

战斗机隐蔽接敌轨迹优化方法*

付昭旺, 于雷, 李战武, 李飞

(空军工程大学 航空航天工程学院 陕西 西安 710038)

摘要:针对空战对抗的隐蔽作战需求,对战斗机隐蔽接敌方法进行研究。基于战斗机雷达反射截面积的动态特性建立雷达探测威胁模型,以空战态势参数为状态建立接敌引导模型,以给定目标发现概率为暴露阈值进行威胁约束,以最小化接敌过程中累积被发现概率为性能指标,将战斗机隐蔽接敌问题建立为隐蔽性约束下的最优控制问题模型。为保证算法的实时性和有效性,引入滚动时域控制策略进行在线优化,并采用高斯伪谱法进行数值求解。仿真实验表明,通过路径约束和性能指标双重约束,能有效增强战斗机接敌的隐蔽性,算法实时性能满足战斗机控制的需求。

关键词:隐蔽接敌;轨迹优化;探测威胁;高斯伪谱法;滚动时域控制

中图分类号:V448.13 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)05-0052-07

The trajectory optimization method for fighter stealthy approach

FU Zhaowang, YU Lei, LI Zhanwu, LI Fei

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: Stealthy approach method of fighter was researched for the requirement of concealment counterwork in air combat. Detection threat model for radar was constructed based on dynamic trait for Radar Cross Section (RCS). Guidance model was constructed based on parameters for situation description in air combat. An optimal control was formulated for stealthy approach problem of fighter, in which performance index is built by minimizing detection probability and threat restriction is given by critical exposed distance under given detection probability. Receding Horizon Control (RHC) was introduced for online optimization and Gauss Pseudo-spectral Method (GPM) was adopted for numerical solution to assure the real-time resolution requirement. Simulation result shows that stealthy approach ability is greatly enhanced for fighter by adopting both path restriction and performance index restriction, and the model resolution time can satisfy the real-time requirement for fighter control.

Key words: stealthy approach; trajectory optimization; detection threat; Gauss Pseudo-spectral Method (GPM); Receding Horizon Control (RHC)

随着信息域对抗需求的日益提升,信息控制与反控制逐渐成为空战对抗的焦点,战斗机的隐身能力在空战对抗中的优势日益凸显^[1]。良好的隐身能力能够压制敌方决策和行动能力,从而获得作战优势。战斗机隐身性能的发挥,不仅需要解决材料和外形隐身设计问题,同时需要研究其战术使用问题,只有技术手段和战术手段有机结合并综合使用,才能最大限度发挥战斗机的隐蔽作战能力。战斗机隐蔽接敌是指战斗机通过机动来主动规避目标探测威胁,战术隐蔽接敌属于轨迹优化问题,即根据敌我态势变化求得隐蔽性最优的接敌轨迹。文献[2-3]分别对战术飞行轨迹优化的一般模型和数值求解方法进行了综述,文献[4]研究了针对动态目标的战术轨迹优

化模型,并给出了基于非线性规划的求解方法。文献[5-6]对低空突防的轨迹优化问题进行了研究,但是仅考虑了地面静态威胁,没有考虑威胁的动态性。文献[7]提出了一种基于马尔科夫决策强化学习的隐蔽接敌策略,考虑了动态威胁约束,但是由于飞行策略的有效性 with 样本数量直接相关,状态采样面临维数灾问题,算法有效性和计算效率难以兼顾。

基于此,本文提出一种在线控制的隐蔽接敌轨迹优化方法,将隐蔽接敌问题转化为隐蔽性约束下的轨迹优化问题。以空战态势参数为状态建立战斗机引导模型,将轨迹优化问题建立为终端时刻未知的最优控制问题模型,并基于目标探测威胁给出路径约束和隐蔽指标约束,为满足实时

* 收稿日期:2013-03-04

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61172083);航空科学基金资助项目(20095196012)

作者简介:付昭旺(1985—),男,湖南新宁人,博士研究生,E-mail:fuzhaowang123@yahoo.cn;

于雷(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:leiyu@aliyun.com

性需求,采用滚动时域控制(Receding Horizon Control, RHC)及基于高斯伪谱法的数值解法进行模型求解。

1 空中目标探测威胁建模

1.1 雷达发现概率模型

将机载雷达作为战斗机的探测威胁进行建模,雷达作用距离方程为^[8]

$$R_{\max} = \left[\frac{P_t \cdot G_t^2 \cdot \lambda^2 \cdot \sigma}{(4\pi)^3 \cdot (SNR)_{\min} \cdot N \cdot L} \right]^{\frac{1}{4}} \quad (1)$$

式中, P_t 为雷达发射机功率, G_t 为定向天线发射功率, λ 为雷达辐射波的波长, σ 为目标雷达反射截面积(Radar Cross Section, RCS), $(SNR)_{\min}$ 为发现概率 \hat{P}_d 对应的雷达最小可检测性噪比, N 表示系统噪声功率, L 表示雷达系统传播路径损耗。

根据文献[8]对雷达方程进行简化,将方程中与雷达波传播路径无关的参数采用雷达“系统特征常数”来代替,定义为

$$C_s = \frac{P_t \cdot G_t^2 \cdot \lambda^2}{(4\pi)^3 \cdot (SNR)_{\min} \cdot N} \quad (2)$$

通常, $(SNR)_{\min}$ 是在 \hat{P}_d 下指定的,针对 RCS 为 $\sigma(\hat{P}_d)$ 的目标,如果雷达的最大探测距离为 $R_{\max}(\hat{P}_d)$,则根据定义有

$$C_{s(\hat{P}_d)} = C_1 / (SNR)_{\min}(\hat{P}_d) \quad (3)$$

式中, $C_1 = \frac{P_t \cdot G_t^2 \cdot \lambda^2}{(4\pi)^3 N}$ 称为第一特征常数,代入可得

$$C_{s(\hat{P}_d)} = (L \cdot R_{\max}^4(\hat{P}_d)) / \sigma(\hat{P}_d) \quad (4)$$

因此,雷达第一特征常数可表示为

$$C_1 = (R_{\max}^4(\hat{P}_d) \cdot (SNR)_{\min}(\hat{P}_d) L) / \sigma(\hat{P}_d) \quad (5)$$

根据雷达探测原理,雷达对距离 R 处 RCS 为 σ 的目标的探测回波信噪比为

$$SNR = (C_1 \cdot \sigma) / (R^4 \cdot L) \quad (6)$$

假设 RCS 服从 Swefling-1 波动模型,设雷达虚警概率为 P_{fa} ,可得雷达对目标的发现概率为

$$P_d = P_{fa}^{\frac{1}{1+SNR}} \quad (7)$$

显然,雷达性能一定时,雷达发现概率主要与目标暴露的 RCS 值密切相关。

1.2 战斗机 RCS 分布特性

战斗机 RCS 是一个涉及多方面因素的复杂变量,分布特性较为复杂,战斗机 RCS 大小与战斗机的暴露姿态相关,可以认为是俯仰角 θ 和方位角 φ 的非线性函数^[9]。如图 1 所示为典型战斗机 RCS 分布的模拟曲线(飞机机头为 0° 方向)。

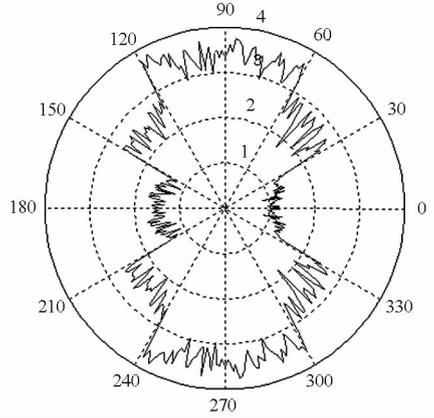


图1 典型战斗机 RCS 分布(水平面)

Fig. 1 RCS distribution of typical fighter

由于战斗机的 RCS 与暴露姿态相关,因此,在探测雷达性能一定时,依据战斗机相对于探测雷达的姿态角就能预估该状态下被探测的概率。

1.3 战斗机暴露姿态角计算

以 A 和 R 分别表示战斗机和探测雷达,给出 A 与 R 的空间关系如图 2 所示, R 所在的飞机坐标系记为 $O_R X_F Y_F Z_F$,不考虑雷达安装角, A 的飞机坐标系记为 $O_A X_E Y_E Z_E$, φ_a 、 θ_a 和 μ_a 分别为 A 的航向角、俯仰角和滚转角, r 、 u 和 v 分别为 R 相对于 A 的距离、方位角和俯仰角。

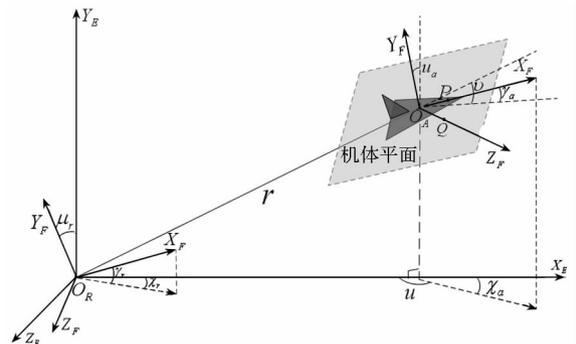


图2 目标与探测雷达的空间关系

Fig. 2 Space relationship of target and detection radar

设 $O_A X_E Y_E Z_E$ 和 $O_R X_F Y_F Z_F$ 分别为 A 和 R 所在的地理坐标系,记 $O_A X_F Y_F Z_F$ 到 $O_A X_E Y_E Z_E$ 的转换矩阵为 $T_{c,f}(\mu_a, \theta_a, \varphi_a)$ 。为简便计,忽略地球曲率的影响,则 $O_R X_E Y_E Z_E$ 和 $O_A X_E Y_E Z_E$ 的坐标轴指向相同,两者仅存在平移关系,且 $O_A X_E Y_E Z_E$ 向 $O_R X_E Y_E Z_E$ 转换的坐标平移量为

$$P_a = \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ z_a \end{bmatrix} = -T_{c,f}(\mu_a, \theta_a, \varphi_a) \begin{bmatrix} r \cos v \cos u \\ r \sin v \\ -r \cos v \sin u \end{bmatrix} \quad (8)$$

将 $O_A X_F Y_F Z_F$ 下的自由矢量 X_a 转换到 $O_R X_E Y_E Z_E$ 下的表达式为

$$X_e = T_{c,f}(\mu_a, \gamma_a, \chi_a) X_a + P_a \quad (9)$$

在 $O_A X_F Y_F Z_F$ 取 $P(1,0,0), Q(0,0,1)$ 两点, 由式(9)可求得其在 $O_R X_E Y_E Z_E$ 中坐标分别为

$$\mathbf{X}_P = \begin{bmatrix} x_a + \cos\varphi_a \cos\theta_a \\ y_a + \sin\theta_a \\ z_a - \sin\varphi_a \cos\theta_a \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{X}_Q = \begin{bmatrix} x_a + \sin\varphi_a \cos\mu_a + \sin\theta_a \cos\varphi_a \sin\mu_a \\ y_a - \cos\theta_a \sin\mu_a \\ z_a + \cos\varphi_a \cos\mu_a - \sin\varphi_a \sin\theta_a \sin\mu_a \end{bmatrix} \quad (11)$$

以 \mathbf{n}_{AP} 和 \mathbf{n}_{AQ} 分别表示 $O_R X_E Y_E Z_E$ 下 O_A 和 P 、 O_A 和 Q 构成的矢量 $\overrightarrow{O_A P}$ 和 $\overrightarrow{O_A Q}$, 则 $O_R X_E Y_E Z_E$ 下机体平面的法向量 \mathbf{n}_\perp 为

$$\mathbf{n}_\perp = \mathbf{n}_{AQ} \times \mathbf{n}_{AP} \quad (12)$$

其中,

$$\mathbf{n}_{AQ} = [\cos\varphi_a \cos\theta_a, \sin\theta_a, -\sin\varphi_a \cos\theta_a]$$

$$\mathbf{n}_{AP} = \begin{bmatrix} \sin\varphi_a \cos\mu_a + \sin\theta_a \cos\varphi_a \sin\mu_a \\ \cos\theta_a \sin\mu_a \\ \cos\varphi_a \cos\mu_a - \sin\varphi_a \sin\theta_a \sin\mu_a \end{bmatrix}$$

根据矢量运算法则, 可得

$$\theta_r = \arccos \left(\frac{\mathbf{n}_{AR} \cdot \mathbf{n}_\perp}{|\mathbf{n}_{AR}| \cdot |\mathbf{n}_\perp|} \right) \quad (13)$$

其中, \mathbf{n}_{AR} 为 $O_R X_E Y_E Z_E$ 下 O_A 和 O_R 形成的矢量, 显然, $\mathbf{n}_{AR} = \mathbf{P}_a$ 。

记 \mathbf{n}_{AP} 和 \mathbf{n}_{AR} 构成的夹角为 β , 可得

$$\beta = \arccos \left(\frac{\mathbf{n}_{AP} \cdot \mathbf{n}_{AR}}{|\mathbf{n}_{AP}| \cdot |\mathbf{n}_{AR}|} \right) \quad (14)$$

又, 根据空间角的余弦定理有

$$\cos(\varphi_r) = \cos(\beta) \cos(\theta_r) \quad (15)$$

则可得

$$\varphi_r = \arccos(\cos(\beta) / \cos(\theta_r)) \quad (16)$$

由 φ_r 和 θ_r , 以查表的方式访问战斗机 RCS 数据库, 即可快速获取战斗机暴露的 RCS。

2 基于态势参数的战斗机引导模型

2.1 战斗机运动模型

基于平稳大气假设, 在选定的“北、天、东”地理坐标系中, 战斗机 A 的三自由度运动模型为

$$\begin{cases} \dot{x}_a = v_a \cos\gamma_a \cos\chi_a, \dot{y}_a = v_a \sin\gamma_a, \dot{z}_a = v_a \cos\gamma_a \sin\chi_a \\ \dot{v}_a = \frac{1}{m_a} (\eta_a T_{\text{amax}} \cos\alpha_a - D_a) - g \sin\gamma_a \\ \dot{\chi}_a = \frac{\sin\mu_a}{m_a v_a \cos\gamma_a} (\eta_a T_{\text{amax}} \sin\alpha_a + L_a) \\ \dot{\gamma}_a = \frac{\cos\mu_a}{m_a v_a} (\eta_a T_{\text{amax}} \sin\alpha_a + L_a) - \frac{g}{v_a} \cos\gamma_a \end{cases} \quad (17)$$

式中, (x_a, y_a, z_a) 表示战斗机的位置坐标; v_a 、 χ_a 和 γ_a 分别为速度、航迹偏航角和航迹倾角; T_{amax} 为飞机当前高度和速度下的最大推力, 假设推力与飞机

纵轴重合; 飞机的控制量分别为攻角 α_a 、滚转角 μ_a 和推力系数 η_a ; m_a 为战斗机质量; g 为重力加速度; L_a 为在气流作用下飞机机翼产生的升力, 其垂直于飞机纵轴向上; D_a 为飞机受到的阻力。

2.2 目标运动模型

同样, 在选定的“北、天、东”地理坐标系中, 目标 T 的运动方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_t = v_t \cos\gamma_t \cos\chi_t \\ \dot{y}_t = v_t \sin\gamma_t \\ \dot{z}_t = v_t \cos\gamma_t \sin\chi_t \end{cases} \quad (18)$$

式中, (x_t, y_t, z_t) 为目标位置; 目标飞行状态参数分别取为速度 v_t 、航迹偏航角 χ_t 和航迹倾角 γ_t , 目标飞行状态参数由友机通过数据链传递。

2.3 基于态势参数的引导模型

T 与 A 的相对运动模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{x} = v_t \cos\gamma_t \cos\chi_t - v_a \cos\gamma_a \cos\chi_a \\ \dot{y} = v_t \sin\gamma_t - v_a \sin\gamma_a \\ \dot{z} = v_t \cos\gamma_t \sin\chi_t - v_a \cos\gamma_a \sin\chi_a \end{cases} \quad (19)$$

为描述接敌过程的空战态势, 将式(19)变换到以 A 为原点的球面坐标系中, A 和 T 的相对运动关系如图 3 所示。

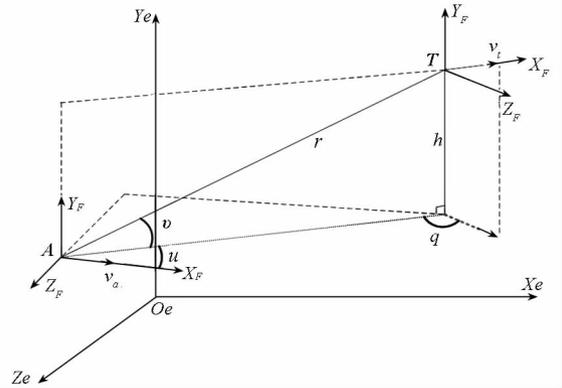


图 3 A 和 T 的相对运动

Fig. 3 Relative motion for A and T

图 3 中, $AX_F Y_F Z_F$ 为 A 的“升力 Y ”飞机坐标系, $Oe X_E Y_E Z_E$ 为选定的地理坐标系, r 、 u 和 v 分别为目标 T 的距离、方位角和俯仰角, h 表示 T 的高差, q 表示 T 相对于 A 的水平进入角。规定 h 以目标在上为正; 规定 u 和 q 以相对于目标线逆时针方向为正; v 以目标在上为正; 则有 $u \in [-\pi, \pi]$, $v \in [-\pi/2, \pi/2]$, $q \in [0, 2\pi]$ 。

根据理论力学的运动学关系有

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{v} \\ \dot{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos v \cos u & \sin v & -\cos v \sin u \\ -\sin v \cos u / r & \cos v / r & \sin v \sin u / r \\ \sin u / r \cos v & 0 & \cos u / r \cos v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} \quad (20)$$

根据目标水平进入角的定义,易得

$$\dot{q} = \frac{1}{r \cos v} (v_t \cos \gamma_t \sin q - v_a \cos \gamma_a \sin u) \quad (21)$$

根据目标高差的定义有

$$\dot{h} = v_t \sin \gamma_t - v_a \sin \gamma_a \quad (22)$$

选取 $\mathbf{x} = [r, u, v, h, q, v_a, \chi_a, \gamma_a]^T$ 为引导状态,则战斗机引导模型可表示为

$$\begin{cases} \dot{r} = \cos v \cos u (v_t \cos \gamma_t \cos \chi_t - v_a \cos \gamma_a \cos \chi_a) + \sin v \cdot \\ (v_t \sin \gamma_t - v_a \sin \gamma_a) - \cos v \sin u (v_t \cos \gamma_t \sin \chi_t - v_a \cos \gamma_a \sin \chi_a) \\ \dot{u} = -\frac{\sin u}{r \cos v} (v_t \cos \gamma_t \cos \chi_t - v_a \cos \gamma_a \cos \chi_a) \\ + \frac{\cos u}{r \cos v} (v_t \cos \gamma_t \sin \chi_t - v_a \cos \gamma_a \sin \chi_a) \\ \dot{v} = \frac{-\sin v \cos u}{r} (v_t \cos \gamma_t \cos \chi_t - v_a \cos \gamma_a \cos \chi_a) \\ + \frac{\cos v}{r} (v_t \sin \gamma_t - v_a \sin \gamma_a) \\ + \frac{\sin v \sin u}{r} (v_t \cos \gamma_t \sin \chi_t - v_a \cos \gamma_a \sin \chi_a) \\ \dot{h} = v_t \sin \gamma_t - v_a \sin \gamma_a \\ \dot{q} = \frac{1}{r \cos v} (v_t \cos \gamma_t \sin q - v_a \cos \gamma_a \sin u) \\ \dot{v}_a = \frac{1}{m_a} (\eta_a T_{\max} \cos \alpha_a - D_a) - g \sin \gamma_a \\ \dot{\chi}_a = \frac{1}{m_a v_a \cos \gamma_a} (\eta_a T_{\max} \sin \alpha_a + L_a) \sin \mu_a \\ \dot{\gamma}_a = \frac{1}{m_a v_a} (\eta_a T_{\max} \sin \alpha_a + L_a) \cos \mu_a - \frac{g}{v_a} \cos \gamma_a \end{cases} \quad (23)$$

3 隐蔽接敌轨迹优化模型

3.1 轨迹优化问题描述

隐蔽接敌轨迹优化问题可建立为如下终端时刻自由的最优控制问题模型:

$$\begin{aligned} \min J(\mathbf{u}) &= \Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \\ &+ \int_{t_0}^{t_f} g(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) dt \end{aligned} \quad (24)$$

$$\text{s. t. } \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \quad t \in [t_0, t_f]$$

$$c(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \leq 0$$

$$\phi_{\min} \leq \phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f) \leq \phi_{\max}$$

式中, $\mathbf{x}(t) = [r, u, v, h, \varepsilon, q, v_a, \chi_a, \gamma_a]^T$ 为系统状态向量; $\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$, $t \in [t_0, t_f]$ 为系统状态方程; $\mathbf{u}(t) = [\alpha_a, \mu_a, \eta_a]^T$ 为系统控制变量; $J(\mathbf{u})$ 为指标函数; $\Phi(\cdot)$ 为终端性能指标,与终端时间 t_f 和终端状态 $\mathbf{x}(t_f)$ 有关; $g(\cdot)$ 为动态性能指标,为向量 $\mathbf{x}(t)$ 、 $\mathbf{u}(t)$ 和 t 构成的标量函数; $\phi(\mathbf{x}(t_0), t_0, \mathbf{x}(t_f), t_f)$ 为边界约束; $c(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t)$ 为路径约束; t_0 和 $\mathbf{x}(t_0)$ 分别为初始时间

和初始状态; t_f 和 $\mathbf{x}(t_f)$ 为终端时刻和终端状态。

3.2 状态方程的无量纲化

为提高模型求解速度和精度,需对模型进行无量纲化处理,无量纲参量取为

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \frac{r}{gt_c^2} & \bar{u} &= \frac{2u}{\pi} & \bar{v} &= \frac{2v}{\pi} & \bar{q} &= \frac{q}{2\pi} & \bar{h} &= \frac{h}{gt_c^2} \\ \bar{v}_a &= \frac{v_a}{gt_c} & \bar{\chi}_a &= \frac{\chi_a}{\pi} & \bar{\gamma}_a &= \frac{2\gamma_a}{\pi} & \bar{\alpha}_a &= \frac{2\alpha_a}{\pi} \\ \bar{\mu}_a &= \frac{2\mu_a}{\pi} & \bar{v}_t &= \frac{v_t}{gt_c} & \bar{\chi}_t &= \frac{\chi_t}{\pi} & \bar{\gamma}_t &= \frac{2\gamma_t}{\pi} \end{aligned} \quad (25)$$

式中, t_c 为时间常量。

3.3 性能指标函数

隐蔽接敌并非指绝对意义上的隐蔽性,而是在一定约束下最小化接敌过程的目标探测威胁。对于接敌隐蔽性,采用最小化累积被发现概率作为性能指标:

$$J_s(\mathbf{u}) = \frac{1}{t_f - t_0} \int_{t_0}^{t_f} p_d(t) dt \quad (26)$$

式中, p_d 为探测雷达对战斗机的发现概率,根据式(7)计算,其余变量定义同上。

同时,考虑接敌的快速性,建立如下指标函数:

$$J_t(\mathbf{u}) = \frac{1}{T_m} \int_{t_0}^{t_f} dt = \frac{t_f - t_0}{T_m} \quad (27)$$

式中, T_m 为最大可用时间;其余变量定义同上。

为保证接敌的可操作性,控制损耗也应考虑,以载机旋转角速度来构建控制损耗的指标函数:

$$J_c(\mathbf{u}) = \frac{1}{C_m \cdot (t_f - t_0)} \int_{t_0}^{t_f} (\dot{a}^2(t) + \dot{\mu}^2(t)) dt \quad (28)$$

式中, C_m 为最大可用控制损耗; $\dot{a}(t)$ 和 $\dot{\mu}(t)$ 分别为横向加速度和滚转角速度。

综合上述指标,建立如下指标函数:

$$J(\mathbf{u}) = \omega_1 J_s(\mathbf{u}) + \omega_2 J_t(\mathbf{u}) + \omega_3 J_c(\mathbf{u}) \quad (29)$$

式中, $\omega_i (i = 1, 2, 3)$ 为加权因子,用于调节隐蔽性、快速性和经济性的权重。

3.4 隐蔽接敌的约束分析

3.4.1 暴露威胁约束

采用最小化累积被发现概率为性能指标进行隐蔽接敌,可以减小战斗机被探测雷达发现的总概率,但是难以保证接敌过程的隐蔽性,尤其是在综合考虑多项指标时,优化结果可能存在一段高发现概率的接敌轨迹,将大大降低隐蔽接敌的战术执行效果,因此,需对接敌轨迹作进一步约束。

由式(1)可得,给定发现概率 \hat{P}_d ,雷达对 RCS 值为 σ 的目标的最大作用距离为

$$R_{\max}^{\hat{P}_d} [(C_s \sigma) / L]^{\frac{1}{4}} \quad (30)$$

取合适的 \hat{P}_d 作为雷达发现概率的阈值,则 $R_{\max}^{\hat{P}_d}$ 可定义为目标临界暴露距离,若目标与探测雷达的距离 $r \leq R_{\max}^{\hat{P}_d}$,则认为目标将以不低于 \hat{P}_d 的概率被雷达发现。为保证接敌时探测雷达对目标发现概率小于设定阈值 \hat{P}_d ,则必须保证 $r > R_{\max}^{\hat{P}_d}$ 。

由于机载雷达设计固有性能的限制,其探测角域范围有限,因此,如果战斗机超出探测雷达的探测角域范围,则认为 $P_d = 0$ 。设探测雷达的最大探测方位角和最大探测俯仰角分别为 ψ_{\max} 和 ϕ_{\max} ,则可得战斗机接敌过程的暴露威胁约束为

$$P_D \in P_{ds} \cup P_{dc} \cup P_{do} \quad (31)$$

$$\begin{cases} P_{ds} = \{ \psi_{\max} < q < 2\pi - \psi_{\max} \}, P_{dc} = \{ \frac{|h|}{r} > \sin(\phi_{\max} + \gamma_t) \} \\ P_{do} = \{ r \in (R_{\max}^{\hat{P}_d}, +\infty), q \leq \psi_{\max}, \frac{|h|}{r} < \sin(\phi_{\max} + \gamma_t) \} \\ \cup \{ r \in (R_{\max}^{\hat{P}_d}, +\infty), q \geq 2\pi - \psi_{\max}, \frac{|h|}{r} < \sin(\phi_{\max} + \gamma_t) \} \end{cases} \quad (32)$$

3.4.2 终端约束

隐蔽接敌的目标是对敌实施火力打击。因此,将终端约束取为 A ,达成导弹发射条件。导弹发射需要同时满足飞行状态约束和火控边界条件。

飞行状态约束为

$$\begin{cases} v_a \geq v_{\min} \\ -\alpha_{\max} \leq \alpha_a \leq \alpha_{\max} \\ -\mu_{\max} \leq \mu_a \leq \mu_{\max} \end{cases} \quad (33)$$

式中, v_{\min} 、 α_{\max} 和 μ_{\max} 分别为导弹发射的最小速度、最大允许攻角和滚转角。

火控边界条件的约束为

$$\begin{cases} r < R_L^a \\ |u| < \zeta_{\max} \\ h < h_{\max}(r) \end{cases} \quad (34)$$

式中, R_L^a 、 ζ_{\max} 和 $h_{\max}(r)$ 分别为导弹最大的发射距离、发射离轴角和允许高差。

3.4.3 控制量约束

为了保证控制的有效性,需要对控制量进行约束,且需同时约束控制量的取值范围及其变化率:

$$\begin{cases} \alpha_{\min} \leq \alpha_a \leq \alpha_{\max} \\ -\mu_{\max} \leq \mu_a \leq \mu_{\max} \\ 0 \leq \eta_a \leq 1 \\ -\Delta\alpha \leq \dot{\alpha}_a \leq \Delta\alpha \\ -\Delta\mu \leq \dot{\mu}_a \leq \Delta\mu \\ -\Delta\eta \leq \dot{\eta}_a \leq \Delta\eta \end{cases} \quad (35)$$

式中, α_{\min} 和 α_{\max} 分别为飞机的最小、最大攻角, μ_{\max} 为飞机的最大滚转角, $\Delta\alpha$ 、 $\Delta\mu$ 和 $\Delta\eta$ 分别为攻角、滚转角和油门位置的最大变化率。

4 滚动时域控制及其数值解法

4.1 滚动时域控制方法

轨迹优化需要为战斗机提供实时控制指令,为此,引入RHC^[10]进行滚动优化,轨迹优化的RHC方法如图4所示。

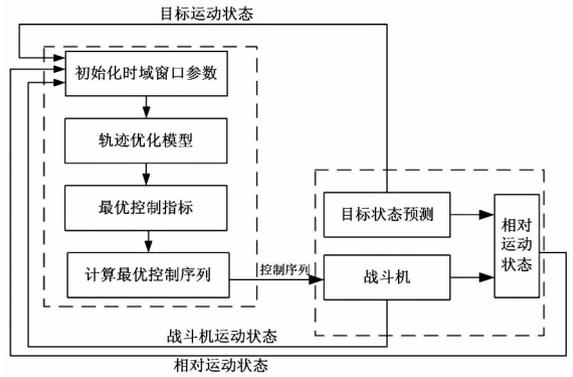


图4 轨迹优化的RHC方法

Fig. 4 RHC method for trajectory optimization

RHC中,选择合适的性能指标函数非常关键。由于轨迹优化的终端时刻是未知的,但是在规划时域 $t \in [t_k, t_k + T]$ 内,剩余飞行时间可通过双方接近速度估计得出,记 $V_r = \dot{r}$ 为双方接近速度。

对于接敌的隐蔽性,取剩余时间累积被探测概率最小为性能指标:

$$\begin{aligned} \tilde{J}_s(u) = & \int_{t_k}^{t_k+T} p_d(t) dt \\ & + p_d(t_k + T) \cdot \frac{(r(t_k + T) - r_f)}{V_r(t_k + T)} \end{aligned} \quad (36)$$

对于引导的快速性,取剩余的接敌时间最短:

$$\tilde{J}_t(u) = (r(t_k + T) - r_f) / V_r(t_k + T) \quad (37)$$

对于引导的经济性,指标函数选取为剩余时间内战斗机的累积控制损耗最小:

$$\begin{aligned} \tilde{J}_e(u) = & \int_{t_k}^{t_k+T} (\alpha \dot{\alpha}(t) + \beta \dot{\mu}(t)) dt + \\ & (\alpha \dot{\alpha}(t_k + T) + \beta \dot{\mu}(t_k + T)) \frac{r(t_k + T) - r_f}{V_r(t_k + T)} \end{aligned} \quad (38)$$

则在每一个滚动时域内,指标函数取为

$$\tilde{J}(u) = \omega_1 \tilde{J}_s(u) + \omega_2 \tilde{J}_t(u) + \omega_3 \tilde{J}_e(u) \quad (39)$$

式中, $\omega_i (i=1, 2, 3)$ 为指标加权因子。

4.2 基于高斯伪谱法的数值求解

由于轨迹优化模型是非线性的,难以通过解析法获得最优解,需要采用数值解法进行求解。

高斯伪谱法^[11] (Gauss Pseudo-spectral Method, GPM)是解决非线性最优控制问题的一种高效的数值解法。通过 GPM 进行离散处理^[12],可以将最优控制问题转换为非线性规划问题,进而采用序列二次规划^[13]等多种算法进行求解。

采用 GPM 可将式(24)所示的最优控制问题转化为如下离散形式:

$$\begin{aligned} \min J^N &= \Phi(\mathbf{X}_0, t_0) + \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=1}^N \omega_k g(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) \\ \text{s. t. } \sum_{i=0}^N D_{ki} \mathbf{X}_i - \frac{t_f - t_0}{2} f(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) &= 0 \\ \mathbf{X}_f - \mathbf{X}_0 + \frac{t_f - t_0}{2} \cdot \sum_{k=1}^N \omega_k \cdot f(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) &= 0, \\ \phi(\mathbf{X}_0, t_0, \mathbf{X}_f, t_f) = 0, c(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k; t_0, t_f) &\leq 0 \\ i = 0, 1, \dots, N; k = 1, \dots, N \end{aligned} \quad (40)$$

约束条件中,第一、二、三、四项分别为系统状态约束、终端状态约束、边界条件、路径约束。

5 仿真分析

为验证模型的有效性,给定作战场景进行仿真。假设 A 在友机 B 的信息支持下对 T 实施隐蔽接敌,直至 A 对 T 达成导弹攻击条件。A 的航空动力学参数取自 F-16A 的简化模型^[14]。为简便,采用如图 1 所示的 RCS 分布为 A 的 RCS 数据库,不考虑俯仰对姿态的影响。T 的雷达性能参数设为: $R_{\max}^{Pd} = 120\text{km}$ ($\sigma = 5\text{m}^2, \bar{p}_d = 0.8$), $\psi_{\max} = 60^\circ, \phi_{\max} = 10^\circ$ 。假设 B 向 A 传递 T 状态信息的周期为 1s,仿真步长取为 $dt = 1\text{s}$ 。为充分验证接敌的隐蔽性,将初始态势设为迎头接敌, T 的运动形式自由设定。将 $\bar{p}_d = 0.8$ 下的暴露距离 R_{\max}^{Pd} 作为暴露威胁约束,性能指标权重设为 $\omega_1 = 0.7, \omega_2 = 0.2, \omega_3 = 0.1$, RHC 时域窗口取为 $T = 4\text{s}$ 。引导终端约束设为: $r(t_f) \leq 30\text{km}, |u(t_f)| \leq 30^\circ, h(t_f) \leq 6\text{km}$ 。在 Matlab 下采用由 Rao 于 2009 年发布的 GPOPS^[15] 软件包进行仿真,仿真结果如图 5 ~ 图 9 所示。

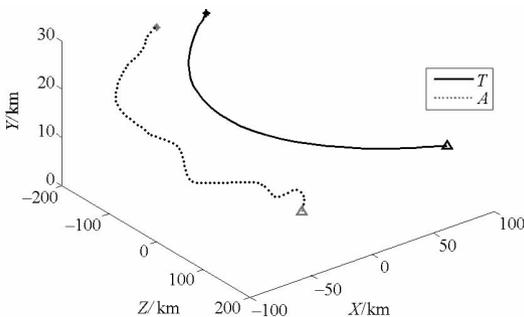


图5 优化的接敌轨迹

Fig. 5 Optimal approach trajectory

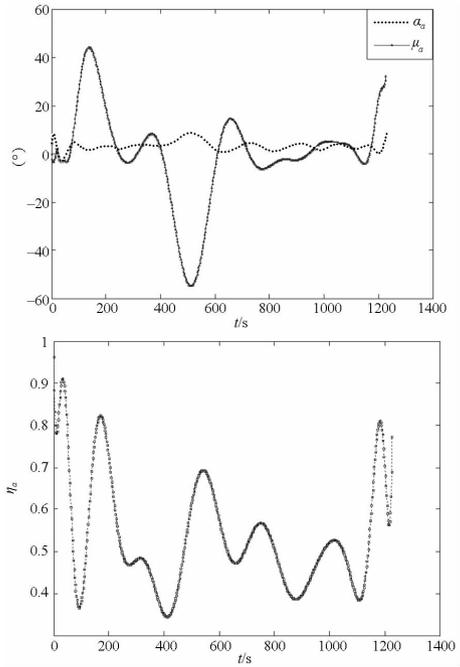


图6 A的控制量优化结果

Fig. 6 Optimization control result of A

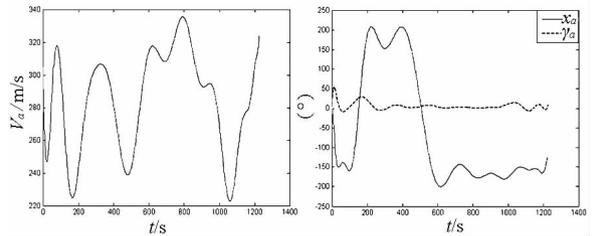


图7 A飞行状态参数变化曲线

Fig. 7 Flying state parameter variation curve of A

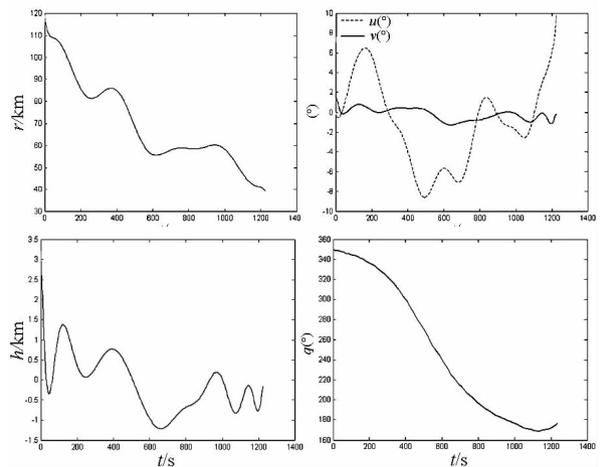


图8 A与T的态势参数变化

Fig. 8 Situation parameter variation for A and T

由仿真结果可以看出,接敌起始阶段, A 通过轨迹和姿态控制来规避 T 的探测威胁,使得 T 对其发现概率始终小于暴露阈值,在 $t = 402\text{s}$ 时, A 进入 T 的探测盲区,从盲区接敌直至达成导弹攻击条件,整个接敌时间为 1242s 。从图 6 和图 7 可以看出,轨迹优化的控制量和 A 的飞行状态变化

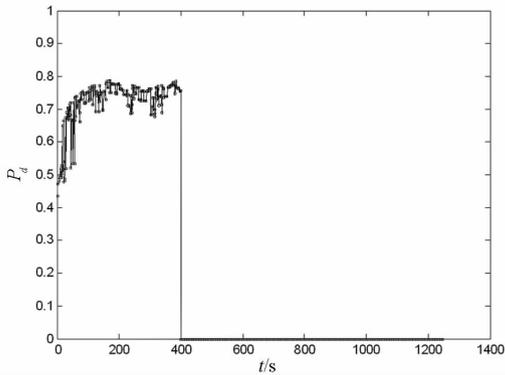


图 9 目标发现概率变化曲线

Fig. 9 Target detection probability variation curve

都比较平稳,说明优化的轨迹具有良好的可飞性。

为了分析算法的实时性,使程序在 Pentium4 2.0GHz、1G 内存的微型计算机平台上运行,结果表明,基于 RHC 策略在线优化的单次计算时间小于 0.1s,说明优化方法能满足战斗机引导控制的实时性需求。

根据轨迹优化模型可知,接敌的快速性与初始态势和指标权重选取密切相关,由于仿真的初始态势为迎头接敌,且隐蔽性指标权重较大,出于隐蔽性需求,战斗机接敌时间偏长,在不同初始态势下,可以通过权重设置来调整接敌的快速性和隐蔽性。

6 结论

本文针对空战对抗的隐蔽作战需求,对战斗机隐蔽接敌轨迹控制方法进行研究。将战斗机隐蔽接敌问题建立为隐蔽性约束下的最优控制问题模型。仿真结果表明,所提出的隐蔽接敌方法能有效降低战斗机的暴露概率,提升战斗机的隐蔽接敌能力,通过引入滚动时域控制策略进行滚动优化,算法的实时性能满足战斗机引导的控制需求。本文的研究对于充分发挥隐身战机的战术隐身性能、提高其隐蔽作战能力具有一定的工程应用价值,同时,本文的引导方法非常适合推广应用于隐身无人机的自主隐蔽攻击。

参考文献 (References)

[1] 孙子杰,毛根旺,栗金平. 隐身技术在飞行器上的应用[J]. 重庆理工大学学报(自然科学),2011,25(2):106-111.
SUN Zijie, MAO Genwang, LI Jinping. Research application of stealth technique in aircrafts [J]. Journal of Chongqing University of Technology (Natural Science), 2011, 25(2): 106-111. (in Chinese)

[2] 雍恩米,陈磊,唐国金. 飞行器轨迹优化数值方法综述[J]. 宇航学报,2008,29(2):396-406.
YONG Enmi, CHEN lei, TANG Guojin. A survey of numerical methods for trajectory optimization of spacecraft[J]. Journal of

Astronautics, 2008, 29(2): 396-406. (in Chinese)

[3] 陈功,傅瑜,郭继峰. 飞行器轨迹优化方法综述[J]. 宇航学报,2011,29(4):1-5.
CHEN Gong, FU Yu, GUO JiFeng. Survey of aircraft trajectory optimization methods [J]. Journal of Astronautics, 2011, 29(4): 1-5. (in Chinese)

[4] Jain S, Siotras P. Sequential multi-resolution trajectory optimization for moving targets [C]//Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2008, 8, Honolulu, Hawaii:1-19.

[5] 蒲宏斌,詹浩. 飞机低空突防轨迹优化研究[J]. 飞行力学,2008,26(3):26-28.
PU Hongbin, ZAN Hao. Research on the trajectory optimization of low altitude penetration [J]. Flight Dynamics, 2008, 26(3):26-28. (in Chinese)

[6] 马云红,周德云. 飞行器低空突防威胁建模与航迹优化算法[J]. 火力与指挥控制,2004,31(5):163-168.
MA Yunhong, ZHOU Deyun. Research on route planning algorithm and constructing threat modeling for aircraft in low altitude penetration [J]. Fire Control & Command Control, 2004, 31(5):163-168. (in Chinese)

[7] 徐安,于雷,寇英信. 基于 MDP 框架的飞行器隐蔽接敌策略[J]. 系统工程与电子技术,2011,33(5):1063-1068.
XU An, YU Lei, KOU Yingxin. Stealthy engagement maneuvering strategy for air combat based on MDP [J]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(5): 1063-1068. (in Chinese)

[8] 刘德力,张云飞,高瑜忠. 飞行器雷达隐身性能评估研究[J]. 飞机设计,2007,27(4):6-9.
LIU Deli, ZHANG Yunfei, GAO Yuzong. Evaluation of low-observable performance of airframe against radar [J]. Aircraft Design, 2007, 27(4):6-9. (in Chinese)

[9] 苏东林,曾国奇,刘焱,等. 运动目标 RCS 特性分析[J]. 北京航空航天大学学报,2006,32(12):1414-1418.
SU Donglin, ZENG Guoqi, LIU Yan, et al. RCS study of moving radar targets [J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2006, 32(12):1414-1418. (in Chinese)

[10] Zhan Z H, Zhang J, Li Y. An efficient ant colony system based on receding horizon control for the aircraft arrival sequencing and scheduling problem [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2010, 11(2):399-412.

[11] 唐国金,罗亚中,雍恩米. 航天器轨迹优化理论、方法及应用[M]. 北京:科学出版社,2012.
TANG Guojin, LUO Yazhong, YONG Enmi. Theory, method and application of trajectory optimization for spacecraft [M]. Beijing: Science Press, 2012. (in Chinese)

[12] Huntington G T, Benson D, Anil V R. A comparison of accuracy and computational efficiency of three pseudo-spectral method [J]. AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit South Carolina, 2007:6405-6429.

[13] Dua V, Bozinis N A, Pistikopoulos E N. A multi-parametric programming approach for mixed-integer quadratic engineering problems [J]. Computer and Chemical Engineering, 2002, 26(4):715-733.

[14] Horie K, Conway B A. Optimal fighter pursuit-evasion maneuvers found via two-sided optimization [J]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2006, 29(1):105-112.

[15] Gill P E, Murray W, Saunders M A. SNOPT: An SQP algorithm for large-scale constrained optimization [J]. SIAM Journal on Optimization, 2002, 12(4):979-1006.