

恒速偏频激光陀螺系统航向敏感误差的在线标定与补偿*

于化鹏¹, 吴文启¹, 曹聚亮¹, 赵丙南², 刘伟¹

(1. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073;

2. 哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要:以单轴恒速偏频激光陀螺系统为研究对象,建立了静基座初始对准系统中标定参数变化误差对航向敏感误差影响的数学模型。为克服外场测试环境下难以分别精确估计各标定参数的限制,提出将安装关系矩阵参数误差对航向敏感误差的作用视为一个整体进行标定;不需要外部基准,即可基于最小二乘算法实现航向敏感误差系数的在线标定。采用标定得到的航向敏感误差系数,利用原理样机进行了在线补偿精度实验测试。实验结果表明,所提出的在线标定与补偿方法能够有效消除航向敏感误差,提高初始对准航向角精度。

关键词:激光陀螺;初始对准;航向敏感误差;最小二乘算法

中图分类号:U666.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)04-0161-05

On-line calibration and compensation of heading-sensitive error for triad constant-rate biased RLG system

YU Huapeng¹, WU Wenqi¹, CAO Juliang¹, ZHAO Bingnan², LIU Wei

(1. College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: Based on a triad constant-rate biased RLG system, a mathematic model of the heading-sensitive error induced by calibration parameter variation errors in stationary initial alignment was set up. To tackle the problem that calibration parameters cannot be determined separately, installation misalignments were treated as a whole under the field test conditions, and then the heading-sensitive error coefficient was calibrated on-line using least square algorithm without external references. Utilizing the postulate system, field tests were done to estimate the on-line compensation accuracy of the heading-sensitive error coefficient by the on-line calibration method. The results of the experiments show that the on-line calibration and compensation method can eliminate the heading-sensitive error evidently and improve the yaw angle estimation precision in the initial alignment.

Key words: ring laser gyro; initial alignment; heading-sensitive error; least square algorithm

经过几十年的发展,激光陀螺以其自身特有的优势,已广泛应用于惯性导航与制导系统^[1-3]。通过设计IMU斜置安装结构,利用单轴恒速旋转给三个激光陀螺同时提供偏频速率,使激光陀螺工作在恒速偏频方式下,可以有效消除过锁区误差^[1-3]。

惯性导航系统处于不同方位时,系统参数变化、温度场不均匀等因素在系统航向角中引入的误差,归结为航向敏感误差(Heading-Sensitive Error, HSE)^[4-9]。目前,对平台惯导系统中航向敏感误差的研究较多,补偿航向敏感误差已成为提高此类系统对准、导航精度的重要手段^[4,6,8];文献[7]针对捷联惯导系统两位置对准中航向敏

感误差建立了理论模型,文献[5,10]基于实际系统,通过多位置标定并补偿了航向敏感误差,提高了捷联式寻北仪的寻北精度。

然而,文献[5]未考虑标定参数变化误差对航向敏感误差的影响,文献[10]仅由试验测试数据直接辨识航向敏感误差参数,不区分航向敏感误差的影响因素,存在测试平台复杂和辨识模型适用性的问题。外场测试环境条件下,受设备条件限制和可观测性因素制约,可利用的基准信息有限,很难精确估计出所有标定参数变化误差。因此,研究外场环境下的航向敏感误差标定与补偿技术,具有重要的理论意义和工程应用价值。

本文基于自主设计的单轴恒速偏频激光陀螺

* 收稿日期:2012-12-11

基金项目:教育部新世纪优秀人才支持计划项目(NCET-07-0225)

作者简介:于化鹏(1985—),男,安徽亳州人,博士研究生,E-mail:hp_yunudt@163.com;

吴文启(通信作者),男,教授,博士生导师,E-mail:wenqiwu_lit@sina.com

系统 (Triad Constant-Rate biased RLG System) 原理样机, 针对系统静基座多位置对准标定参数变化误差对航向敏感误差的影响进行研究。在建立了标定参数变化误差对航向敏感误差影响的数学模型基础上, 提出将安装关系矩阵参数误差对航向敏感误差的作用视为一个整体进行标定, 不需外部基准和拆卸系统, 利用最小二乘算法即可实现航向敏感误差的在线标定, 克服了外场测试条件的限制和文献 [5, 10] 方法的不足。通过实际测试验证了所提出的标定方法, 评价了航向敏感误差的在线补偿精度。

1 标定参数变化误差模型及对航向敏感误差的影响机理

1.1 标定参数变化误差模型

本文研究的单轴恒速偏频激光陀螺系统中, 导航系选择为“北-东-地 (NED)”当地地理坐标系, 表示为 n 系。由于系统结构的特殊性, 首先详细说明系统中各坐标系之间的关系, 如图 1 所示。

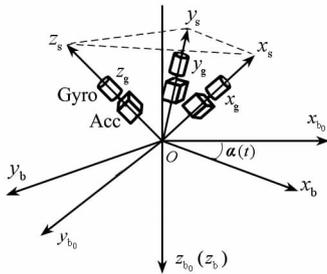


图 1 系统坐标系关系

Fig. 1 Coordinates in the system

IMU 安装基准坐标系, 表示为 s 系 ($Ox_s y_s z_s$), 定义如下: x_s 轴与陀螺敏感轴 x_g 重合, y_s 轴在 $x_g y_g$ 构成的平面内, 二者与 z_s 构成正交系。

令 z_b 轴与速率偏频转台旋转轴重合, 并由台面指向下方, x_b 与陀螺敏感轴 x_g 在台面上的投影重合, 与 y_b 构成正交系, 建立偏频转台面载体系, 表示为 b 系 ($Ox_b y_b z_b$)。 b 系随偏频转台旋转, 当 x_b 轴与固连在偏频转台基座上的零位指示器重合时将 b 系定义为 b_0 系, 建立偏频转台基座系, 表示为 b_0 系 ($Ox_{b_0} y_{b_0} z_{b_0}$)。 设初始时刻 $C_b^{b_0}(t_0) = I_{3 \times 3}$, 偏频速率为 Ω , 则角编码器实时测量转轴旋转角度为 $\alpha(t) = \Omega(t - t_0)$, 有:

$$C_b^{b_0}(t) = \begin{bmatrix} \cos\alpha(t) & -\sin\alpha(t) & 0 \\ \sin\alpha(t) & \cos\alpha(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

由于 IMU 的安装采用斜置技术, 各陀螺敏感

轴同旋转轴 (z_b) 间的夹角理论值均为 54.74° 。理想情况下, s 系与 g 系重合, 但是工程实际中, 制造、安装过程不可避免地存在各种误差, 使得 g 系不再是正交系, 系统在投入应用前需要利用三轴转台进行标定。根据文献 [3] 中标定模型可得到安装关系矩阵 K_g , 将 g 系中的敏感值投影到 s 系。 K_g 的标定值存在误差, 可表示为:

$$\tilde{K}_g = (I + \Lambda) K_g = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \varepsilon_1 & 1 & 0 \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_3 & 1 \end{bmatrix} K_g \quad (1)$$

其中, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 表示安装关系矩阵存在的非正交标定误差。

s 系相对于 b 系的方向余弦阵 C_b^s 须在实验室内标定。令向量 $r_{z_b}^s = [e_x \ e_y \ e_z]^T$ 表示 z_b 轴单位矢量在 s 系中的投影, 由坐标系定义可知, e_x, e_y, e_z 理想值均为 $-1/\sqrt{3}$, 各分量实际值可以通过系统绕偏频转台旋转轴分别以相同的角速率正反向旋转相同时间后根据陀螺测量输出标定得到。根据 b 系的定义, y_b 轴单位矢量在 s 系中的投影满足:

$$r_{y_b}^s = \frac{r_{z_b}^s \times r_{x_g}^s}{|r_{z_b}^s \times r_{x_g}^s|}$$

其中, $r_{x_s}^s = r_{x_g}^s = [1 \ 0 \ 0]^T$ 为 x 陀螺敏感轴单位矢量在 s 系中的投影。

由右手坐标系法则, x_b 轴单位矢量在 s 系中的投影易得:

$$r_{x_b}^s = \frac{(r_{y_b}^s \times r_{z_b}^s)}{|r_{y_b}^s \times r_{z_b}^s|}$$

则实验室内标定得到的 C_b^s 可表示为:

$$C_b^s = [r_{x_b}^s \ r_{y_b}^s \ r_{z_b}^s] = \begin{bmatrix} \sqrt{1-e_x^2} & 0 & e_x \\ \frac{-e_x e_y}{\sqrt{1-e_x^2}} & \frac{e_z}{\sqrt{1-e_x^2}} & e_y \\ \frac{-e_x e_z}{\sqrt{1-e_x^2}} & \frac{-e_y}{\sqrt{1-e_x^2}} & e_z \end{bmatrix}$$

记标定值 C_b^s 中存在小角度误差为 $\xi = [\xi_x \ \xi_y \ \xi_z]^T$, 则实际标定值记为:

$$\tilde{C}_b^s = (I - [\xi \times]) C_b^s \quad (2)$$

1.2 对航向敏感误差的影响机理

系统初始对准的目的是为了得到方向余弦阵 $C_{b_0}^n$ 。实时解算过程中, 通过不断更新 C_b^s , 结合偏频转台转动角度高精度采样值计算 $C_b^{b_0}(t)$, 即可得到 $C_{b_0}^n$ 。不失一般性, 设偏频台已大致调平, 系

统处于某一方位时, $C_{b_0}^n$ 实际值可以表示如下:

$$C_{b_0}^n = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & \gamma\sin\psi + \theta\cos\psi \\ \sin\psi & \cos\psi & -\gamma\cos\psi + \theta\sin\psi \\ -\theta & \gamma & 1 \end{bmatrix} \\ = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (3)$$

方向余弦阵 C_b^n 的理论值由下式得到:

$$C_b^n = C_{b_0}^n C_b^{b_0} \quad (4)$$

其中, C_{ij} ($i, j=1, 2, 3$) 表示 $C_{b_0}^n$ 中相应元素。

结合以上分析,可以得到陀螺实际敏感角速度为:

$$\omega_{ig}^g = [K_g]^{-1} C_b^s (C_{b_0}^b C_n^{b_0} (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) + \omega_{nb}^b) \quad (5)$$

其中, $\omega_{ie}^n = [\omega_{ie}\cos L \quad 0 \quad -\omega_{ie}\sin L]^T$, ω_{ie} 为地球自转角速度, L 为当地地理纬度; $\omega_{nb}^b = [0 \quad 0 \quad \Omega]^T$ 。

工程实际中,陀螺漂移、加表零偏可通过滤波估计进行补偿,但标定参数变化误差难以有效估计出来。利用实际标定值 \tilde{K}_g 、 \tilde{C}_s^b 进行导航解算时,标定参数变化误差将会引入误差,则在 n 系下表示陀螺测量的地球自转角速度实际解算值,有:

$$\tilde{\omega}_{ie}^n = C_b^n (\tilde{C}_s^b \tilde{K}_g \omega_{ig}^g - \omega_{nb}^b) \quad (6)$$

将式(1)、(2)、(5)代入式(6),且系统在地球表面静止时, $\omega_{en}^n = 0$, 进行整理得:

$$\tilde{\omega}_{ie}^n = \omega_{ie}^n + \delta\omega_{ie}^n \quad (7)$$

其中,

$$\delta\omega_{ie}^n = \delta\omega_{ie\xi}^n + \delta\omega_{ie\Lambda}^n + O(\delta\omega_{ie}^n) \quad (8)$$

$$\delta\omega_{ie\xi}^n = -C_b^n [\xi \times] (C_n^b \omega_{ie}^n + \omega_{nb}^b) \quad (9)$$

$$\delta\omega_{ie\Lambda}^n = C_b^n C_s^b \Lambda C_b^s (C_n^b \omega_{ie}^n + \omega_{nb}^b) \quad (10)$$

$$O(\delta\omega_{ie}^n) = -C_b^n [\xi \times] C_b^s \Lambda C_b^s (C_n^b \omega_{ie}^n + \omega_{nb}^b) \quad (11)$$

$\delta\omega_{ie\Lambda}^n$ 、 $\delta\omega_{ie\xi}^n$ 分别表示安装关系矩阵 \tilde{K}_g 非正交标定误差、 \tilde{C}_s^b 为小角度误差引入的解算误差; $O(\delta\omega_{ie}^n)$ 为前述两种误差的综合作用,数值较小,后续分析忽略不计。

系统能够达到的初始对准航向角精度受作用于东向的等效陀螺漂移误差影响,并且在静基座条件下, ω_{ie}^n 精确已知且东向分量理论值恒等于零,从而根据 $\delta\omega_{ie}^n$ 东向分量值即可得出初始对准航向角误差^[11],有:

$$\delta\psi = \frac{\delta\omega_{ieE}^n}{\omega_{ie}\cos L} \quad (12)$$

由于单轴恒速偏频激光陀螺系统连续旋转工作,通过惯导系统本身的低通滤波特性或对初始

对准航向角整周平滑,式(8)各解算误差中与 $\alpha(t)$ 相关的正弦项对航向敏感误差不起作用。系统导航解算 $\delta\omega_{ieE}^n$ 中,只有系统方位变化的相关项才能引入航向敏感误差,下面对式(9)、(10)展开分析。

考虑到 e_x 、 e_y 、 e_z 的标定值与理想值相对偏差在 10^{-3} 量级,下述推导中利用理想值进行计算。由于式(9)、(10)的展开过于繁琐,为公式表示简洁,忽略与 $\alpha(t)$ 有关的周期量及误差乘积二阶小量,列出推导结果如下:

$$\overline{\delta\omega_{ieE}^n} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{3} (-\gamma\cos\psi + \theta\sin\psi) \quad (13)$$

其中

$$\lambda_1 = \Omega - \omega_{ie}\sin L$$

$$\lambda_2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

$\overline{\delta\omega_{ieE}^n}$ 表示台面倾斜和安装关系矩阵参数误差在导航解算时引入的等效东向陀螺漂移,且小角度误差 ξ 的影响可忽略不计。 λ_1 的取值与 Ω 有关, λ_2 称为航向敏感误差系数。

结合式(12)、(13),则由 $\overline{\delta\omega_{ieE}^n}$ 造成的主要航向敏感误差可通过下式计算得到:

$$\delta\psi = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (-\gamma\cos\psi + \theta\sin\psi)}{3\omega_{ie}\cos L} \quad (14)$$

可见,航向敏感误差与系统水平姿态角有关。系统严格水平时,初始对准航向角中不存在航向敏感误差。设偏频速率为 $40^\circ/\text{s}$, 安装关系矩阵标定精度为 10^{-5}rad , L 为 0.49rad , 台面倾斜角度为 10^{-3}rad , 由式(14)计算得到的航向敏感误差约为 $30''$ 。

综上所述,根据式(14)得出:(1)对于高精度应用场合,由标定参数变化误差等引入的航向敏感误差已不可忽略,可以通过对标定参数变化误差进行更为精确辨识或降低偏频速率来降低航向敏感误差;(2)航向敏感误差系数 λ_2 可视为一个整体进行辨识,从而无需对 ε_1 、 ε_2 、 ε_3 分别进行精确标定。

2 在线标定与补偿方法

本节通过详细推导,基于最小二乘算法设计了航向敏感误差的标定方法,并提出根据标定系数在线补偿航向敏感误差,提高初始对准航向角精度。

由式(3)、(14)可见,单轴恒速偏频激光陀螺系统处于不同方位进行初始对准时,有:

$$C_{23} = -\gamma\cos\psi + \theta\sin\psi$$

由于 $\omega_{ie}\sin L \ll |\Omega|$, 本文的标定方法就是找

到以下函数关系：

$$\delta\psi = K_{HSE}\Omega \quad (15)$$

其中，

$$K_{HSE} = \frac{\lambda_2 C_{23}}{3\omega_{ie} \cos L} \quad (16)$$

为未知常数。

利用恒速偏频激光陀螺系统进行静基座单位位置初始对准实验，系统已大致调平，此时系统的 b_0 系航向角 ψ 固定。某一偏频速率下，初始对准滤波稳定后，利用偏频台零位指示信息，记录 10 分钟时对准数据 $\hat{\psi}_\Omega$ ，通过多次测试以抑制随机误差；改变 Ω 在不同偏频速率下进行初始对准测试。测试数据处理步骤如下：

步骤 1 对各偏频速率下对准数据 $\hat{\psi}_\Omega$ 取平均值得到 $\bar{\psi}_\Omega$ ；

步骤 2 利用最小二乘算法在线拟合数据 $(\Omega, \bar{\psi}_\Omega)$ ，得到 K_{HSE} ；

步骤 3 根据 C_{23} 由式 (16) 计算 λ_2 ，从而基于式 (14) 即可实现在不同地理位置初始对准时在线补偿航向敏感误差。

3 实验及分析

原理样机选用的偏频转台速率精度及平稳性均为 1×10^{-4} ，角编码器测角分辨率为 $0.18''$ 。文献 [12] 指出高精度应用中，角编码器测角周期性误差已不可忽略，可采用激光陀螺标定转台的方法预先对其进行建模与补偿。为保证初始对准导航解算精度，数据采样周期选为 2 ms。

按照上节提出的标定方法进行测试。选择偏频速率 Ω 为 $20^\circ/\text{s}$ 、 $40^\circ/\text{s}$ 、 $60^\circ/\text{s}$ ，进行多速率情况下静基座单位位置实验。测试数据处理后，航向敏感误差系数标定曲线如图 2 所示。为描述方便，图中航向敏感误差已按照最小二乘线性拟合得到的 $0^\circ/\text{s}$ 时初始对准航向角进行了归一化处理。

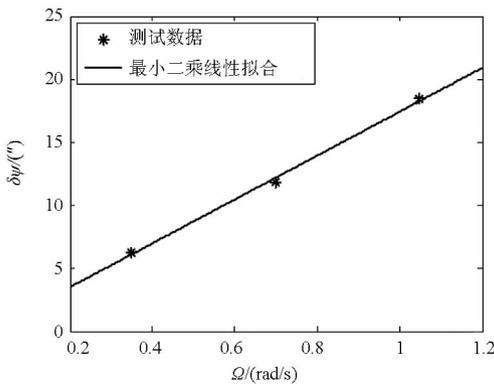


图 2 航向敏感误差系数标定曲线

Fig. 2 Calibration curve of the HSE coefficient

由图 2 可知，多速率情况下单位位置初始对准测试数据中 Ω 与 $\delta\psi$ 之间呈线性关系，标定得到的 K_{HSE} 为 $17.4''/(\text{rad}/\text{s})$ ，由此计算航向敏感误差系数 λ_2 约为 $4.2''$ 。从而结合式 (14)，可在初始对准时在线补偿航向敏感误差，进行多位置实验测试，能够评估航向敏感误差系数在线补偿精度。

恒速偏频激光陀螺系统固定在大致调平的单轴标定台上，选择偏频速率 Ω 为 $40^\circ/\text{s}$ 。旋转单轴标定台改变 b_0 系航向角，共进行 4 个位置初始对准，每个位置之间间隔角度约为 90° 。在每个位置进行 3 次初始对准测试，每次时间为 10 min。第一个测试位置标定台方位设为 0° ，将多位置对准实验测试结果列于表 1。

表 1 多位置对准测试结果

Tab. 1 Test results in multi-position alignment

标定台方位/ $(^\circ)$	航向敏感误差补偿前/ $('')$	航向敏感误差补偿后/ $('')$
0	5.16	5.38
	-19.54	-13.92
	-15.54	-10.12
	12.26	0.88
91.8795	6.16	-1.62
	13.36	6.88
181.2953	-0.54	-4.62
	20.96	14.58
	-1.24	-3.52
	-8.44	0.08
272.8711	-2.94	5.08
	-9.64	0.88
	峰 - 峰值	40.50

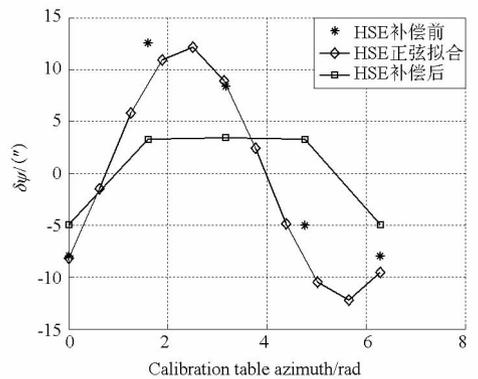


图 3 多位置对准航向敏感误差与系统方位的关系
Fig. 3 Relationship between the heading sensitive error and system azimuth in multi-position alignment

为了抑制初始对准航向角中的随机误差，更

为直观地分析评估在线补偿效果,分别计算四个位置航向敏感误差补偿前、后的初始对准航向敏感误差平均值,将航向敏感误差平均值与标定台方位的关系曲线绘于图3。

由于系统冷启动情况下,IMU 传感器内部温度等其他影响因素较为明显,导致第一个位置初始对准结果航向角误差偏大。结合表1、图3可以明显看出,本文所提出的航向敏感误差标定与在线补偿方法是可行的,利用航向敏感误差系数进行在线补偿后,多位置初始对准航向敏感误差曲线中已不存在明显的正弦趋势。

4 结论

航向敏感误差是影响惯导系统初始对准航向角精度的一个重要因素,而标定参数变化误差是导致航向敏感误差的主要误差来源。本文详细推导出静基座初始对准时标定参数变化误差对航向敏感误差作用的数学模型,考虑到外场环境条件下只能对部分标定参数变化误差进行精确标定,提出将标定参数变化误差对航向敏感误差的作用量进行整体标定,在不需外部基准和拆卸设备的情况下,即可采用最小二乘算法对航向敏感误差系数有效地在线标定。实验测试结果表明,采用文中提出的在线标定与补偿方法,能够有效消除航向敏感误差,使系统满足高精度应用场合对系统标定参数长期稳定性和初始对准航向角精度的指标要求。

参考文献(References)

- [1] Yuan B L, Liao D, Han S L. Error compensation of an optical gyro INS by multi-axis rotation [J]. *Measurement and Technology*, 2012, 23(2): 1-9.
- [2] Zhang L D, Lian J X, Wu M P, et al. An improved computation scheme of strapdown inertial navigation system using rotation technique [J]. *Journal of Central South University of Technology*, 2012, 19(5): 1258-1266.
- [3] 张岩. 基于旋转调制的高精度激光陀螺寻北仪误差建模与补偿方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2011.
Zhang Yan. Research on error modeling and compensation methods for high precision ring laser gyroscope northfinder based on rotation-modulation [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)
- [4] 王东升,林晓彬,刘玉峰,等. 陀螺输出中的1N交流成分对平台航向效应的影响[J]. *中国惯性技术学报*,2007,15(1):44-47.
Wang Dongsheng, Lin Xiaobin, Liu Yufeng, et al. Influence of 1N alternating compensation of DTG's output on platform heading sensitivity[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2007, 15(1): 44-47. (in Chinese)
- [5] 张馨,王宇,程向红. 光纤陀螺寻北仪航向效应误差分析和补偿[J]. *弹箭与制导学报*,2010,30(5):54-58.
Zhang Xin, Wang Yu, Cheng Xianghong. Error analysis and compensation of heading effect for FOG North-seeker [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2010, 30(5): 54-58. (in Chinese)
- [6] Huang X K, Chen Y X, Kang R. Research on heading sensitive drift behavior of inertial platform system under long-term storage condition[J]. *Journal of Aeronautics & Aerospace Engineering*, 2012, 1(1): 1-7.
- [7] Bar-Itzhack I Y. Modeling of certain strapdown heading-sensitive errors in INS error models[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1985, 8(1): 142-144.
- [8] 肖正林,徐军辉,钱培贤. 巡航导弹快速自对准技术研究[J]. *宇航学报*,2005,26(4):441-445.
Xiao Zhenglin, Xu Junhui, Qian Peixian. Research on rapid auto-alignment for cruise missile[J]. *Journal of Astronautics*, 2005, 26(4): 441-445. (in Chinese)
- [9] Han K J, Sung C K, Yu M J. Improved calibration method for SDINS considering body-Frame drift[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2011, 9(3): 497-505.
- [10] Wang Z Q, Zhao J Y, Xie M J, et al. Study and calibration of azimuth effect in multi-position strap-down north seeding system[C]// *Proceedings of the 7th world congress on intelligent control and automation*, Chongqing, China; IEEE, 2008: 9177-9181.
- [11] Britting K R. *Inertial navigation systems analysis* [M]. Massachusetts: Artech House publishers, 2010.
- [12] 张岩,吴文启,江明明. 速率偏频激光陀螺寻北仪中转台测角周期性误差的影响分析[J]. *国防科技大学学报*, 2011,33(1):105-108.
ZHANG Yan, WU Wenqi, JIANG Mingming. Study on north-finding deviation caused by the turntable's periodic angular position error in a rate biased RLG north-finder[J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2011, 33(1): 105-108. (in Chinese)