

# 一种基于多目标微粒群优化的虚拟网络映射方法\*

郭智恩, 薛海伟, 戴一奇

(清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084)

**摘要:**针对多个虚拟网络同时映射时资源统一优化分配的问题,提出了一种基于多目标微粒群优化的虚拟网络映射方法(MSC-VNE),提高底层网络资源利用率及全局负载均衡性能。建立了虚拟网络映射的多目标优化模型,将单个虚拟网络映射作为一个子群,并采用多子群协作优化的方法在子群映射时通过相互信息交换进行协同进化,最终达到全局资源的优化分配。仿真结果表明,与典型成果相比,提出的方法有效地提高了底层网络资源利用率和虚拟网络构建成功率。

**关键词:**虚拟网络映射;多目标优化;多目标微粒群;多子群协同;负载均衡

**中图分类号:**TN915 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)05-0163-05

## A multi-objective particle swarm optimization based virtual network embedding algorithm

GUO Zhien, XUE Haiwei, DAI Yiqi

(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

**Abstract:** Aimed to the problem of unified resource optimized allocation in executing multi-virtual network embedding synchronously, a multi-objective particle swarm optimization based virtual network embedding method is proposed to increase the performance of resource utilization and global load balance of the substrate network resource. A multi-objective optimization model for virtual network embedding was put forward, on the basis of which the single virtual network embedding is considered as a swarm and the information exchange among different swarms so as to evolve corporately by employing multi-swarm coordination optimization method, and finally the increase of the performance of global resource allocation was achieved. The simulation results show that the proposed method maintains the best performance of the substrate network resource utilization ratio and virtual network request acceptance ratio compared with typical methods.

**Key words:** virtual network embedding; multi-objective optimization; multi-objective particle swarm; multi-swarm coordination; load balance

随着互联网基础设施的发展和服务类型的丰富,目前的网络架构越来越无法满足网络规模和新型业务的发展需求<sup>[1]</sup>。网络虚拟化环境(Virtual Network Environment, VNE)作为一种创新网络架构<sup>[2-3]</sup>,允许多个虚拟网络(Virtual Network, VN)运行于公共的底层网络(Substrate Network, SN)上,被公认为是解决网络架构问题的关键技术。VNE技术的本质是通过虚拟网络映射实现基础资源提供商(Infrastructure Provider, InP)和服务提供商(Services Provider, SP)两大功能在逻辑上的分离,使SP能从InP提供的基础设施资源中创建满足服务需求的VN。VNE在提供网络架构中InP和SP功能独立演进的同时,也使得VN映射成为一个关键问题。

VN映射面临的技术挑战是如何将有限的SN资源按需有效地分配给尽可能多的虚拟网络<sup>[4-5]</sup>。VN映射相关的资源优化分配方法也成

为VNE中需要突破的关键技术而倍受国内外学者青睐<sup>[6-7]</sup>。采用线性规划松弛的映射方法<sup>[8]</sup>,通过扩展网络节点和链路构建扩展图,以此优化虚拟网络映射中节点和链路分配,存在算法时间开销大、映射结果不可行或不佳的问题;基于约束优化的映射方法<sup>[9]</sup>设计满足多个约束关系的映射方法,重点考虑约束条件对映射算法的影响,但采用全局搜索方法对映射结果进行优选降低了方法的实用性;基于商品流模型的映射算法<sup>[10]</sup>采用迭代过程在多路径集中确定映射结果,求解过程较复杂而不实用;采用粒子群优化的映射方法<sup>[11]</sup>,通过构建整数线性规划模型优化资源映射,求解开销低并可获得局部最优解。此外,目前已有的方法都是针对单个SP映射请求设计的方法,而未考虑实际应用中存在的多个SP同时请求虚拟网络映射的情况<sup>[12]</sup>,因此,仍需对多个虚拟网络同时映射的资源优化分配问题作进一步

\* 收稿日期:2013-06-03

作者简介:郭智恩(1978—),女,北京人,博士研究生,E-mail:zhienguoguo@126.com;

戴一奇(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:dyq@cs.tsinghua.edu.cn

研究。

为了解决上述问题,在微粒群扩展的多目标微粒群方法基础上,基于多子群协同提出了一种虚拟网络映射方法 (Multi-Swarm Coordinated Virtual Network Embedding, MSC-VNE),该方法不但能满足多 SP 映射需求,并且更有助于获得资源映射的全局最优解。该方法建立了虚拟网络映射的多目标优化模型,采用基于子群协作的多目标粒子群优化方法对虚拟网络映射的节点和链路资源进行统一分配,将多个 SP 虚拟网络映射请求定义为多个子群,并在映射过程中通过子群之间的信息交换和协同进化,满足多个 SP 请求 InP 公共资源的统一优化和全局最优。仿真结果表明,提出的方法有效地提高了虚拟网络构建成功率和底层网络资源利用率。

## 1 虚拟网络映射模型

### 1.1 问题描述

虚拟网络映射是 VNE 中需要解决的关键技术,它将 SP 请求的 VN 资源映射到 InP 提供的 SN 资源中,其中 VN 虚拟节点映射到 SN 中的物理节点上, VN 虚拟链路映射到 SN 中的物理路径上,如图 1 所示。虚拟网络映射问题的关键在于资源分配,不仅需要保证虚拟网络的资源请求、服务质量等,同时还要考虑底层资源开销最小、资源分配最优及负载均衡等问题,尽可能地满足更多 SP 的 VN 请求,实现 InP 的 SN 收益最大。因此,需要设计映射算法在多个 VN 需求和 SN 资源之间进行优化分配,以获得 InP 对多个 SPs 最佳的资源分配方案。

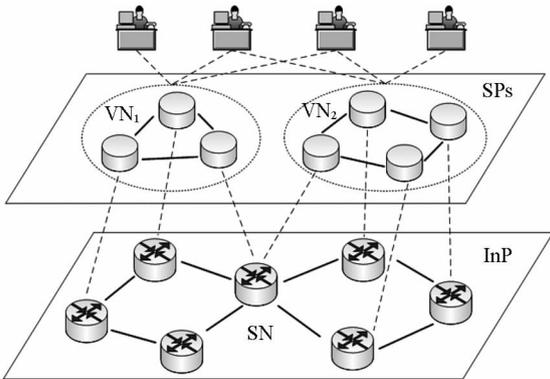


图 1 虚拟物理映射示意图

Fig. 1 The sketch of virtual network mapping

网络可以用无向图  $G(N, L)$  表示,其中  $N$  指节点集合,表示计算、存储、转发等节点属性资源,  $L$  指链路集合,表示带宽、端口、距离等链路属性

资源,那么, SN 和 VN 可以分别用  $G^s(N_s, L_s)$  和  $G^v(N_v, L_v)$  表示。针对多个虚拟网络同时映射,该问题可被定义为映射  $M$ ,则

$$G^v \sum_{i=1}^K (N_v^i, L_v^i) \rightarrow G^s(N'_s, L'_s) \quad (1)$$

$$N'_s \subseteq N_s, L'_s \subseteq L_s$$

其中  $K$  表示同时进行映射的 VN 数。上式描述的映射不仅完成多个 VN 在同一 SN 上的映射,而且对 VN 之间的资源分配进行优化,达到占用 SN 资源的均衡。

### 1.2 映射优化模型

SN 资源利用率最大化的目标又可以等价为最小化 SN 资源的开销。类似地<sup>[7-8,11]</sup>,定义函数  $A(\cdot)$  和  $C(\cdot)$  分别表示资源总量和资源开销,那么

$$A(G_s) = A(N_s) + A(L_s) \quad (2)$$

$$C(G_v) = C(\sum N_v) + C(\sum L_v)$$

$$= A(\sum_{i=1}^K \lambda_i \cdot N_v^i) + \mu \cdot A(\sum_{i=1}^K \lambda_i \cdot L_{v \rightarrow s}^i) \quad (3)$$

其中  $L_{v \rightarrow s}$  表示映射到 SN 中的虚拟链路或路径,  $\lambda_i$  表示第  $i$  个 VN 的权重,  $\mu$  表示链路资源相对节点资源的权重。

在 InP 满足多个 SP 虚拟网络请求时,需要满足 SN 资源的分配均衡,定义反映网络映射负载均衡系数  $B$  为

$$B = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sum_{n_s \in N_s} |C(n_s) - \overline{A(n_s)}|}{A(N_s)} + \frac{\sum_{l_s \in L_s} |C(l_s) - \overline{A(l_s)}|}{A(L_s)} \right] \quad (4)$$

其中  $\overline{A(\cdot)}$  表示资源的平均开销。由式(4)可知,  $B$  越小,负载均衡性能越好。

综上所述,本文提出的虚拟网络映射问题的优化模型可描述为

$$\text{minimum } C(G_v) \& B \quad (5)$$

本文算法以负载均衡  $B$  (见式(4))、虚拟网络构建成功率  $\theta$  (VN 请求数与 VN 成功映射数之比) 和 SN 资源利用率  $\eta$  作为评价指标,  $\eta$  定义如下:

$$\eta = \frac{\sum_{n_s \in N'_s} \frac{C(n_s)}{A(n_s)}}{|N'_s|} + \frac{\sum_{l_s \in L'_s} \frac{C(l_s)}{A(l_s)}}{|L'_s|} \quad (6)$$

## 2 MSC-VNE 算法

### 2.1 算法设计

多个 VN 映射到单个 SN 的资源优化问题实际上是具有多个相互矛盾目标的多目标优化问题。多目标微粒群优化 (Multi-Objective Particle Swarm Optimization, MOPSO) 算法是在微粒群优化 (Particle Swarm Optimization) 算法基础上求解多目标优化问题中非常经典的算法,被广泛应用于科学和工程领域中。虚拟网络映射需要在一定约束条件下解决多 VN 中资源请求相互冲突的资源分配问题,求解多个 VN 中节点和链路在 SN 中的资源分配。基于此,本文基于 MOPSO 方法对虚拟网络映射问题中的资源分配进行优化求解,并利用多子群协同能快速获得全局最优解的优势<sup>[13]</sup>,提出 MSC-VNE 算法,将每个 VN 映射中的节点和链路视为一个子群,在求解节点和链路映射位置时,通过 MOPSO 中子群协同进行多 SN 节点和链路资源分配的协同优化,在映射优化模型的基础上,求解虚拟网络映射问题。

一个 MOPSO 模型可以描述为:

$$\min F(x) = \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_K(x)\} \\ \text{s. t. } \Omega, x \in X \quad (7)$$

其中  $\Omega$  为约束条件集,  $f(\cdot)$  为目标函数。在该算法中,  $f_k(x)$  中变量  $x^k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 在解空间  $X$  中运动,并向其历史最佳位置  $x_{pb}^k$  和全局最佳位置  $x_{gb}^k$  靠拢,速度和位置更新公式为

$$x_{i+1}^k = x_i^k + v_{i+1}^k \\ v_{i+1}^k = wv_i^k + c_1r_1(x_{pb}^k - x_i^k) + c_2r_2(x_{gb}^k - x_i^k) \quad (8)$$

其中  $x_i^k$  和  $v_i^k$  表示粒子的位置和速度,  $i$  表示计算次数,  $w$  为粒子保持位置的惯性权重,  $c_1$  和  $c_2$  为粒子加速度,  $r_1$  和  $r_2$  是  $(0, 1)$  之间随机数。  $x_i^k$  和  $v_i^k$  表示粒子分配的资源 and 资源变化率,  $w$ 、 $c_1$  和  $c_2$  为控制粒子资源分配灵活性的参数。

在 MSC-VNE 算法中,将每个 VN 映射视为一个子群,这些子群中粒子根据其自身历史最佳值和子群内最佳值进行优化更新的同时,通过子群之间粒子位置信息的交换,使粒子可以根据子群间最佳值进行优化,扩展了粒子解的搜索空间,并保证了子群的协同进化。粒子位置  $x^k$  更新时,需要学习该粒子的历史最佳值  $x_{pb}^k$ 、子群内最佳值  $x_{lb}^k$  和子群间最佳值  $x_{sb}^k$ ,其中  $x_{sb}^k$  可以描述为

$$x_{sb}^k = \sum_{i \neq k} \lambda_i \cdot x_{ib}^k \quad (9)$$

相同地,  $\lambda_i$  表示第  $i$  个 VN 的权重,此时,式(8)可以改写为

$$x_{i+1}^k = x_i^k + v_{i+1}^k$$

$$v_{i+1}^k = wv_i^k + \sum_{j=1}^3 c_j r_j \varphi_j(\pi_j - x_i^k) \quad (10)$$

其中  $c_i$  为粒子加速度,  $r_i$  是  $(0, 1)$  之间随机数,  $\varphi_1 = 1$ 、 $\varphi_2 = 1$ 、 $\varphi_3 = \lambda_i$ ,  $\pi_1 = x_{pb}^k$ 、 $\pi_2 = x_{lb}^k$ 、 $\pi_3 = x_{sb}^k$ 。

与式(7)给出的 MOPSO 模型相对应, MSC-VNE 根据式(5)给出的映射模型进行多目标求解,不同 VN 子群中粒子(节点和链路)可根据式(9)进行更新优化, MSC-VNE 求解过程中,首先,满足资源总量约束,即请求资源不大于提供资源,见式(11a)描述,其次,需要满足 VN 中的每个虚拟节点被映射到一个 SN 物理节点,每条虚拟链路被映射到 SN 的一条物理链路或一条物理路径,见式(11b)描述,最后,满足 VN 映射前后节点和链路的连接关系不变,见式(11c)描述,因此,映射约束条件集  $\Omega$  可以表示为

$$\alpha_{ij} C(\sum N_v) \leq \beta_{ij} A(G_s) \\ (\forall n_v^i \in \sum N_v, n_s^j \in N_s) \quad (11a)$$

$$\beta_{ij} C(\sum L_v) \leq \beta_{ij} A(L_s) \\ (\forall L_v^i \in \sum L_v, n_s^j \in L_s) \\ |N_v^1 + N_v^2 + \dots| \\ \sum_{i=1} \alpha_{ij} = 1$$

$$(\forall n_v^i \in \sum N_v, n_s^j \in N_s) \\ |L_v^1 + L_v^2 + \dots| \\ \sum_{i=1} \beta_{ij} \geq 1 \quad (11b)$$

$$(\forall L_v^i \in \sum L_v, n_s^j \in L_s) \\ L_{n_i^i \leftrightarrow n_i^j} \xrightarrow{\text{mapping}} L_{n_i^i \leftrightarrow n_i^j} \quad (11c)$$

$$(\forall n_v^i, n_v^j \in \sum N_v; n_s^i, n_s^j \in N_s)$$

其中  $\alpha_{ij} \in \{0, 1\}$  表示虚拟节点映射  $n_v^i$  是否映射到物理节点  $n_s^j$ ,  $\beta \in \{0, 1\}$  表示虚拟链路  $L_v^i$  是否在物理链路  $L_s^j$  上映射。

### 2.2 相关参数和计算规则的映射

MOPSO 是处理一组或多组连续数据优化的方法,为了有效地将虚拟网络映射问题映射到 MOPSO 方法,需要重新定义相关的参数和优化计算规则。在 MSC-VNE 模型的基础上,对涉及的参数和计算规则进行了描述,具体如下:

**定义 1** 节点和链路: MSC-VNE 中的虚拟节点和虚拟链路映射为 MOPSO 中的粒子,粒子的位置  $x_{ij}^k$  表示第  $k$  个 VN 中第  $i$  粒子的第  $j$  次资源分配迭代计算结果,相应地,粒子的速度  $v_{ij}^k$  表示第  $k$  个 VN 中第  $i$  粒子的第  $j$  次资源更新迭代计算结果。

**定义 2** 虚拟网络: 针对多个虚拟网络同时映射问题, MSC-VNE 中单个虚拟网络定义为子群, 由多个粒子组成。权值向量  $\lambda_k$  表示第  $k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 个 VN 的重要性, 且  $\sum_k \lambda_k = 1$ ; 与某一子群进行信息共享的子群, 称为该子群的邻域, 第  $k$  个 VN 与其邻域交换信息的权重为  $\sum_{i \neq k} \lambda_i$ 。

**定义 3** 信息更新方式: 粒子位置和速度描述如定义 1 所述, 在求解过程中, 粒子位置更新由式(10) 计算, 因虚拟资源属性值是离散值, 粒子及其更新值用整数表示, 采用四舍五入取整即可。

**定义 4** 求解优化策略: MSC-VNE 通过迭代方法, 每次计算, 更新节点和链路的结果, 最终使多 VN 映射结果逼近最佳。在 MOPSO 问题中只存在非劣最优解 (Pareto Optimal), MSC-VNE 得到的多 VN 映射方案为可接受解集, 此时, 第  $k$  个 VN 子群中任一粒子的映射结果  $x^*$  满足

$$f_k(x^*) < f_k(x), \forall k \in [1, K] \quad (12)$$

### 2.3 算法步骤

MSC-VNE 算法根据 SP 请求, 对多个 VN 在 SN 中进行映射, 其输入条件和输出结果描述如下。

输入:

- 多目标优化模型及约束条件, 分别见式(5)和式(11)所示;
- SP 映射  $K$  个 VN 及节点和链路资源需求;
- 每个 VN 的权值  $\lambda_k$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 与邻域;
- 算法最大迭代次数。

输出: 虚拟网络映射方案。

MSC-VNE 算法具体步骤描述如下。

阶段一: 初始化

(1) 根据约束条件, 每个子群中的粒子随机生成初始化位置与速度参数。

(2) 计算粒子位置  $x^k$  的历史最佳值  $x_{pb}^k$ 、子群内最佳值  $x_{lb}^k$  和子群间最佳值  $x_{sb}^k$ 。

阶段二: 迭代计算

(3) 根据式(10)更新其速度和位置, 若粒子不满足约束条件时, 重新更新其位置和速度参数, 更新的值满足式(11)所示约束条件。

(4) 更新  $x_{pb}^j$ 、 $x_{lb}^j$  和  $x_{sb}^j$ 。当粒子满足  $f_k(x_i^k) < f_k(x_{pb}^k)$ , 则  $x_{pb}^k = x_i^k$ , 当粒子满足  $f_k(x_{pb}^k) < f_k(x_{lb}^k)$ , 则  $x_{lb}^k = x_{pb}^k$ , 再依据式(9)更新得到  $x_{sb}^k$ 。

(5) 如果满足最大迭代次数要求, 至阶段三, 否则至第(3)步。

阶段三: 结果输出

(6) 输出虚拟网络映射结果。

## 3 仿真与分析

仿真中比较了下述算法: (1) 基于最短路径优化的虚拟网络映射算法<sup>[6]</sup> D-ViNE-SP; (2) 基于多商品流优化的虚拟网络映射算法<sup>[6]</sup> D-ViNE-LP; (3) 基于粒子群优化的虚拟网络映射算法<sup>[11]</sup> VNE-PSO; (4) 本文提出的算法 MSC-VNE。仿真中比较了底层网络负载均衡性能  $B$ 、虚拟网络构建成功率  $\theta$  和底层网络资源利用率  $\eta$ , 见 1.2 小节所述。

仿真中使用 GT-ITM 工具生成虚拟网络映射问题中典型的底层网络 SN 模型和 VN 映射请求模型<sup>[6][9-11]</sup>, SN 具有 200 个节点和约 1000 条链路, 节点和带宽资源服从均匀分布  $U[100, 500]$ , 每一个 VN 节点服从  $U[10, 20]$ , 节点间链路连接概率为 0.5, 节点和链路资源服从均匀  $U[10, 50]$ 。横坐标  $K$  表示 VN 请求数, 纵坐标分别是  $\{B, \theta, \eta\}$ , 仿真经  $10^4$  次运行得到不同  $K$  值下  $\{\eta, \theta, B\}$  平均值。MSC-VNE 中子群权重设为相等且互为邻域。式(10)中  $w$  设为 0.5,  $c_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 设为 0.2, 最大迭代次数为 50。

图 2 比较了底层网络负载均衡性能, 由图可知, 随着虚拟网络请求数  $K$  的增加, MSC-VNE 算

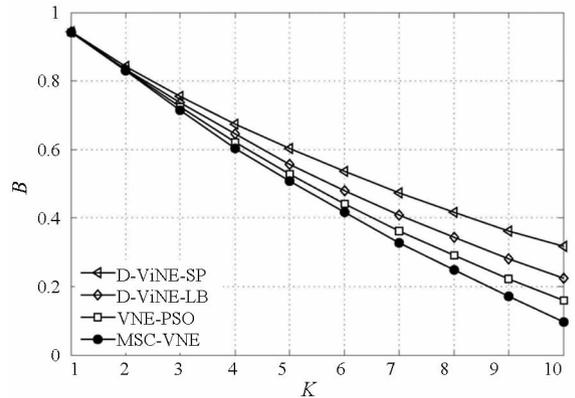


图 2 底层网络负载均衡性能

Fig. 2 The performance of load balance of SN

法性能最佳, 并且该算法相比其他几种算法的性能收益越大, 相比 VNE-PSO、D-ViNE-LP 和 D-ViNE-SP 的平均收益分别提高 15%, 27% 和 51%, 主要是因为 MSC-VNE 算法不仅采用多目标优化方法, 同时求解虚拟网络资源映射方案, 且通过子群协同优化不同虚拟网络资源分配冲突条件下的资源均衡, 而其他几种方法因无法均衡多虚拟网络映射中资源, 所以性能较差, 其中 D-ViNE-SP 采用最短路径优化方法缩小了节点获得最优解的空间而性能较差。

图3和图4进一步给出了虚拟网络构建成功率和底层网络资源利用率,在底层网络资源和VN请求资源一定的情况下,MSC-VNE算法维持了较高的虚拟网络构建成功率,依此有效地提高了底层网络资源,原因在于该算法能在多个VN请求之间调节资源的共享分配,在虚拟网络构建成功率较高的基础上,优化底层网络资源的剩余量,均衡节点和链路资源的占用,故而构建成功率和资源利用率性能较好。

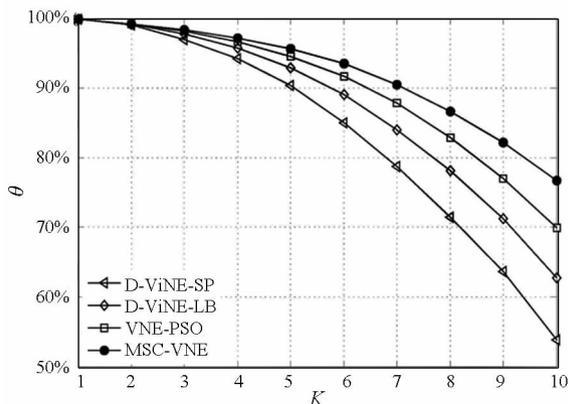


图3 虚拟网络构建成功率

Fig. 3 Virtual network request acceptance ratio

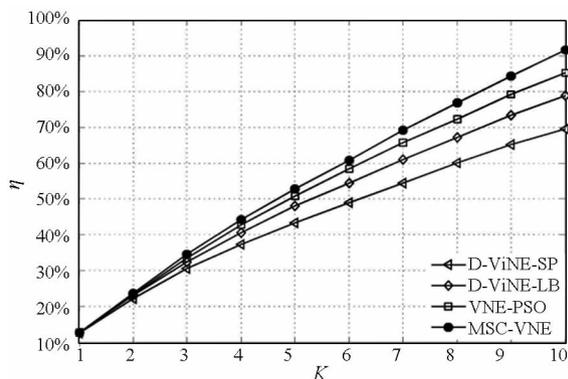


图4 底层网络资源利用率

Fig. 4 Substrate network resource utilization ratio

## 4 结论

本文针对多个虚拟网络同时映射时资源统一分配和优化的问题,采用粒子群优化的方法,在多子群协同的多目标优化方法基础上,提出了一种新的虚拟网络映射算法 MSC-VNE,在满足多 SP 映射需求的同时获得资源映射的非劣最优解。该算法通过建立多目标虚拟网络映射优化模型,在此基础上采用 MOPSO 中多子群信息交换和协同进化的方法,优化多目标映射条件下的 VN 映射中的资源分配。仿真结果表明新方法能有效地提高底层网络资源负载均衡性能,以及虚拟网络构建成功率和底层网络资源利用率。新方法可用于

解决多 SP 网络映射时的资源分配问题。

## 参考文献 (References)

- [1] Belbekkouch A. Resource discovery and allocation in network virtualization [J]. IEEE Communication Magazine, 2012, 14 (4): 1114 - 1128.
- [2] ITU-T, Y. 3011. Framework of network virtualization for Future Network [S]. 2012.
- [3] Pan J, Paul S. A survey of the research on future internet architectures [J]. IEEE Communication Magazine, 2011, 49 (7): 26 - 36.
- [4] Nick F, Lixin Gao, Jennifer R, et al. How to lease the internet in your spare time [J]. SIGCOMM Computer Communication, 2007, 37(1): 61 - 64.
- [5] Chowdhury N, Boutaba R. Network virtualization: State of the art and research challenges [J]. IEEE Communications Magazine, 2009, 47(7): 20 - 26.
- [6] Chowdhury N, Boutaba R. A survey of network virtualization [J]. Computer Networks, 2010, 54(5): 862 - 876.
- [7] 蔡志平, 刘强, 吕品, 等. 虚拟网络映射模型及其优化算法 [J]. 软件学报, 2012, 23(4): 864 - 877. CAI ZhiPing, LIU Qiang, Lü Pin, et al. Virtual network mapping model and optimization algorithms [J]. Journal of Software, 2012, 23(4): 864 - 877. (in Chinese)
- [8] Mosharaf C, Muntasir R R, et al. ViNEYard: virtual network embedding algorithms with coordinated node and link mapping [J]. IEEE/ACM Transactions on Networking, 2012, 20(1): 206 - 219.
- [9] 李小玲, 郭长国, 李小勇, 等. 一种基于约束优化的虚拟网络映射方法 [J]. 计算机研究与发展, 2012, 49(8): 1601 - 1610. LI Xiaoling, GUO Changguo, LI Xiaoyong, et al. A constraint optimization based mapping method for virtual network [J]. Journal of Computer Research and Development, 2012, 49 (8): 1601 - 1610. (in Chinese)
- [10] 姜明, 王保进, 吴春明, 等. 网络虚拟化与虚拟网络映射算法研究 [J]. 电子学报, 2011, 39(6): 1315 - 1320. JIANG Ming, WANG Baojin, WU Chunming, et al. Research on network virtualization and virtual network mapping algorithm [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(6): 1315 - 1320. (in Chinese)
- [11] 程祥, 张忠宝, 苏森, 等. 基于粒子群优化的虚拟网络映射算法 [J]. 电子学报, 2011, 39(10): 2240 - 2244. CHENG Xiang, ZHANG Zhongbao, SU Sen, et al. Virtual network embedding based on particle swarm optimization [J]. Acta Electronica Sinica, 2011, 39(10): 2240 - 2244. (in Chinese)
- [12] Bo Lv, Zhenkai Wang, Tao Huang, et al. Virtual resource organization and virtual network embedding across multiple domains [C]. Proceedings of the IEEE International Conference on Multimedia Information Networking and Security, Piscataway, NJ, USA: IEEE Press, 2010: 725 - 728.
- [13] Carlos A, Coello C, Gregorio T P. Maximino salazar lechuga. handling multiple objectives with particle swarm optimization [J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computation, 2004, 8(3): 256 - 279.