GPS DOP concept [C] // Proc of 23rd International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation 2010, ION GNSS 2010, USA, 2010:2285-2289.
- [11] 丛丽, Abidat A I, 谈展中. 卫星导航几何因子的分析和仿真[J]. 电子学报, 2006, 34(12):2204-2208.
CONG Li, Abidat A I, TAN Zhangzhong. Analysis and simulation of the GDOP of satellite navigation [J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(12): 2204-2208. (in Chinese)