

## 非周期不完全检测下的维修优化\*

郭驰名<sup>1</sup>, 郭波<sup>1</sup>, 王文彬<sup>2</sup>, 彭锐<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学 信息系统与管理学院, 湖南长沙 410073;  
2. 北京科技大学 东陵经济管理学院, 北京 100083)

**摘要:**针对  $\gamma$  退化型单部件系统, 基于更新和半更新过程理论建立了以期望费用率最小为目标的非周期不完全检测下的维修优化模型。利用检测规划函数使系统的检测间隔期可以依据系统的状态进行调整。为更加贴近实际, 模型考虑了测量误差对维修优化的影响。通过计算可以得到最优预防性维修阈值和检测方案。给出了模型的应用算例, 通过对退化速率和费用参数的灵敏度分析说明了模型的有效性。与不考虑检测误差的优化结果进行对比, 证明了考虑检测误差的重要性。

**关键词:** Gamma 过程; 非周期检测; 检测规划; 维修

**中图分类号:** TP301 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2013)04-0176-06

## Maintenance optimization under non-periodic imperfect inspections

GUO Chiming<sup>1</sup>, GUO Bo<sup>1</sup>, WANG Wenbin<sup>2</sup>, PENG Rui<sup>2</sup>

(1. College of Information System and Management, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;  
2. Dongling School of Economics and Management, Beijing University of Science and Technology, Beijing 100083, China)

**Abstract:** This paper develops a non-periodic inspection maintenance model for a  $\gamma$  deteriorating single-unit system based on regenerative and semi-regenerative process theory. Minimizing the expected average cost per unit time is chosen as the optimization goal. The model uses an inspection scheduling function to arrange the inspection scheme based on the system state. Considering measurement errors make the model more realistic. The preventive maintenance threshold and the inspection scheme are obtained after the optimization. A numerical example is given in the last and proves the effectiveness of the model by the sensitivity analysis of degradation rate and cost parameters. By the comparison with the optimal results without considering measurement errors, it proves that measurement error is not a trivial thing for the maintenance optimization.

**Key words:** Gamma process; non-periodic inspection; inspection scheduling; maintenance

对于性能退化型系统, 依据系统的状态检测信息进行预防性维修, 即视情维修 (Condition-based Maintenance, CBM), 是确保系统正常工作并降低系统故障发生率的有效方法。通过对比分析<sup>[1]</sup>, 该方法较以往的基于寿命分布的定时维修能以较低的费用更加有效地提高系统的可用度。

随着状态监测技术的逐渐成熟, 许多研究人员开展了视情维修的相关研究。Abdel-Hammed<sup>[2]</sup>研究了服从  $\gamma$  退化过程的系统的最优周期检测策略, 并假设系统的故障只有在检测时才能发现。Grall 等<sup>[3]</sup>研究了多维修控制阈值下的连续退化型系统的视情维修优化方法。Wang<sup>[4]</sup>研究了随机退化型生产系统的最优检测策略, 通过联合优化检测策略和系统的生产运行时间实现了期望费用率最小。Kallen 和 Van Noortwijk<sup>[5]</sup>利用 Markov 过程描述系统的性能退化, 以费用最小化

为目标, 分别研究了故障立即显现和故障只有在检测时刻发现两种情况下的周期检测维修优化问题。Grall 等<sup>[6]</sup>利用检测规划函数使系统的检测间隔根据系统的状态进行调整, 并以费用为目标建立了服从  $\gamma$  退化过程的维修优化模型, 该模型假设系统的检测不存在检测误差。Barker 和 Newby<sup>[7]</sup>研究了服从多元 Wiener 退化过程的系统维修优化问题, 以期望费用最小为目标, 利用检测规划函数得到了系统的最优非周期检测策略。Wang<sup>[8]</sup>对维修策略在退化系统中的应用进行了归纳总结, Noortwijk<sup>[9]</sup>尤其针对  $\gamma$  过程在退化系统维修中的应用进行了详细阐述。

传统的视情维修多以定期检测为主, 当检测费用昂贵时, 定期检测往往会造成检测费用的浪费, 而非周期检测策略能够以较少的检测次数确保系统的安全运行。现有的非周期检测模型均假

\* 收稿日期: 2012-10-30

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(71201166, 20676109, 11101428)

作者简介: 郭驰名(1983—), 男, 河北饶阳人, 博士研究生, E-mail: guochiming@nudt.edu.cn;

郭波(通信作者), 男, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: boguo@nudt.edu.cn

设系统的检测为完全检测,即测量不存在误差,而在实际的检测过程中,由于操作或设备的影响,测量结果往往包含误差。若忽略误差的影响,可能导致维修决策的不确定性,增加系统运行的风险。为此,本文针对 gamma 退化型系统建立了考虑检测误差的非周期检测维修优化模型,通过算例对比发现,测量误差对维修决策具有重要影响。

## 1 系统退化过程

Gamma 过程已被研究人员广泛用于描述系统的性能退化过程,如堤坝<sup>[10]</sup>、压力管道<sup>[11-12]</sup>、火车轨道<sup>[13]</sup>等。Gamma 过程是描述系统性能退化的重要工具,它的一些性质如单调非减、独立增量和线性均值等适合描述许多产品的性能退化。

### 1.1 Gamma 过程

已知某系统存在单一的性能退化故障模式且系统的退化量随着时间不断累加。假设系统的退化服从 gamma 过程;当累积退化量超过某一阈值时即认为系统发生了故障;系统的检测方式为离散检测,并且由于环境和检测设备的影响,检测过程中存在测量误差。

定义系统的性能状态在  $t$  时刻为  $X(t)$  且  $X(0) = 0$ 。系统的性能退化增量  $X(t-s) = X(t) - X(s)$ ,  $t-s \geq 0$ , 服从形状参数为  $\alpha(t-s)$ , 尺度参数为  $\beta$  的 gamma 分布,其概率密度函数为

$$f_{\alpha(t-s), \beta}(x) = \frac{\beta^{\alpha(t-s)}}{\Gamma(\alpha(t-s))} x^{\alpha(t-s)-1} e^{-\beta x} \quad (1)$$

式中  $\Gamma(\alpha(t-s)) = \int_0^{\infty} w^{\alpha(t-s)-1} e^{-w} dw$ ,  $\beta > 0$ ,  $\alpha(t-s) > 0$ ,  $x \geq 0$ 。

Gamma 分布的参数  $\alpha$  和  $\beta$  可以通过实际的退化数据估计得到,参见文献[14]。由 gamma 过程的性质可得,系统的性能退化速率均值为  $\mu = \alpha/\beta$ , 方差为  $\sigma^2 = \alpha/\beta^2$ 。

当系统的性能退化量超过故障阈值  $L$  时,系统就会发生故障,尽管其仍可以工作,但此时的系统工作状态已经无法满足使用要求。定义故障时间为  $\tau := \inf\{\nu: X(\nu) \geq L\}$ , 则系统的寿命分布为

$$\begin{aligned} F(t) &= P(\tau \leq t) = P(X(t) \geq L) \\ &= \int_L^{\infty} f_{\alpha, \beta}(x) dx = \frac{\Gamma(\alpha t, \beta L)}{\Gamma(\alpha t)} \quad (2) \end{aligned}$$

其中  $\Gamma(\alpha t, \beta L) = \int_{\beta L}^{\infty} \gamma^{\alpha t-1} e^{-\gamma} d\gamma$ 。

### 1.2 检测误差

由于检测费用和设备等的影响,实际中的系

统的检测多为离散检测,而且测量结果往往含有误差。假设测量得到的系统退化量为  $Z(t)$ , 该测量结果包含两部分:系统的实际退化量  $X(t)$  和测量误差  $\varepsilon$ 。假设测量误差服从正态分布  $N(0, \sigma_\varepsilon^2)$ , 则有

$$Z(t) = X(t) + \varepsilon, \varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (3)$$

依据卷积计算公式,可以得到  $Z(t)$  的概率密度为

$$\tilde{f}_{\alpha, \beta}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\alpha, \beta}(z - \varepsilon) f_\varepsilon(\varepsilon) d\varepsilon \quad (4)$$

式中  $f_\varepsilon(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_\varepsilon^2}} e^{-\varepsilon^2/2\sigma_\varepsilon^2}$ 。

## 2 维修策略

系统在寿命周期中将经过一系列的检测  $\zeta = \{T_1, T_2, \dots, T_n\}$ , 最终通过更换进行更新,其中  $T_i \in \zeta$  为第  $i$  次检测发生的时刻。在系统的每次检测时刻需要根据系统的状态决定采取何种维修活动,如预防性更换、修复性维修(Corrective Maintenance, CM)等。另外,若不进行维修,则需确定在何时进行下一次检测。

### 2.1 维修策略假设

1) 维修和检测所用时间相对系统的寿命周期非常短,可以忽略不记。

2) 如果  $L_a \leq Z(T_i) < L$ , 表示系统在  $T_i$  时刻退化相当严重,尽管系统仍能继续提供需要的功能,但为避免故障的发生,在  $T_i$  进行预防性更换,更换的费用为  $C_p$ 。经过预防性更换后,系统修复如新。

3) 如果  $Z(T_i) \geq L$ , 则认为系统已发生故障,此时进行 CM, 所需费用为  $C_f$ 。CM 使系统修复如新。由于是离散检测,系统发生故障时刻到触发 CM 时刻可能会有一段时间的延迟,在延迟时间内由于故障造成的单位时间损失为  $C_d$ 。

4) 如果  $Z(T_i) < L_a$ , 不进行维修,并依据当前系统状态确定下一检测时刻。

### 2.2 检测规划函数

与以往的定期检测不同,本文采用检测规划函数使检测间隔期能够依据系统的状态进行调整,从而更好地适应退化过程的随机动态性。

假设系统的状态在  $T_i$  时刻为  $X(T_i)$ , 系统的下一检测时刻为<sup>[6]</sup>

$$T_{i+1} = T_i + \Delta T = T_i + m(X(T_i)) \quad (5)$$

式中  $m(x)$  为检测规划函数,表示当系统检测状态为  $x$  时,当前检测到下一检测的间隔期。

检测规划函数是确定检测间隔期的一种有效工具。依据 gamma 过程具有线性期望的特性,本文采用线性函数描述  $m(x)$ ,如图 1 所示。

$$m(x) = \max\{1, A - \frac{A-1}{B}x\} \quad (6)$$

其中  $A > 1, B > 0$ 。如果  $A = 1$ ,系统的检测策略变为检测间隔期为  $\Delta T = 1$  的定期检测策略。图 1 描述了系统状态与检测间隔期的对应关系,从图中还可以看出参数  $A$  对应第一个检测间隔期  $A = m(0)$ ,参数  $B$  控制检测频率的改变,当  $x > B$  时,系统的检测间隔期变为  $\Delta T = 1$ 。

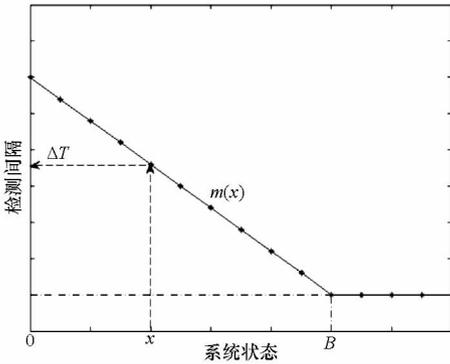


图 1 检测规划函数

Fig. 1 Inspection scheduling function

### 3 维修优化模型

本文建立的维修优化模型以长期运行条件下的系统维修费用率最低为目标,利用更新和半更新过程理论获得系统的期望费用率,通过计算得到系统的最优预防性维修阈值  $L_a$  和  $m(\cdot)$ 。

#### 3.1 不完全检测下的系统动态特征

系统的检测过程  $\{Y_i | Y_i = Z(T_i), i \in \mathbf{N}\}$  可以看作是一个半更新过程,半更新时刻为检测时刻  $\{T_n\}_{n \in \mathbf{N}}$ ,预防性维修或 CM 发生时刻为更新时刻。该过程是一个连续状态空间的 Markov 过程,检测时刻系统的状态满足  $Y_i \in [0, L_a)$ ,初始时刻  $Y_0 = 0$ 。当前系统检测状态为  $z$  时,可以得到系统的状态转移概率为

$$P(dy | z) = \bar{F}_{\alpha \cdot m(z), \beta}(L_a - z)\delta_0 dy + \tilde{f}_{\alpha \cdot m(z), \beta}(y - z)I_{|z \leq y < L_a|} dy \quad (7)$$

式中:

$$\bar{F}_{\alpha \cdot m(z), \beta}(y) = \int_y^{+\infty} (\int_{-\infty}^{+\infty} f_{\alpha \cdot m(z), \beta}(z - \varepsilon)f_E(\varepsilon)d\varepsilon)dz,$$

$\delta_0(\cdot)$  为 Dirac 函数。

依据定理 13.0.1<sup>[15]</sup>,  $\{Y_i\}_{i \in \mathbf{N}}$  是各态遍历的 Harris Markov 链,其在  $[0, L_a)$  上的稳态概率  $\pi$  可以表示为

$$\pi(\cdot) = \int_{[0, L_a)} P(\cdot | z)\pi(dz) \quad (8)$$

通过求解式(8),可得

$$\pi(dy) = a\delta_0 dy + (1 - a)b(y)dy \quad (9)$$

$$\text{式中 } a = \frac{1}{1 + \int_0^{L_a} B(y)dy}, b(y) = \frac{a}{1 - a}B(y).$$

$a$  和  $b(y)$  中均含有  $B(y)$ ,  $B(y)$  的表达式如下:

$$B(y) = \tilde{f}_{\alpha m(0), \beta}(y) + \int_0^y B(z)\tilde{f}_{\alpha m(z), \beta}(y - z)dz \quad (10)$$

其中:

$$\tilde{f}_{\alpha m(z), \beta}(y - z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_{\alpha m(z), \beta}((y - z - \varepsilon'))f_{E'}(\varepsilon')d\varepsilon'$$

$$\varepsilon' = \varepsilon_z - \varepsilon_y, \varepsilon' \sim N(0, 2\sigma_\varepsilon^2)$$

$f_{E'}(\varepsilon')$  表示  $\varepsilon'$  的概率密度函数。式(10)是一个线性 Volterra 积分方程,可以通过迭代算法进行求解,具体参见文献[16]。

#### 3.2 期望费用率

依据更新和半更新过程理论,可以用第一个检测周期的期望费用率计算系统整个更新周期的期望费用率<sup>[6]</sup>。

$$C = \lim_{t \rightarrow \infty} E\left[\frac{C(t)}{t}\right] = \frac{E_\pi[C(T_1)]}{E_\pi[T_1]} = \frac{C_i E_\pi[N_i(T_1)]}{E_\pi[T_1]} + \frac{C_p E_\pi[N_p(T_1)]}{E_\pi[T_1]} + \frac{C_f E_\pi[N_c(T_1)]}{E_\pi[T_1]} + \frac{C_d E_\pi[d(T_1)]}{E_\pi[T_1]} \quad (11)$$

这里  $E_\pi[\cdot]$  表示在稳态概率  $\pi$  下的期望。 $N_i(t), N_p(t), N_c(t)$  分别表示时间  $t$  内的检测次数、预防性更换次数和 CM 次数。 $d(t)$  表示故障状态下的延迟时间。

$[0, T_1]$  内的检测次数期望为

$$E_\pi[N_i(T_1)] = 1 \quad (12)$$

$[0, T_1]$  内的预防性更换次数期望为

$$E_\pi[N_p(T_1)] = P_\pi(L_a \leq Z(T_1) < L) = \int_{[0, L_a)} (\bar{F}_{\alpha \cdot m(z), \beta}(L_a - z) - \bar{F}_{\alpha \cdot m(z), \beta}(L - z))\pi dz = a(\bar{F}_{\alpha \cdot m(0), \beta}(L_a) - \bar{F}_{\alpha \cdot m(0), \beta}(L)) + a \int_{[0, L_a)} (\bar{F}_{\alpha \cdot m(z), \beta}(L_a - z) - \bar{F}_{\alpha \cdot m(z), \beta}(L - z))B(z)dz \quad (13)$$

$[0, T_1]$  内的 CM 次数期望为

$$E_\pi[N_c(T_1)] = P_\pi(Z(T_1) \geq L) = \int_{[0, L_a)} \bar{F}_{\alpha \cdot m(z), \beta}(L - z)\pi dz$$

$$= a\bar{F}_{\alpha \cdot m(0), \beta}(L) + a \int_{[0, L_a)} \bar{F}_{\alpha \cdot m(z), \beta}(L - z) B(z) dz \quad (14)$$

$[0, T_1]$  内的延迟时间期望为

$$\begin{aligned} E_{\pi}[d(T_1)] &= \int_{[0, L_a)} E_z \left( \int_0^{T_1} I_{|Z(t) \geq L|} dt \right) \pi dz \\ &= \int_{[0, L_a)} \left( \int_0^{m(z)} \bar{F}_{\alpha \cdot t, \beta}(L - z) dt \right) \pi dz \\ &= a \int_0^{m(0)} \bar{F}_{\alpha \cdot t, \beta}(L) dt + a \int_{[0, L_a)} \left( \int_0^{m(z)} \bar{F}_{\alpha \cdot t, \beta}(L - z) dt \right) B(z) dz \quad (15) \end{aligned}$$

测量误差在检测维修过程中可能导致过早 CM 和滞后 CM 两种情况发生。以第一个检测周期内的退化为为例,如图 2 所示。

过早 CM:在  $T_1$  时刻系统的实际状态  $X(T_1) < L$ , 而检测状态  $Z(T_1) \geq L$ , 此时本应避免的 CM 被过早地触发了。过早 CM 将额外增加系统故障状态下的延迟时间,导致系统寿命周期费用增加。

记过早 CM 导致在  $[0, T_1]$  内多累加的延迟时间的期望为  $E_{\pi}[d1(T_1)]$ ,

$$\begin{aligned} E_{\pi}[d1(T_1)] &= \int_{[0, L_a)} E_z \left( \int_0^{T_1} I_{|Z(t) \geq L \cap X(t) < L|} dt \right) \pi dz \\ &= \int_{[0, L_a)} E_z \left( \int_0^{T_1} I_{|Z(t) \geq L \cap \varepsilon > Z(t) - L|} dt \right) \pi dz \\ &= \int_{[0, L_a)} E_z \left( \int_0^{T_1} \left( \int_{L-z}^{+\infty} \left( \int_{s-L}^{+\infty} f_{\alpha, \beta}(s - \varepsilon) f_E(\varepsilon) d\varepsilon \right) ds \right) dt \right) \pi dz \\ &= \int_{[0, L_a)} \left( \int_0^{m(z)} \left( \int_{L-z}^{+\infty} \left( \int_{s-L}^{+\infty} f_{\alpha, \beta}(s - \varepsilon) f_E(\varepsilon) d\varepsilon \right) ds \right) dt \right) \pi dz \quad (16) \end{aligned}$$

滞后 CM:在  $T_1$  时刻系统的实际状态  $X(T_1) \geq L$ , 而检测状态  $Z(T_1) < L_a$ , 此时本应该触发的 CM 延迟了。滞后 CM 将延长系统在故障状态下的延迟时间,增加系统寿命周期的费用损失。记滞后 CM 少累加的延迟时间的期望为  $E_{\pi}[d2(T_1)]$ ,

$$\begin{aligned} E_{\pi}[d2(T_1)] &= \int_{[0, L_a)} E_z \left( \int_0^{T_1} I_{|Z(t) < L_a \cap X(t) \geq L|} dt \right) \pi dz \\ &= \int_{[0, L_a)} E_z \left( \int_0^{T_1} I_{|Z(t) < L_a \cap \varepsilon \leq Z(t) - L|} dt \right) \pi dz \\ &= \int_{[0, L_a)} E_z \left( \int_0^{T_1} \left( \int_0^{L_a-z} \left( \int_{-\infty}^{s-L} f_{\alpha, \beta}(s - \varepsilon) f_E(\varepsilon) d\varepsilon \right) ds \right) dt \right) \pi dz \\ &= \int_{[0, L_a)} \left( \int_0^{m(z)} \left( \int_0^{L_a-z} \left( \int_{-\infty}^{s-L} f_{\alpha, \beta}(s - \varepsilon) f_E(\varepsilon) d\varepsilon \right) ds \right) dt \right) \pi dz \quad (17) \end{aligned}$$

为了考虑测量误差对系统期望延迟时间的影

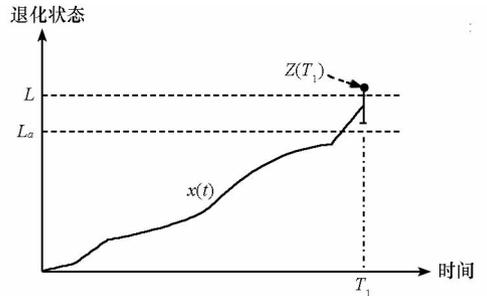
响,使费用目标更加合理,需要调整式(15)为  $E_{\pi}[d^*(T_1)]$ ,

$$\begin{aligned} E_{\pi}[d^*(T_1)] &= E_{\pi}[d(T_1)] - E_{\pi}[d1(T_1)] + E_{\pi}[d2(T_1)] \\ &= \int_{[0, L_a)} \left( \int_0^{m(z)} \left( \int_{L-z}^{+\infty} \left( \int_{-\infty}^{s-L} f_{\alpha, \beta}(s - \varepsilon) f_E(\varepsilon) d\varepsilon \right) ds \right) dt \right) \pi dz \\ &\quad + \int_{[0, L_a)} \left( \int_0^{m(z)} \left( \int_0^{L_a-z} \left( \int_{-\infty}^{s-L} f_{\alpha, \beta}(s - \varepsilon) f_E(\varepsilon) d\varepsilon \right) ds \right) dt \right) \pi dz \quad (18) \end{aligned}$$

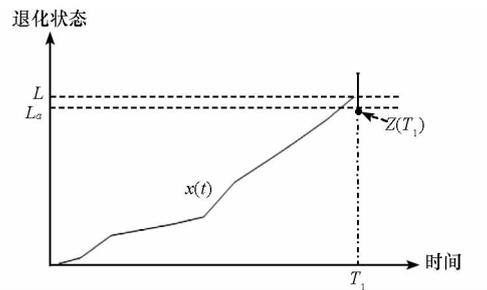
第一个检测周期的期望时间长度为

$$\begin{aligned} E_{\pi}[T_1] &= \int_{[0, L_a)} m(z) \pi dz \\ &= am(0) + a \int_{[0, L_a)} m(z) B(z) dz \quad (19) \end{aligned}$$

通过数值计算式(12)~(19)可以得到系统的期望费用率模型,进而通过 MonteCarlo 仿真,可以获得使期望费用率最小的  $L_a$  和  $m(\cdot)$ 。



(a) 过早 CM  
(a) Early CM



(b) 滞后 CM  
(b) Late CM

图 2 测量误差影响

Fig. 2 The influences of inspection error

### 4 应用示例

在核能、化工以及航天等领域存在多种压力传输管道,由于外界大气和内部传输物质的共同作用,管道会逐渐发生腐蚀,若这些管道发生故障将可能导致重大损失<sup>[11-12]</sup>。通过制定合理的维修计划,能够有效预防故障的发生。下面以某压力传输管道为例对本文的方法进行说明。Gamma

过程的单调非减特性使其适合描述随时间单调增加的累积退化过程,并已成功应用于管道的腐蚀建模<sup>[14]</sup>。因此,本文采用 gamma 过程建立管道的腐蚀退化模型。该传输管道的最大允许腐蚀厚度为  $L_f = 3.2\text{mm}$ 。管道使用过程中可以通过无损探测获得管道的腐蚀数据,在此基础上利用极大似然估计方法计算模型的参数。假设得到的 gamma 模型参数为  $\alpha = 0.29, \beta = 2.43$ , 则有  $\mu = 0.119\text{mm/y}$ , “/y”表示每年。这里取  $\sigma_\varepsilon = 0.305$  表示 90% 的测量误差不超过  $\pm 0.5\text{mm}$ 。与系统检测维修相关的费用分别为  $C_i = 25, C_p = 50, C_f = 200, C_d = 400$ 。

### 4.1 维修决策优化

经过计算得到最优预防性维修阈值  $L_a^* = 1.4\text{mm}$ , 检测规划函数的参数为  $A_\varepsilon^* = 11, B_\varepsilon^* = 5.5$ , 实现的最小期望费用率  $C_\varepsilon^* = 7.44$  (下标  $\varepsilon$  表示含测量误差时的结果)。图 3 为在  $L_a^* = 1.4\text{mm}$  下的期望费用率在  $(A_\varepsilon, B_\varepsilon)$  平面内的等高线图, “+”表示最优值所在的位置。

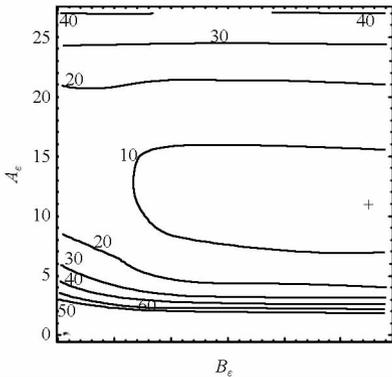


图 3  $L_a = 1.4$  考虑误差时期望费用率的等高线  
Fig. 3 Contour plot for the expected cost ratio with inspection errors at  $L_a = 1.4$

不考虑测量误差时,使期望费用率达到最小值  $C_0^* = 5.2$  的维修检测决策变量为  $A_0^* = 21, B_0^* = 0.1, L_{a0}^* = 0.1\text{mm}$  (下标 0 表示不含测量误差时的结果)。期望费用率  $C$  在  $(A_0, B_0)$  平面上的等高线如图 4 所示。

经过比较发现,  $C_\varepsilon^* > C_0^*$ , 表示测量误差带来的不确定性将会增加系统寿命周期的维修费用。同时,考虑测量误差和不考虑测量误差条件下的检测维修策略具有很大的不同。不考虑误差情况下的检测策略中第一个检测间隔期为 21 年,使得检测策略趋向于定期检测。

### 4.2 灵敏度分析

这里将分析平均退化速率  $\mu$  和费用参数对维修优化结果的影响。

图 5 分别给出了  $\alpha = 0.29$  和  $\beta = 2.43$  条件下

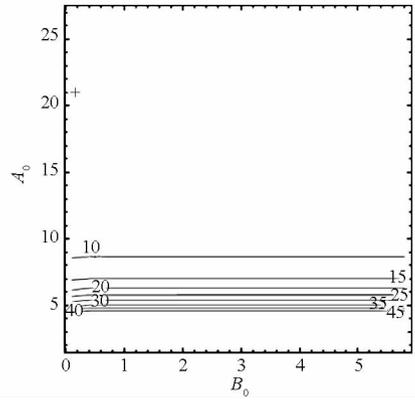
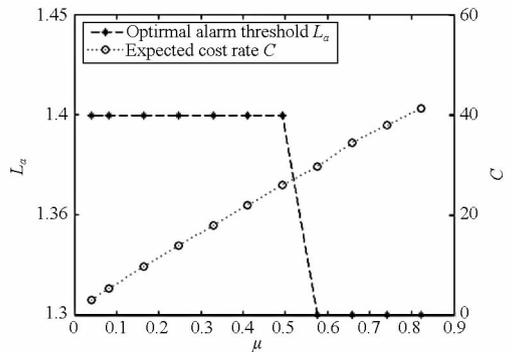
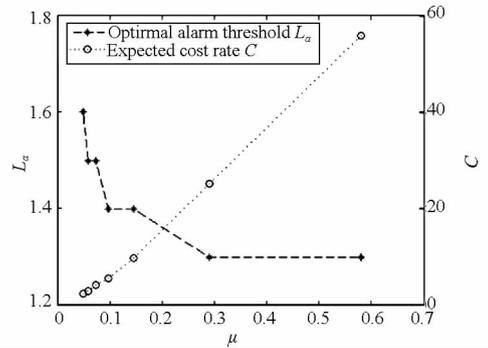


图 4  $L_{a0}^* = 0.1$  不考虑检测误差时期望费用率等高线  
Fig. 4 Contour plot for the expected cost ratio without inspection errors at  $L_{a0}^* = 0.1$

系统的期望退化速率  $\mu = \alpha/\beta$  的变化对期望费用率  $C$  和预防性维修阈值  $L_a$  的影响。图 5(a) 显示当  $\beta = 2.43, \mu$  从 0.04 增加到 0.8 时,  $C$  对应地从 3 增加到 41.28,  $L_a$  从 1.4 下降到 1.3。图 5(b) 显示当  $\alpha = 0.29, \mu$  从 0.05 增加到 0.58 时,  $C$  从 2.3 增加到 55.9, 同时,  $L_a$  从 1.6 降低到 1.3。这是因为系统的退化速率提高就会增加系统发生故障的概率,为实现最小的期望费用率,  $L_a$  将相应地降低。



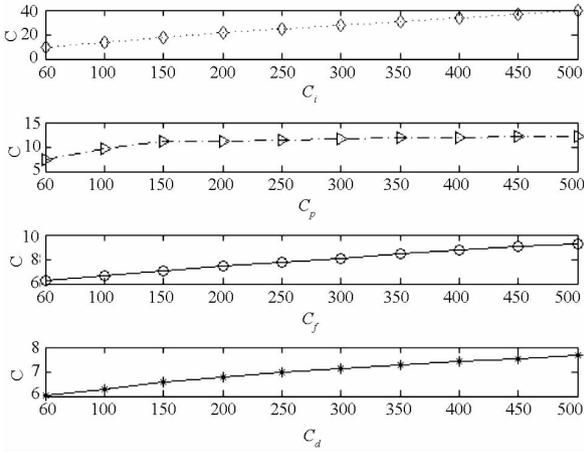
(a)  $\alpha = 0.29$



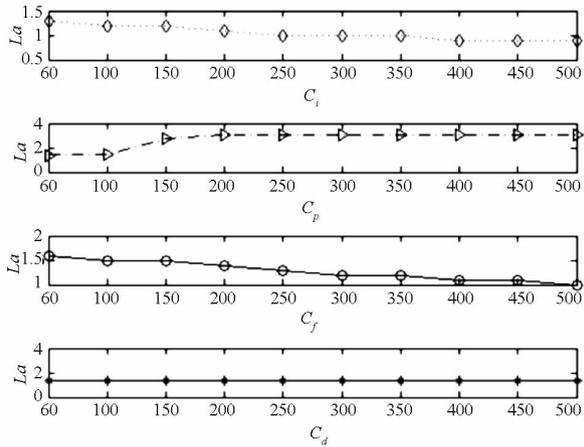
(b)  $\beta = 2.43$

图 5 系统退化速率  $\mu$  对优化结果的影响分析  
Fig. 5 Optimal results vs average degradation rate  $\mu$

维修费用参数与维修优化结果直接相关,图 6 分别给出了费用参数对期望费用率  $C$  和预防性维修阈值  $L_a$  的影响。图 6 中所有费用参数的变



(a)对C影响  
(a) The influence on C



(b)对L\_a影响  
(b) The influence on L\_a

图6 费用参数对优化结果的影响

Fig. 6 Optimal results vs the cost parameters

化区间都是 $[50, 500]$ ,从图6(a)可以看出不同的费用参数对期望费用率 $C$ 的影响程度各不相同,其中 $C_i$ 对 $C$ 的影响最大,对应 $C_i$ 的变化范围, $C$ 的变化幅度为30。图6(b)给出了费用参数变化对 $L_a$ 的影响。随着 $C_i$ 的增加, $L_a$ 呈下降趋势。这是因为通过降低 $L_a$ 可以减少检测的次数,从而实现为降低 $C_i$ 增加对 $C$ 的影响效果。同理,通过降低 $L_a$ 可以减小故障的发生概率,进而减小 $C_f$ 增加对 $C$ 的影响。从图6(b)可以看出,随着 $C_p$ 的增加, $L_a$ 呈上升趋势。这是因为通过提高 $L_a$ 可以延长系统的运行时间,从而实现期望费用率 $C$ 最优。图6(b)显示 $C_d$ 的增加对 $L_a$ 影响不明显。

### 5 结束语

本文建立了基于gamma退化过程的非周期不完全检测维修优化模型。通过引入检测规划函数使得系统的检测间隔期依据系统的检测状态进

行调整,提高了检测策略对系统的动态退化过程的适应性。另外,该检测策略可以减少不必要的检测费用。利用更新和半更新过程理论给出了系统的期望费用率公式。经过对比计算,发现测量误差对系统的维修检测策略有重要影响。因此,在检测过程中,检测人员应尽量采取措施减小测量误差,如提高测量设备的测量精度、采取多次测量等。平均退化速率和费用参数的灵敏度分析证明了本文提出的维修优化模型的有效性。

### 参考文献 (References)

- [1] Ahmad R, Kamaruddin S. An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application [J]. Computers & Industrial Engineering, 2012, 63 (1): 135 - 149.
- [2] Abdel-Hameed M. Inspection and maintenance policies of devices subject to deterioration [J]. Advances in Applied Probability, 1987, 19(4): 917 - 931.
- [3] Grall A, Berenguer C, Dieulle L. A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2002, 76(2): 167 - 180.
- [4] Wang C H. Integrated production and product inspection policy for a deteriorating production system [J]. International Journal of Production Economics, 2005, 95(1): 123 - 134.
- [5] Kallen M J, Van Noortwijk J M. Optimal periodic inspection of a deterioration process with sequential condition states [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2006, 83(4): 249 - 255.
- [6] Grall A, Dieulle L, Berenguer C, et al. Continuous-time predictive-maintenance scheduling for a deteriorating system [J]. IEEE Trans on Reliability, 2002, 51(2): 141 - 150.
- [7] Barker C T, Newby M J. Optimal non-periodic inspection for a multivariate degradation model [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2009, 94(1): 33 - 43.
- [8] Wang H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems [J]. European Journal of Operational Research, 2002, 139(3): 469 - 489.
- [9] Van Noortwijk J M. A survey of the application of gamma processes in maintenance [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2009, 94(1): 2 - 21.
- [10] Van Noortwijk J M, van Gelder PHAJM. Optimal maintenance decisions for berm breakwaters [J]. Structural Safety, 1996, 18(4): 293 - 309.
- [11] Kallen M J, van Noortwijk J M. Optimal maintenance decisions under imperfect inspection [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2005, 90(2 - 3): 177 - 185.
- [12] Khan F I, Haddara M M, Bhattacharya S K. Risk-based integrity and inspection modeling (RBIIM) of process component/system [J]. Risk Analysis, 2006, 26(1): 203 - 221.
- [13] Mercier S, Meier-Hirmer C, Roussignol M. Bivariate Gamma wear processes for track geometry modeling, with application to intervention scheduling [J]. Structure and Infrastructure Engineering, 2012, 8(4): 357 - 366.
- [14] Yuan X. Stochastic modeling of deterioration in nuclear power plant components [D]. Waterloo: University of Waterloo, 2007.
- [15] Meyn S P, Tweedie R L. Markov chains and stochastic stability [M]. Springer-Verlag, 1993.
- [16] Press W H, Teukolsky S A, Vetterling W T, et al. Numerical recipes—the art of scientific computing [M]. 3rd ed. Cambridge University Press, 2007.