脉冲等离子体推力器羽流场数值分析。

谢泽华,周 进,张 锐,李自然

(国防科技大学 高超声速冲压发动机技术重点实验室,湖南 长沙 410073)

摘 要:为掌握脉冲等离子体推力器的羽流特性,考虑磁场对等离子体羽流的影响,结合 DSMC 和 PIC 方法建立了粒子 - 流体混合模拟模型,以磁流体力学模拟提供入口条件对推力器羽流开展了三维数值研究, 并通过朗缪尔三探针诊断对计算结果进行了验证。研究表明,羽流膨胀过程中各组分的动力学行为差异明 显;放电电流振荡会导致产生低速离子群,并会加重离子回流;电磁加速是羽流等离子体主要的加速机制,磁 场对推力器羽流的流动具有重要作用。

关键词:脉冲等离子体推力器;羽流;粒子 - 流体混合模拟;磁流体力学

中图分类号: V435.11 文献标志码: A 文章编号: 1001 - 2486(2013) 05 - 0067 - 07

Numerical analysis of plume field of a pulsed plasma thruster

XIE Zehua, ZHOU Jin, ZHANG Rui, LI Ziran

(Science and Technology on Scramjet Laboratory, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Considering the effect of magnetic field on the plasma plume, a hybrid particle-fluid model combining DSMC and PIC methods was developed to study the plume characteristics of a pulsed plasma thruster. By incorporating a magnetohydrodynamic code to provide inlet conditions, this model was applied to simulate the three-dimensional plume field. The calculation results were validated by an experiment based on triple Langmuir probes. Investigations show that there are substantial differences between the expansion dynamics of various species. It is indicated that the oscillation of discharge current will lead to the generation of a population of low-velocity ions, together with the aggravation of backflow of ions. Electromagnetic acceleration is demonstrated to be the primary mechanism of plasma acceleration, and the magnetic field plays an important role in the diffusion of the thruster plume.

Key words: pulsed plasma thruster; plume; hybrid particle-fluid simulation; magnetohydrodynamics

脉冲等离子体推力器(Pulsed Plasma Thruster, PPT)是一种比冲高、功耗低、结构简单、 控制方便的电磁推力器,非常适合用于微小卫星 的位置保持、姿态控制和编队飞行等任务,具有广 阔的应用前景^[1]。

PPT 羽流中包含推进剂分解电离产生的电子、离子和中性粒子,羽流所引发的等离子体、电磁、热等环境会对航天器产生溅射腐蚀、沉积污染、电磁干扰和热负荷等效应,影响航天器的正常工作,减少航天器的使用寿命^[2]。对 PPT 羽流开展数值模拟研究有助于掌握羽流流动特性,增进对 PPT 工作机理的了解,为羽流与航天器的相互作用效应评估和推力器的优化设计提供理论依据。

PPT 羽流是包含多种等离子体组分的稀薄流体,对这种等离子体羽流的数值研究通常采用粒子模拟的方法,以直接模拟蒙特卡罗法(Direct

Simulation Monte-Carlo, DSMC) 处理重粒子之间 的碰撞,以单元粒子法(Particle-in-Cell, PIC)模 拟离子在外加及自洽电磁场中的运动。结合 DSMC 和 PIC 方法,将电子视为流体,Gatsonis^[3] 提出了一种粒子 - 流体混合模拟方法,通过求解 电势分布的泊松方程计算电场强度对 PPT 羽流 进行了二维轴对称模拟。Gatsonis 的研究工作忽 略了磁场的影响,而且需要假定羽流场入口条件, 因此并不能对 PPT 羽流场进行较好的预测。采 用 Gatsonis 的羽流模型,钱中^[4]对 PPT 的三维羽 流场进行了初步计算,尹乐^[5]则以放电模型提供 羽流场入口参数,模拟了羽流的二维流动过程。 在模拟同轴型 PPT 的羽流场时, Boyd 等^[6]采用了 更加简单的玻尔兹曼关系式计算等离子体电势以 求取电场强度。Keidar等^[7]考虑磁场的加速作用 模拟了微型 PPT 的轴对称羽流场,然而所采用的 羽流模型只适用于推进剂表面附近非常小的高密

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11172327) **作者简介:**谢泽华(1984—),男,重庆璧山人,博士研究生,E-mail;zehuaxie@ nudt. edu. cn; 周进(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail;zj706@ vip. sina. com

^{*} 收稿日期:2013-02-27

度区域,而且模拟过程中利用一个简单的一维放 电烧蚀模型提供羽流场的入口条件并不准确。采 用全粒子模拟的方法可以较为准确地计算羽流场 中的电场和磁场强度,但是需要在德拜长度以下 的尺度求解麦克斯韦方程组,时间步长要小于等 离子体振荡频率对应的特征时间,而且还需满足 方程组的稳定性条件^[8],计算代价极大。为了获 取更为接近实际情况的羽流信息,深入揭示羽流 流动规律,本文综合考虑羽流场的电磁加速作用, 以三维磁流体力学模拟提供入口条件,采用基于 DSMC 和 PIC 模拟以及流体电子模型的粒子 – 流 体混合模拟方法对 PPT 羽流开展了三维数值 研究。

1 数学模型

1.1 羽流流动模型

PIC 方法用计算机模拟跟踪大量带电粒子在 外加及自洽电磁场中的运动,对于带电粒子的受 力,这里利用流体电子模型进行计算。

电子的质量很小,可以快速移动并迅速达到 平衡分布。将电子视为流体,忽略较小的非稳态 项和惯性项,电子的动量方程为

式中 e 定电于电重, n_e 为电于剱密度, m_e 为电于质量, p_e 为电子压强, E 为电场强度, B 为磁感应强度, u_e 、 u_i 、 u_n 分别表示电子、离子和中性粒子的运动速度, $\bar{\nu}_e$ 、 $\bar{\nu}_{ei}$ 、 $\bar{\nu}_{en}$ 分别表示电子、电子 – 离子、电子 – 电性粒子的碰撞频率。

羽流场中的电流密度定义为

$$J = \sum_{i} q_{i} n_{i} \boldsymbol{u}_{i} - e n_{e} \boldsymbol{u}_{e}$$
(2)

式中 q_i 为 i 组分离子电量。假设等离子体满足准中性条件,从电子动量方程出发,利用电流密度的定义,根据麦克斯韦方程组可以得到磁扩散方程

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{t}} = \nabla \times \left(\boldsymbol{u}_{e} \times \boldsymbol{B} - \frac{m_{e}}{e} \left(\sum_{i} \bar{\boldsymbol{\nu}}_{ei} \boldsymbol{u}_{i} + \sum_{n} \bar{\boldsymbol{\nu}}_{en} \boldsymbol{u}_{n} \right) + \frac{1}{\sigma} \sum_{i} n_{i} q_{i} \boldsymbol{u}_{i} \right) + \frac{1}{\sigma \mu_{0}} \nabla^{2} \boldsymbol{B}$$
(3)

式中σ表示等离子体的电导率,µ₀是真空磁导率。 舍去方程中量级较小的项,磁扩散方程可以简 化为

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t} = \frac{1}{\sigma \mu_0} \nabla^2 \boldsymbol{B} \tag{4}$$

离子的运动受电磁场及与电子碰撞的影响, 离子在迁移时间步内的运动方程为

$$m_i \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = q_i (\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) + \bar{\boldsymbol{\nu}}_{ei} m_e (\boldsymbol{u}_e - \boldsymbol{u}_i) \quad (5)$$

用电子动量方程从式(5)中消去电场强度, 离子的运动方程可以表示为

$$m_i \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B}/n_e \tag{6}$$

电流密度在等离子体密度较高的区域可以由 磁场旋度计算得到,在等离子体密度很小的情况 下,位移电流不可忽略,电流密度只能根据定义式 (2)进行计算,这里对两种方式取加权

$$\boldsymbol{J} = \frac{w}{\mu_0} \nabla \times \boldsymbol{B} + (1 - w) \left(\sum_i q_i n_i \boldsymbol{u}_i - e n_e \boldsymbol{u}_e \right)$$
(7)

其中权函数 w 取为当地等离子体粒子数密度与参 考粒子数密度的比值。等离子体密度很小时,电子 速度为漂移速度,位置 p 处的电子速度取喷流主 流方向的速度分量,并由下式近似计算:

$$u_{e} = \frac{1}{2B_{p}^{2}} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\infty}^{p} B^{2} dx \qquad (8)$$

1.2 碰撞模型

DSMC 方法将仿真粒子的迁移运动与碰撞作 用解耦处理,用几率论的方法进行碰撞计算。PPT 羽流中包含两类重要的碰撞,即中性粒子之间和 中性粒子与离子之间的弹性碰撞,以及中性粒子 与离子之间的电荷交换碰撞。采用 Bird 提出的无 时间计数器(NTC)方法^[9]进行碰撞抽样,中性粒 子之间的弹性碰撞应用变径硬球模型,碰撞截 面为^[3]

$$\sigma_{nn} = \pi d_{ref}^2 \left(\frac{2kT_{ref}}{m_r g^2} \right)^{\omega^{-1/2}} \Gamma \left(\frac{5}{2} - \omega \right)^{1/2} \quad (9)$$

式中下标 n 代表中性粒子, d_{ref} 是参考直径, T_{ref} 是 参考温度, m, 是约化质量, g 是粒子之间的相对运 动速度, ω 是粘性系数正比于温度的幂次。中性粒 子与离子之间的弹性碰撞截面取为^[3]

$$\sigma_{ni} = \sqrt{\frac{\pi \alpha_R a_0^3 e^2}{\varepsilon_0 m_r}} \frac{1}{g}$$
(10)

式中下标i代表离子, α_R 是相对极化率, a_0 是玻尔 半径, ε_0 是真空介电常数。电荷交换碰撞的碰撞 截面采用 Sakabe 和 Izawa 给出的经验公式^[10]

$$\boldsymbol{\tau}_{CEX} = A + B\log(g) \tag{11}$$

其中下标 CEX 表示电荷交换碰撞,A、B 为相应的 系数。

1.3 羽流入口模型

PPT 放电通道处的等离子体满足连续介质假 设,可以采用磁流体力学模型来模拟其流动过程, 以此获取羽流场的入口参数。磁流体力学控制方 程组为

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho \\ P \\ B \\ \rho e_t \end{bmatrix} + \nabla \cdot \begin{bmatrix} \rho \\ U \\ \rho \\ U \\ U \\ P \\ (pe_t + p + \frac{B^2}{2\mu_0}) \overline{I} - \frac{BB}{\mu_0} \\ UB - BU \\ (pe_t + p + \frac{B^2}{2\mu_0}) U - \frac{B}{\mu_0} (U \cdot B) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 \\ \nabla \cdot \overline{\tau} \\ - \nabla \times (\nu_e \nabla \times B) \\ \nabla \cdot (\overline{\tau} \cdot V) - \nabla \cdot q + \nu_e \frac{(\nabla \times B)^2}{\mu_0} \end{bmatrix} (12)$$

式中 ρ 为密度,U为速度,B为磁感应强度,p为压强, e_i 是总比能, ν_e 是磁扩散率, \overline{I} 是单位张量, $\overline{\tau}$ 是粘性应力张量,q是热流密度矢量。

为简化计算,羽流中只考虑 C、C⁺、F、F⁺这四 种碳氟组分,假设放电通道内的等离子体处于局 域热化学平衡状态,采用 Saha 方程计算推力器喷 口处各组分的粒子数密度。

2 计算条件

以磁流体力学模拟提供入口条件,采用粒子 - 流体混合模拟方法对典型工况下的平行电极型 PPT 实验样机的羽流场进行模拟,PPT 样机的相关参数见表1。

表1 PPT 的结构参数及工作参数

Tab. 1 Configuration and operation parameters of PPT

参数	取值
电极长度 l/mm	20
电极宽度 w/mm	15
电极间距 h/mm	25
电容 C/μF	10
充电电压 V_0/V	1500

磁流体力学模拟的计算区域包括推力器电极 之间的放电通道 A 和喷口下游延伸区 B,如图 1 所示。A 区等离子体流动的入口参数由放电电流 和特氟隆推进剂的烧蚀过程确定,放电电流通过 将 PPT 的放电过程等效为 RLC 电路放电来计算, 特氟隆的烧蚀属性根据热传导方程和烧蚀表面的 能量守恒方程计算。模拟过程中将电极表面处理 为等温滑移理想导体边界,延伸区 B 是自由流动 空间,采用外推边界。

在求解磁流体力学方程组时引入双曲型散度 清除方法,以避免伪磁场散度对数值求解的影响, 在均匀结构网格上对粘性项采用中心差分,对无 粘通量采用 M - AUSMPW + 格式进行差分,整个 控制方程组采用基于隐式 LU-SGS 格式的双时间 步方法进行求解。



图1 磁流体力学模拟区域





图 2 羽流场计算区域 Fig. 2 Computational domain of the plume field

图 2 为羽流场的计算区域,空间区域的大小 为0.8m×0.8m×0.4m。图中 PPT 的电极置于羽 流外罩内,外罩长度 0.2m,外罩表面按绝缘绝热 边界处理。研究表明^[11],在垂直于 PPT 电极的平 面 *ABCD* 两侧的羽流属性相差不大,因此计算区 域只取 Z≥0 的空间,面 *ABCD* 处理为对称边界, 其余平面设为真空边界,采用外推边界条件。

整个羽流场采用非均匀结构网格进行计算, 网格尺度呈等比级数,计算网格在推力器喷口处 最密,DSMC 方法的网格划分为 90 × 76 × 34, PIC 方法的网格划分为 180 × 152 × 68。计算中离子 和中性粒子的背景数密度分别取为 10¹² m⁻³ 和 10¹⁵ m⁻³,背景温度取为 2500K。

3 结果分析

3.1 实验验证

为检验羽流模型和计算程序的可靠性,设计 加工了基于电流模式的朗缪尔三探针诊断系统, 并将实验测量的电子数密度与羽流模拟结果进行 比较。







图 4 $R = 12 \text{ cm}, \theta = 10^{\circ}$ 处的电子数密度 Fig. 4 Number density at $R = 12 \text{ cm}, \theta = 10^{\circ}$

图 3 和图 4 给出了推力器喷流中心线上距离 推进剂表面 8cm 位置以及对称平面内偏离中心 线 10°方向上距离推进剂表面 12cm 处的电子数 密度的对比结果。受示波器采集精度限制,等离 子体密度过低时,电流信号与噪声强度相当,测量 的等离子体密度在推力器放电前后保持在约 3×10¹⁹m⁻³,图中 0μs 处的尖峰是由放电开始时 强烈的电磁干扰所引起。实验与仿真结果在幅值 大小和峰值时刻上存在差异,这一方面是因为实 验测量本身存在很大的不确定性,测量误差可高 达60%,另一方面是因为羽流入口模型仍不够精 确。计算中将速度更快的离子的入射速度取为所 有组分的平均运动速度,导致等离子体扩散变慢。 此外,放电后期等离子体密度减小,组分电离和复 合的特征松弛时间与放电脉冲持续时间可比,使 得在局域热平衡假设下计算组分密度时电离度要 高于实际情况。尽管如此,数值计算和实验测量 结果在变化趋势上是一致的,表明羽流模型和程 序能够对羽流特性进行有效预测。

3.2 流场分析

羽流的流动发展过程可以通过粒子数密度随

时间的分布变化情况反映出来,图5和图6分别 给出了 PPT 羽流中的中性粒子和离子在代表放 电脉冲初期、中期和末期的三个时刻的数密度为 10¹⁹m⁻³的等值面。可以看出,中性粒子在放电过 程中主要集中在推力器喷口附近,形成一个团状 的高密度区域,缓慢向外膨胀。不同于中性粒子, 离子在放电开始后即迅速扩散开去,到放电中期 时,等值面呈袋状,袋口较窄,袋底处于模拟区域 内喷流方向上的中心位置,而到放电末期时,等值 面显示此时流场中存在两个高密度区域,一个位 于推力器喷口附近,另一个位于流场下游。由于 离子在羽流膨胀过程中不断扩散,以及在放电后 期放电电流减小,导致电磁加速作用减弱,使得与 图 6(b) 放电中期的等值面位置相比, 放电末期离 子的第二个高密度区域的等值面的前端在后半个 放电脉冲持续时间段内的运动距离较短。

对羽流场内仿真粒子的运动速度进行采样, 图 7 和图 8 为中性粒子和离子在放电开始后 2μs、7.5μs 和 15μs 时的喷流方向及电极布置方 向上的速度采样结果。

图 7 表明,在整个推力器放电过程中,大部分 的中性粒子的运动速度只有几千米每秒,导致从 推力器放电通道喷出的中性粒子长时间滞留在羽 流场入口处,形成图 5 中喷口附近的高密度区。 图中少数粒子在喷流方向上的速度为负值,表明 中性粒子存在少量回流。

比较图7与图8可以发现,离子的运动特性 与中性粒子相比具有明显的差异。在放电 2µs 时,离子在喷流方向上的平均速度约为 30km/s, 而据磁流体力学模拟结果,放电开始后的这段时 间内,离子进入羽流场的入射速度平均只有约 20km/s,这表明从推力器放电通道喷出后的离子 在喷口附近继续受到很大的加速作用。与离子很 高的运动速度相比,等离子体声速在温度为4eV 时也只有约5km/s,表明羽流等离子体的气动加 速作用较弱,电磁加速是其主要的加速机制,这反 映出 PPT 在本质上是一种电磁加速器。由图 8 (a)还可以看出,在喷流方向上有着较高速度的 离子中有相当部分在电极布置方向上的速度也较 高,说明在放电过程中 PPT 羽流以一定的发散角 向外扩散,这可能会对处于发散角范围的仪器设 备以及其他编队卫星造成严重的羽流污染。到放 电中后期,离子速度采样显示羽流场中存在两组 具有不同速度的离子群,这与 Gatsonis^[12]等的等 离子体速度测量结果一致,也与图3中实验测量 的电子数密度随时间变化总体上呈现出双峰结构



(a) $t = 2\mu s$





(c) $t = 15 \,\mu s$

(b) $t = 7.5 \, \mu s$ 图 5 中性粒子数密度分布

Fig. 5 Iso-surface of number density of neutrals



(a) $t = 2\mu s$



(c) $t = 15 \,\mu s$

(b) $t = 7.5 \, \mu s$ 图 6 离子数密度分布 Fig. 6 Iso-surface of number density of ions







相吻合。图中高速离子群的中心速度约32km/s, 低速离子群的中心速度约为10km/s,分析离子群 的运动距离可以发现,这两组离子群正好与图

6(c)中的两个高密度区域相对应,低速离子群尾 随高速离子群向流场下游扩散。电荷交换碰撞会 产生低速离子,但是中性粒子的速度采样结果并 没有显示出高速中性粒子群的存在,可见流场中 没有明显的电荷交换碰撞发生的迹象,因此认为 低速离子群是由放电电流振荡引起的二次放电所 产生。PPT 通过将等离子体高速喷出而产生推 力,低速离子群的产生表明放电电流振荡削弱了 电磁加速作用,这会降低推力器的工作效率。放 电末期的离子速度采样图形与放电中期的相近, 表明离子在放电后期以相对恒定的速度运动,所 受的加速作用较弱。放电末期有部分高速离子运 动至模拟区域以外,计算中将这些仿真粒子作逸 出处理而不予采样。图 8(b)、(c)显示出有部分 离子具有高达数千米每秒的回流速度,这会带来 较大的回流污染问题。

为更进一步了解羽流场中粒子回流的情况, 对放电过程中越过喷口所在平面的回流粒子的质 量进行统计,结果如图9所示。由图可知,中性粒 子的回流比较轻微,而离子的回流时间早,回流质 量大,而且速度采样显示出离子的回流速度也更 高,因此是最主要的回流污染源。与F⁺相比,C⁺ 的荷质比更大,更容易受到电磁加速而产生回流, 是最早出现回流的组分,也是回流质量最大的组 分。由于 PPT 的推进剂特氟隆所含的氟元素的 摩尔数是碳元素的两倍,氟原子的回流质量大于 碳原子。在放电后期,带电粒子的回流质量增加 趋缓,而中性粒子的回流则随着羽流场中的粒子 数量的不断增加而有所加强。

与磁场在 x 和 y 方向上的分量相比,计算表 明在 PPT 的放电通道和羽流模拟区域内 z 方向上



Fig. 9 Discharge current and backflow mass

的分量 B_z 的幅值要高出数个量级, B_z 在电极中 心对称面内的分布如图 10 所示。在放电 2µs 时, B. 以推力器喷口为中心位置形成一个强磁场区 域,计算得到的中心处的磁感应强度高达 0.3T。 在放电初期的强电流作用下,放电通道内的等离 子体具有较高的电离度,喷入羽流场的等离子体 的电导率也就较大,这限制了磁场的快速扩散,使 得从推力器喷口到周围羽流场的方向上 B. 相比于 区域中心的最大值迅速减小,形成很大的磁场梯 度,从而对处于这一强磁场区域的离子产生一个很 大的J×B电磁力,使其迅速加速到图8(a)所示 的平均约30km/s的高速。到放电7.5µs时,放电 初期的强磁场区域中心移动到喷口下游约5cm处, 同时,磁感应强度随着磁场的不断扩散而减弱。强 磁场区域往下游移动后,喷口处的磁感应强度在喷 流方向上的梯度将变为正值,这样喷口附近B,>0



(b) t = 7.5μs
 图 10 磁感应强度分布
 Fig. 10 Magnetic field distribution

(c) $t = 15 \mu s$

区域的离子会受到一个与喷流方向相反的作用 力,导致出现离子回流。由于放电电流振荡,喷口 处的磁场发生反向,使得喷口附近的磁感应强度 的正向梯度较大,此时从喷口喷出的低速离子群

(a) $t = 2 \mu s$

就比较容易受较大反向力的作用而产生回流,从 而使离子回流污染问题变得更加严重,图9中带 电粒子的回流质量就是在这一时期快速增加的。 到放电末期,磁感应强度由于扩散效应进一步减 小,羽流场中的离子受到的加速作用也随之减 小,使得离子基本保持恒定的运动速度。作为 一种电磁推力器,PPT 主要依靠洛伦兹力将放电 通道内的等离子体加速喷出,在 PPT 的放电过 程中推力器喷口周围的磁场强度和梯度很大, 而且由图 10 可知磁场的扩散距离达几十厘米, 因此磁场对于羽流场内的等离子体的运动同样 具有重要作用。

4 结论

本文结合基于磁流体力学的羽流入口模型, 采用粒子 - 流体混合模拟方法,考虑磁场影响对 PPT 等离子体羽流的流动过程,进行了三维数值 模拟。数值计算结果与朗缪尔三探针诊断结果的 比较表明,文中所建立的羽流模型能够对羽流特 性进行有效预测。分析羽流场的粒子数密度、粒 子速度、回流质量和磁感应强度分布发现,PPT 工 作时中性粒子的运动较慢,在推力器喷口附近形 成一个高密度区,而离子以一定的发散角迅速扩 散,在放电中后期羽流场中存在两组具有不同速 度的离子群;中性粒子的回流比较轻微,离子回流 的时间早、质量大、速度快,是最主要的回流污染 源;C⁺的回流比F⁺严重,氟原子的回流质量大于 碳原子;放电电流振荡会导致产生低速离子群,而 且会加重离子回流,对推力器的工作性能和在轨 应用具有不利影响;羽流的气动加速作用较弱,电 磁加速是羽流等离子体主要的加速机制;推力器 喷口附近的磁场强度和梯度很大,而且磁场的扩 散距离远,磁场对于推力器羽流的流动具有重要 作用。

参考文献(References)

- Burton R L. Pulsed plasma thruster [J]. Journal of Propulsion and Power, 1998, 14(5):716-735.
- [2] Yin X. Axisymmetric hybrid numerical modeling of pulsed plasma thruster plumes [D]. Worcester: Worcester Polytechnic Institute, 1999.
- [3] Gatsonis N A, Yin X. Particle/fluid modeling of pulsed plasma thruster plumes [R]. AIAA 99 – 2299, 1999.
- [4] Qian Z, Du Z, Wang P. Three-dimensional particle simulation of the plume of a pulsed plasma thruster [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering, 2009, 223(6):815-823.
- [5] 尹乐,周进,杨乐,等.脉冲等离子体推力器羽流的粒子 模拟[J].国防科技大学学报,2008,30(6):6-9.
 YIN Le, ZHOU Jin, YANG Le, et al. Simulation of flume of pulsed plasma thruster by DSMC/PIC fluid hybrid method [J].
 Journal of National University Defense Technology, 2008, 30 (6):6-9. (in Chinese)
- [6] Boyd I D, Keidar M. Modeling of a pulsed plasma thruster from plasma generation to plume far field [J]. Journal of Spacecraft and Rocket, 2000, 37 (3):399-407.
- [7] Keidar M, Boyd I D. Electromagnetic effects in the near field plume exhaust of a pulsed Plasma Thruster [R]. AIAA 2001 - 3638, 2001.
- [8] 邵福球. 等离子体粒子模拟[M]. 北京:科学出版社, 2002:90-94.
 SHAO Fuqiu. Particle simulation of plasmas [M]. Beijing: Science Press, 2002:90-94. (in Chinese)
- [9] Bird G A. Molecular gas dynamics and the direct simulation of gas flows [M]. Oxford: Clarendon Press, 1994.
- [10] Sakabe S, Izawa Y. Cross sections for resonant charge transfer between atoms and their positive ions [J]. Atomic and Nuclear Data Table, 1991, 49:257-314.
- [11] Gatsonis N A, Byrne L T, Zwahlen J C, et al. Current-mode triple and quadruple langmuir probe methods with applications to flowing pulsed plasmas [J]. IEEE Transactions of Plasma Science, 2004, 32(5):2118 – 2129.
- [12] Gatsonis N A, Byrne L T, Eckman R F, et al. Pulsed plasma thruster plumes-experimental investigations and numerical modeling [R]. AIAA 2000 – 0464, 2000.