

基于压缩估计的单星观测定轨方法*

潘晓刚^{1,2}, 刘靖³, 王炯琦¹, 周海银¹

- (1. 国防科技大学 指挥军官基础教育学院, 湖南长沙 410073;
2. 航天飞行动力学技术重点实验室, 北京 100086;
3. 湖南涉外经济学院, 湖南长沙 410205)

摘要:分析了单星观测模式下的天基测控系统的可行性,并针对该观测模式下轨道确定中法矩阵的特点,提出了一种基于压缩估计的定轨方法,对法矩阵进行压缩变换,避免了法矩阵奇异造成的误差传递。证明了当满足一定条件时,该压缩方法的估计精度要高于传统的定轨方法。结合单星观测的特殊性,提出了误差传递因子,设计了单星观测下的压缩估计定轨算法。最后以单星模式下的天基测控系统作为仿真背景进行了仿真试验。结果表明,该压缩估计可有效提高单星观测模式下轨道确定的精度。

关键词:天基测控;压缩估计;状态转移;误差传递

中图分类号:V412.4⁺1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)05-0031-06

The method for orbit determination of single satellite observation based on constrigent estimation

PAN Xiaogang^{1,2}, LIU Jing³, WANG Jiongqi¹, ZHOU Haiyin¹

- (1. College of Basic Education, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Science and Technology on Aerospace Flight Dynamics Laboratory, Beijing 100086, China;
3. Hunan International Economics University, Changsha 410205, China)

Abstract: Feasibility of Space-based Tracking Telemetry and Command System (TT&C) based on single satellite was analyzed. A new orbit determination method based on constrigent estimation was proposed according to the mode of single satellite observation. In the process of the orbit determination, the law matrix was availably transformed by the constrigent estimation to restrain error of singularity caused by law matrix. It was proved that the precision of constrigent estimation is higher than the traditional method under the given conditions. Then the error transmitting coefficient (ETC) of observation was proposed, on the basis of the special characteristics of the single satellite observation, and the algorithm of orbit determination was designed. Finally the new method of constrigent estimation was proved to be able to improve the precision of orbit determination in the mode of single satellite observation.

Key words: space based tracking telemetry and command; shrunken estimation; state transform; error transmitting

地基测控受地球曲率和国家地域的限制,测控覆盖率低,多目标测控能力差,严重制约了地基测控能力,因此天基测控是未来测控系统的必然发展趋势。

天基测控是地面控制中心通过在轨运行的卫星或卫星网络,利用星地、星星通信链路向其他航天器传输遥测、遥控指令、图像及测控数据,并最终实现脱离地面测控网管理其他卫星的过程。天基测控的主要思想是以卫星管理、控制合作卫星,搜索、识别、跟踪并编目非合作卫星。天基测控系统包括跟踪与数据中继卫星系统、区域导航系统等。美国、俄罗斯、日本和欧洲都建立有基于跟踪

与数据中继卫星的天基测控系统,2008年9月,我国“神舟7号”飞船、“天链1号”中继卫星和地面中心的成功数据传输,也开启了我国天基测控的时代。对于非合作卫星,天基测控系统主要包括天基监视系统、天基预警系统等。如美国正在筹建中的天基红外系统(SBIRS)、天基空间目标监视系统(SBSS)等。

单星观测模式是开展天基测控的基础性研究,分析单星模式下的定轨方程、测量数据结构、误差传播等问题对于构建多星观测的天基测控系统具有重要意义。美国在1996年发射了MSX卫星,以此验证天基可见光相机(SBV)的探测能力,

* 收稿日期:2013-01-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61004081);航天飞行动力学技术重点实验室开放基金资助项目(2012afdl008);湖南省教育厅科研项目(11C0787)

作者简介:潘晓刚(1979—),男,山东安丘人,副教授,博士,E-mail:panxiaogang_nudt@163.com

并进行了单星对同步轨道目标的搜索、跟踪和定轨试验^[1-4]。文献[3]利用30天的天基测量数据进行同步轨道目标轨道确定,精度达到1km以内,但没有对其他低轨目标进行跟踪能力和定轨能力的测试。文献[5]研究了基于同步卫星的低轨卫星定轨方法,文献[6-7]研究了基于北斗一号系统的天基测控系统实施方案,但都基于合作目标,目标卫星上装有接收机,可以准确获得距离信息。本文以单星光学观测的天基测控系统为背景,系统研究单星光学观测模式和误差传播形式,并提出一种适合于天基测控的压缩估计定轨算法,能有效提高目标卫星轨道确定精度。

1 基于单星观测的天基测控系统设计

1.1 单一天基光学传感器观测模式分析

一颗天基卫星很难实现对所有目标的探测与跟踪,因此,根据任务需求不同,可分为固定区域和地球同步带两种搜索模式^[8]。

(1) 固定区域

固定区域搜索是指天基光学相机始终指向地面控制中心设定的恒星,当目标经过相机视野时,记录图像,并下传至地面控制中心,如果为感兴趣目标,则采用闭环跟踪(图1)。固定区域搜索模式可以避免天光背景过亮区域,容易捕获目标。

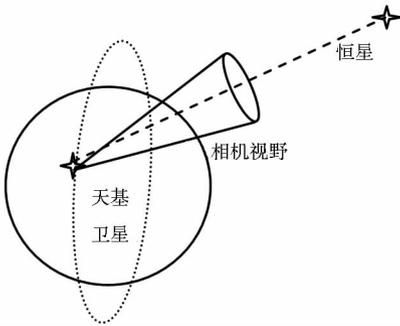


图1 天基光学相机固定区域模式示意图

Fig.1 The sketch map of fixed scan area of SBV

(2) 地球同步带

地球同步带是指光学传感器指向同步轨道方向 Pinch point,由于所有倾角在 0° 附近的同步轨道目标和大部分倾角小于 15° 的同步轨道目标都会经过该区域,所以地球同步带搜索模式几乎可以监视所有的同步轨道目标。

1.2 观测模型

虽然天基光学传感器的搜索模式不唯一,但天基卫星对目标卫星的观测模型是一致的。设天基卫星在J2000坐标系下的坐标为 $(X(t), Y(t), Z(t), V_X(t), V_Y(t), V_Z(t))^T$,目标卫星在J2000

坐标系下的坐标为: $(x(t), y(t), z(t), v_x(t), v_y(t), v_z(t))^T$,目标卫星在天基卫星本体坐标系下的坐标为 $(x_b(t), y_b(t), z_b(t), v_{x_b}(t), v_{y_b}(t), v_{z_b}(t))^T$,天基光学相机获得的图像经过处理可得到目标卫星在天基卫星本体坐标系下的俯仰角和方位角, t 时刻的观测方程可表示为

$$\alpha(t) = \arctan\left(\frac{z_b}{\sqrt{x_b^2 + y_b^2}}\right) + \varepsilon_\alpha(t) \quad (1)$$

$$\beta(t) = \arctan\left(\frac{y_b}{x_b}\right) + \varepsilon_\beta(t) \quad (2)$$

简记为

$$H_b = G_b(x_b, y_b, z_b, t) + \varepsilon_b(t) \quad (3)$$

为简化推导过程,假设观测数据已经处理为惯性空间的角度,即

$$H = G(x, y, z, t) + \varepsilon(t) \quad (4)$$

1.3 动力学模型

在J2000惯性坐标系下,卫星动力学模型可描述为

$$\begin{cases} \dot{r} = F(r, t) \\ r(t_0) = r_0 \end{cases} \quad (5)$$

其中 $r = (x, y, z, v_x, v_y, v_z, b_1, \dots, b_{p-6})^T$ 为卫星的状态向量, b_1, \dots, b_{p-6} 为待估计的动力学模型参数。

假定 t 时刻状态矢量的初始值 r^* 与实际轨道足够接近,则实际轨道就可以在 r^* 处进行泰勒展开,得

$$F(r, t) = F(r^*, t) + \left(\frac{\partial F}{\partial r}\right)\Bigg|_{r=r^*} \Delta r(t) + \dots \quad (6)$$

$$\Delta r(t) = r(t) - r^*(t), \text{ 令 } A(t) = \left(\frac{\partial F}{\partial r}\right)\Bigg|_{r=r^*}$$

则式(6)可写为

$$\Delta \dot{r}(t) = A(t) \Delta r(t) \quad (7)$$

则根据微分方程理论,式(7)的解为

$$\Delta r(t) = \Phi(t, t_0) \Delta r(t_0) \quad (8)$$

其中 $\Phi(t, t_0)$ 为状态转移矩阵。

2 定轨算法及精度分析

2.1 定轨算法

根据式(8)状态转移矩阵, t 时刻轨道状态可表示为

$$r(t) = \Phi(t, t_0) \cdot r(t_0)$$

观测方程可写为

$$H = G(r, t) + \varepsilon(t) = \tilde{G}(r_0, t, t_0) + \varepsilon(t) \quad (9)$$

对方程(9)在近似轨道 r^* 附近泰勒展开得

$$H = \tilde{G}(r_0^*, t, t_0) + \left.\frac{\partial \tilde{G}}{\partial r_0}\right|_{r_0=r_0^*} \Delta r_0 + \varepsilon(t)$$

令

$$\begin{cases} h = H - \tilde{G}(r_0^*, t, t_0) \\ B = \left. \frac{\partial \tilde{G}}{\partial r_0} \right|_{r_0=r_0^*} \end{cases}$$

观测方程简记为

$$h = B \cdot \Delta r_0 + \varepsilon(t) \quad (10)$$

其中 $B = \left. \frac{\partial \tilde{G}}{\partial r_0} \right|_{r_0=r_0^*} = \left. \frac{\partial G}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r_0} \right|_{r_0=r_0^*}$

由最小二乘法,得到

$$\Delta r_0 = (B^T W B)^{-1} B^T W^T h \quad (11)$$

其中, W 是权矩阵。

上式得到的是初始轨道的改进值,可以通过高斯牛顿法迭代得到精确解。

2.2 误差分析

天基测控环境下,天基卫星对目标卫星的光学测量不需要进行蒙气差修正,而且天光背景可以事先进行计算,图像提取不易受到噪声污染,但天基测量平台误差、姿态误差、设备标校误差等难以达到地基测量的精度,因此,天基测量的主要测量误差是系统误差,分析系统误差对定轨精度的影响对于提高定轨精度具有重要意义。

式(9)是卫星初始状态向量的函数,即

$$H = \tilde{G}(r_0, t, t_0)$$

测量误差对初始历元轨道确定精度的影响因子定义为

$$\sigma_{s0} = K \sigma_\varepsilon = \left(\frac{1}{|\text{grad} \tilde{G}|} \right) \sigma_\varepsilon$$

方位角影响函数可描述为

$$\begin{aligned} J_\alpha(t) &= \left(\frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial x_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial y_0} \right)^2 \\ &+ \left(\frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial z_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial v_{x0}} \right)^2 \\ &+ \left(\frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial v_{y0}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial v_{z0}} \right)^2 \\ &= \left(\frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial x_0}, \dots, \frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial v_{z0}} \right) \\ &\cdot \left(\frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial x_0}, \dots, \frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial v_{z0}} \right)^T \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{G}_\alpha(r_0, t, t_0)}{\partial r_0} &= \frac{\partial G_\alpha(r, t)}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r_0} \\ &= \left(\frac{-y}{x^2 + y^2}, \frac{x}{x^2 + y^2}, 0, 0, 0, 0 \right) \cdot \frac{\partial r}{\partial r_0} \end{aligned} \quad (12)$$

同理,俯仰角影响函数描述为

$$J_\beta(t) = \left(\frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial x_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial y_0} \right)^2$$

$$\begin{aligned} &+ \left(\frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial z_0} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial v_{x0}} \right)^2 \\ &+ \left(\frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial v_{y0}} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial v_{z0}} \right)^2 \\ &= \left(\frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial x_0}, \dots, \frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial v_{z0}} \right) \\ &\cdot \left(\frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial x_0}, \dots, \frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial v_{z0}} \right)^T \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{G}_\beta(r_0, t, t_0)}{\partial r_0} &= \frac{\partial G_\beta(r, t)}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial r_0} \\ &= \left(\frac{-xz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \frac{-yz}{(x^2 + y^2)^{3/2}}, \frac{1}{\sqrt{(x^2 + y^2)}}, 0, 0, 0 \right) \cdot \frac{\partial r}{\partial r_0} \end{aligned} \quad (13)$$

则观测误差对初始值的误差传播因子为

$$K = \sqrt{\sum_{t=t_0}^{t_n} \left(\left(\frac{1}{J_\alpha(t)} \right)^2 + \left(\frac{1}{J_\beta(t)} \right)^2 \right)} \quad (14)$$

3 压缩估计

3.1 压缩估计的提出

James-Stein 提出当随机向量维数大于 2 时, MSE 准则下,最小二乘估计不是容许估计,也即一定存在一种估计要优于最小二乘估计^[9]。我们在轨道改进值上乘一个压缩因子 L 。记

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{r} &= L \cdot \Delta \hat{r} = L \cdot (B^T W B)^{-1} B^T W^T h, \\ \text{MSE}(L \Delta \hat{r}) &= E(\|L(\Delta \hat{r} - \Delta r) - (1 - L)\Delta r\|^2) \\ &= L^2 E(\|\Delta \hat{r} - \Delta r\|^2) + (1 - L)^2 \|\Delta r\|^2 \end{aligned}$$

可以证明一定存在点 L^* ,使得

$$\text{MSE}(L^* \Delta \hat{r}) \leq \text{MSE}(1 \cdot \Delta \hat{r})$$

令 $\frac{\partial \text{MSE}(L \Delta \hat{r})}{\partial L} = 0$, 可求得

$$L^* = \frac{\|\Delta r\|^2}{\sigma^2 \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} + \|\Delta r\|^2} \quad (15)$$

以 $\Delta r, \sigma^2$ 的估计值代替,构造压缩估计如下^[9]:

$$\Delta \tilde{r} = \frac{\|\Delta \hat{r}\|^2 \cdot \Delta \hat{r}}{\frac{(h - \hat{h})^T (h - \hat{h})}{n - p} \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \cdot \varphi + \|\Delta \hat{r}\|^2} \quad (16)$$

φ 为调节因子。

定义式(16)压缩估计为 SLSE 估计。

下面的定理证明了 SLSE 估计所满足的条件。我们仿照重 K 类估计的证明思路^[9],得到定理如下:

定理 SLSE 估计当 $0 < \varphi \leq 2 - 4d$ 时,且 $d \leq 1/2$ 时, $\text{MSE}(\Delta \tilde{r}) \leq \text{MSE}(\Delta \hat{r})$, $d = \lambda_1 / \text{tr}(\Lambda^{-1})$

证明

对观测矩阵 B 进行奇异值分解为 $B = H\Lambda^{1/2}G^T, Z = H\Lambda^{1/2}, \alpha = G^T\Delta r,$

$$\Delta r = (B^T B)^{-1} B^T h = G(\Lambda^{1/2} H^T h) \equiv Ga \quad (17)$$

$$h = B \cdot \Delta r + \varepsilon$$

将 SLSE 估计形式改写为

$$\Delta \tilde{r} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{(h - \hat{h})^T (h - \hat{h}) \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \cdot \varphi}{n - p} \\ \frac{(h - \hat{h})^T (h - \hat{h}) \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \cdot \varphi + \|\Delta \hat{r}\|^2}{n - p} \end{pmatrix} \cdot \Delta \hat{r} \quad (18)$$

令 $s = \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \frac{(h - \hat{h})^T (h - \hat{h})}{n - p}$, 将式(17)代入式(18), 得到

$$\Delta \tilde{r} = \left(1 - \frac{s \cdot \varphi}{s \cdot \varphi + a^T a}\right) \cdot Ga \quad (19)$$

令

$$\hat{\alpha} = \left(1 - \frac{s \cdot \varphi}{W_2}\right) \cdot a \quad (20)$$

其中, $W_2 = s \cdot \varphi + a^T a$

可以证明 $E(a) = \alpha, Var(a) = \sigma^2 \Lambda^{-1},$
 $E((\Delta \hat{r} - \Delta r)^T (\Delta \hat{r} - \Delta r)) = E((a - \alpha)^T (a - \alpha))$
 $E((\Delta \tilde{r} - \Delta r)^T (\Delta \tilde{r} - \Delta r)) = E((\hat{\alpha} - \alpha)^T (\hat{\alpha} - \alpha))$
 要证明

$E((\Delta \tilde{r} - \Delta r)^T (\Delta \tilde{r} - \Delta r)) \leq E((\Delta \hat{r} - \Delta r)^T ((\Delta \hat{r} - \Delta r)))$
 只需要证明

$E((\hat{\alpha} - \alpha)^T ((\hat{\alpha} - \alpha))) \leq E((a - \alpha)^T (a - \alpha))$
 记 $\hat{\alpha}_i$ 为 $\hat{\alpha}$ 的第 i 个分量, 由式(20) 得到

$$\hat{\alpha}_i = \left(1 - \frac{s \cdot \varphi}{W_2}\right) \cdot a_i$$

而 $\hat{\alpha}_i - \alpha_i = (a_i - \alpha_i) - \frac{s \cdot \varphi}{W_2} a_i$, 因此,

$$E(\hat{\alpha}_i - \alpha_i)^2 = E(a_i - \alpha_i)^2 + \varphi^2 E\left(\frac{s^2}{W_2^2} a_i^2\right) - 2\varphi E\left(\frac{s}{W_2} a_i (a_i - \alpha_i)\right)$$

因为 $a_i \sim N\left(\alpha_i, \frac{\sigma^2}{\lambda_i}\right)$, 且 a, s 独立, 则

$$E\left(\frac{1}{W_2} a_i (a_i - \alpha_i)\right) = \int \frac{1}{W_2} x_i (x_i - \alpha_i) \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \frac{\sigma}{\lambda_i^{1/2}}} e^{-\frac{(x_i - \alpha_i)^2}{2 \frac{\sigma^2}{\lambda_i}}} dx$$

由分步积分法得到

$$E\left(\frac{s}{W_2} a_i (a_i - \alpha_i)\right) = \frac{\sigma^2}{\lambda_i} E\left(\frac{s}{W_2} - 2a_i^2 \frac{s}{W_2}\right)$$

因此

$$E(\hat{\alpha}_i - \alpha_i)^2 = \frac{\sigma^2}{\lambda_i} + \varphi^2 E\left(\frac{s^2}{W_2^2} a_i^2\right) - 2\varphi \frac{\sigma^2}{\lambda_i} E\left(\frac{s}{W_2} - 2a_i^2 \frac{s}{W_2}\right)$$

$$= \frac{\sigma^2}{\lambda_i} + \varphi E\left(\frac{s}{W_2} \left(\frac{\varphi s}{W_2} a_i^2 - 2 \frac{\sigma^2}{\lambda_i} + 4 \frac{\sigma^2}{\lambda_i} a_i^2 \frac{1}{W_2}\right)\right) \quad (21)$$

由式(21) 可得

$$E(\hat{\alpha} - \alpha)^T (\hat{\alpha} - \alpha) = \sum_{i=1}^p \frac{\sigma^2}{\lambda_i} + \varphi^2 E\left(\frac{s^2}{W_2^2} a_i^2\right) - 2\varphi \frac{\sigma^2}{\lambda_i} E\left(\frac{s}{W_2} - 2a_i^2 \frac{s}{W_2}\right)$$

$$= \sum_{i=1}^p \frac{\sigma^2}{\lambda_i} + \varphi E\left(\frac{s}{W_2} \left(\frac{\varphi s}{W_2} \sum_{i=1}^p a_i^2 - 2 \sum_{i=1}^p \frac{\sigma^2}{\lambda_i} + 4 \sum_{i=1}^p \frac{\sigma^2}{\lambda_i} a_i^2 \frac{1}{W_2}\right)\right)$$

$$= \sigma^2 \text{tr} \Lambda + \varphi E\left(\frac{s}{W_2} \left(\frac{\varphi s}{W_2} a^T a - 2\sigma^2 \text{tr} \Lambda^{-1} + \frac{4\sigma^2}{W_2} a^T \Lambda a\right)\right)$$

$$E(\hat{\alpha} - \alpha)^T (\hat{\alpha} - \alpha) - E(a - \alpha)^T (a - \alpha) = \varphi E\left(\frac{s}{W_2} \left(\frac{\varphi s}{W_2} a^T a - 2\sigma^2 \text{tr} \Lambda^{-1} + \frac{4\sigma^2}{W_2} a^T \Lambda a\right)\right)$$

$$\leq \varphi E\left(\frac{s}{W_2} (\varphi s - 2\sigma^2 \text{tr} \Lambda^{-1} + 4\sigma^2 \lambda_1)\right)$$

$$\leq \varphi E\left(\frac{1}{W_2}\right) E(\varphi s^2 - 2s\sigma^2 \text{tr} \Lambda^{-1} + 4s\sigma^2 \lambda_1) \quad (22)$$

由于

$$Es = \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \frac{E(h - \hat{h})^T (h - \hat{h})}{n - p} = \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \sigma^2$$

式(22) ≤ 0 的必要条件是

$$\varphi E\left(\frac{1}{W_2}\right) E(\varphi s - 2\sigma^2 \text{tr} \Lambda^{-1} + 4\sigma^2 \lambda_1) \leq 0$$

$$\varphi \text{tr} \Lambda^{-1} \sigma^2 - 2\sigma^2 \text{tr} \Lambda^{-1} + 4\sigma^2 \lambda_1 \leq 0$$

即

$$\begin{cases} 0 < \varphi \leq 2 - 4d \\ d \leq 1/2 \end{cases} \quad (23)$$

其中, $d = \lambda_1 / \text{tr}(\Lambda^{-1})$

证毕。

该定理说明当最小二乘法矩阵满足条件(23) 时, 在 MSE 准则下, SLSE 估计要优于最小二乘估计。

3.2 基于 SLSE 估计的定轨迭代算法

由于实际应用中, 得不到 $\Delta r, \sigma^2$ 的真实值, 首次迭代时可以用最小二乘估计值代替。基于压缩估计的轨道确定算法可设计如下:

Step1: 选择轨道动力学模型, 并以 t_0 时刻的概略轨道根数 r_0^* 为初始值, 按 Adams-Cowell 积分算法积分轨道, 得到轨道 r^* ;

Step2: 在轨道概略初值上每一方向加一小扰动 $\delta_i (i = 1, \dots, 6)$, 按 Step1 计算轨道 r_i^* , 按照式(13) 计算卫星状态转移矩阵。并按照式(11) 组成最小二乘轨道确定模型。

Step3: 计算天基卫星和目标卫星的相对距

离,剔除 $\Delta x \approx \Delta y, \Delta x \approx \Delta y \approx \Delta z$ 时的观测资料,计算误差传播因子,设定阈值,当 $K(t) \geq K_\sigma$ 时,剔除 t 时刻观测数据;同时按照最小二乘法求解轨道初值改进值 $\Delta \hat{r}_0$,最小二乘计算的轨道初值为: $\hat{r}_0 = r_0^* + \Delta \hat{r}_0$,计算观测残差的方差,

$$s^2 = \frac{\|h - B\Delta \hat{r}_0\|}{n - p};$$

Step4: 计算 $d = \lambda_1/\text{tr}(\Lambda^{-1})$, if $d > 1/2$, 令 $r_0^* = \hat{r}_0$, 转向 Step1; if $d \leq 1/2$, 转向 Step5;

Step5:

$$\Delta \tilde{r}^{(1)} = \frac{\|\Delta \hat{r}\|^2 \cdot \Delta \hat{r}}{\frac{(h - \hat{h})^T (h - \hat{h})}{n - p} \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \cdot \varphi + \|\Delta \hat{r}\|^2}$$

$$\Delta \tilde{r}^{(j+1)} = \frac{\|\Delta \tilde{r}^{(j)}\|^2 \cdot \Delta \tilde{r}^{(j)}}{\frac{(h - \tilde{h})^T (h - \tilde{h})}{n - p} \sum_{i=1}^p \lambda_i^{-1} \cdot \varphi + \|\Delta \tilde{r}^{(j)}\|^2}$$

表 1 天基卫星和目标卫星星历表

Tab. 1 The ephemeris table of space based satellite and user satellite

类型	轨道高度 (km)	偏心率	轨道倾角 (°)	升交点赤经 (°)	近地点幅角 (°)	平近点角 (°)
天基卫星	829	0.00101	90	20	70	10
低轨卫星 1	791.98	4.262E-4	98.5496	13.0121	123.2966	15
低轨卫星 2	529	0.0014	73.88	10.31	20.74	15
低轨卫星 3	610	0.00101	90	20	70	10
中轨卫星	15629	0.001	63	10	20	15
同步卫星	36000	0	0	90	90	180

4.2 定轨结果及分析

为验证本文的 SLSE 估计方法,同时为验证单星观测模式下的天基测控定轨能力,分别按传

If $\Delta OC^{(j+1)} = (h - \tilde{h}^{(j+1)}) - (h - \tilde{h}^{(j)}) \leq \sigma_A$, 输出轨道改进值,计算卫星轨道。否则转向 Step1。

4 仿真实验

4.1 仿真条件

仿照美国 SBV 监视卫星设计,将天基卫星设为极地轨道,为验证本文提出的误差传播因子以及 SLSE 估计算法,目标卫星分别设为不同的轨道高度。观测方式采用光学相机固定区域观测,具体仿真星历见表 1,其中仿真标准星历采用的动力学模型取引力场 JGM3 模型(10 × 10)、大气阻力摄动、N 体引力摄动;观测时间为 1 天、采样频率 0.033Hz;仿真计算中初始概略轨道取 50km 的误差。

统最小二乘法和 SLSE 估计法对不同高度的目标卫星进行统计定轨,定轨误差结果见表 2 和图 2。

表 2 不同定轨方法下的定轨结果

Tab. 2 The orbit determination results with difference methods

卫星	方法	定轨位置误差 (m)			
		Δx	Δy	Δz	总误差
低轨 卫星 1	LSE	8.38E1	7.59E1	2.2E2	247.3525
	SLSE	6.58E1	4.45E1	9.1E1	120.7928
低轨 卫星 2	LSE	6.79E1	1.58E2	7.26E1	186.6686
	SLSE	4.92E1	7.84E1	6.11E1	110.9072
低轨 卫星 3	LSE	1.17E2	1.54E2	5.23E1	200.3504
	SLSE	6.02E1	3.05E1	6.54E1	93.97579
中轨 卫星	LSE	2.46E2	3.35E2	2.12E2	466.5673
	SLSE	9.39E1	1.42E2	1.96E2	259.6097
高轨 卫星	LSE	7.39E2	8.83E2	1.08E2	1156.492
	SLSE	2.39E2	4.43E2	1.12E2	515.6685

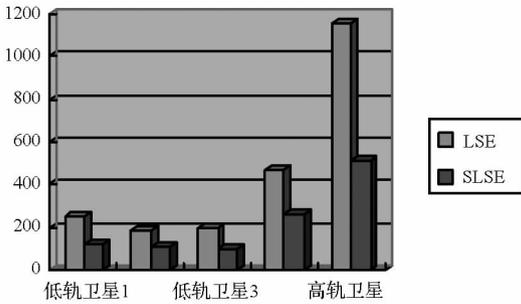


图 2 不同定轨方法的定轨精度比较图

Fig. 2 The comparative map of orbit determination precision with different methods

分析:在初始概略轨道误差 50km 时,低轨卫星 3 不能完成轨道确定,定轨过程发散,但是在初始概略误差达到 50 米时,可以收敛,说明低轨卫星 3 对初始误差的依赖性比较大。对于不同高度的卫星都能达到有效的定轨精度,但由于单星观测的特殊性,误差传播受几何结构影响较大,因此,对于单星观测的天基测控系统而言,采用压缩估计的定轨精度要优于传统定轨方法。

5 结论

天基测控系统是未来卫星管理监视的主要发展方向,单星观测作为天基测控系统的根本和基础,在天基星座设计等方面起着重要的作用,本文分析了单星观测条件下的目标定轨情况,推导了光学观测的误差传播因子,提出了适应于单星观测的压缩估计定轨算法,证明了在一定条件下,该算法优于传统最小二乘定轨方法。仿真试验证明,单星观测可以确定不同高度的目标卫星轨道,定轨精度随着目标高度的增加而降低。

值得说明的是,天基测控条件下目标卫星的定轨精度不仅与星间相对几何位置有关,还与天基卫星的自身定轨精度、测量模式、采样频率等相关,本文仅考虑了星间相对几何位置的传播系数。

参考文献 (References)

- [1] United States Air Force, Scientific Advisory Board. Report on space surveillance, asteroids and comets, and space debris [R]. 1997;3-5.
- [2] Sharma J. Space surveillance with the spaced-based visible sensor [R]. MIT Lincoln Laboratory, 2000;1-5.
- [3] Stokes G H, von Braun C, et al. The space-based visible program [J]. Lincoln Laboratory Journal, 1998, 11: 205-207.
- [4] Sharma J, Stokes G H, von Braun C. Toward operational space-based space surveillance [J]. Lincoln Laboratory Journal, 2002, 13: 309-313.
- [5] 潘晓刚,周海银,赵德勇. 基于 TDRSS 的低轨卫星定轨方法研究 [J]. 宇航学报, 2006, 27(2): 50-54.
PAN Xiaogang, ZHOU Haiyin, ZHAO Deyong. Research on the LEO satellite determination based on tracking and data relay satellite system [J]. Journal of Astronautics, 2006, 27(2): 50-54. (in Chinese)
- [6] 胡松杰,刘林,陈力. 双星定位系统中低轨卫星定轨中的应用 [J]. 天文学报, 2002, 43(3): 293-301.
HU Songjie, LIU Lin, CHEN Li. The application of bi-satellite positioning system to LEO or MEO satellite orbit determination [J]. Acta Astronomica Sinica, 2002, 43(3): 293-301. (in Chinese)
- [7] 何雨帆,王家松,李远平,等. 基于北斗一号的卫星天基测控技术及应用 [J]. 武汉大学学报, 2012, 37(4): 441-444.
HE Yufan WANG Jiasong LI Yuanping, et al. Technique and application of space-based TT&C for LEOs based on compass-1 system [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2012, 37(4): 441-444. (in Chinese)
- [8] 潘晓刚,李济生,段晓君,等. 天基空间目标监视与跟踪系统轨道确定技术研究 [J]. 自然科学进展, 2008, 18(11): 1226-1239.
PAN Xiaogang, LI Jisheng, DUAN Xiaojun, et al. Research on the technology of orbit determination based on space based surveillance system [J]. Progress in Natural Science, 2008, 18(11): 1226-1239. (in Chinese)
- [9] 张金槐. 线性模型参数估计及其改进 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1999.
ZHANG JinHuai. The parameter estimation of linear model and its improvement [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1999. (in Chinese)