

金属体在海水中运动产生的感应电场建模*

张伽伟,熊露,龚沈光

(海军工程大学兵器工程系,湖北武汉 430033)

摘要:分析了金属体在海水中运动产生感应电场的机理。采用镜像法推导了水下垂直和水平直流电流元在海水中的电场表达式,进一步导出了海水中运动金属体切割地磁场而在海水中产生的感应电场数学模型,并计算分析了运动金属体的感应电场大小及空间分布。仿真计算结果表明,20m长的金属椭球体,以4m/s的航速在水下10m航行时,在水下30m左右感应电场的量级为nV/m,并且该电场在空间分布上有明显的特征。

关键词:感应电场;运动金属体;直流电流元;地磁场

中图分类号:TM151 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2013)06-0147-05

Modeling of the electric field generated by metal body moving under seawater

ZHANG Jiawei, XIONG Lu, GONG Shenguang

(Department of Weaponry Engineering, Naval University of Engineering, Wuhan 430033, China)

Abstract: A mathematical model is proposed to calculate the electric fields induced by the motion of metal body across the earth's magnetic field, according to deriving the expressions of electric fields induced by the vertical and horizontal DC current under seawater using the mirror image method. The magnitude and spatial distribution characteristics of the electric fields were analyzed, the results show that in the 30m depth, the magnitude of the electric field induced by a 20m's long metal ellipsoid sailing 10m below water surface at the velocity of 4m/s is nV/m, and apparent characteristics can be noticed in its spatial distribution.

Key words: induced electric fields; moving metal body; DC current element; earth's magnetic field

随着海洋资源开发的不断深入,各类水下机器人、水下航行器等得到了飞速的发展和广泛的应用,水下目标的探测也已成为重要课题。水下目标大部分是由金属制成的,电场是水下金属体的一个重要目标特性,金属体产生电场的因素较多,但金属的电化学腐蚀和电磁感应起主要作用^[1]。电磁感应产生的电场可分为两类:一类是由磁性物体运动而产生的;一类是由金属物体在磁场中运动而产生的。前者可以通过消磁技术加以克服,对于后者则是水下运动金属体很难避免的,金属体在地磁场中运动将产生感应电动势,由于海水是良导体,因此在金属体和海水之间将产生感应电流,从而在空间形成感应电场。此前已有关于水面船舶感应电场的研究^[2-3],而对水下运动航行器感应电场的研究还比较少,因此研究水下金属体运动产生的感应电场可以完善水下金属体感应电场的研究,为水下目标探测提供新途径。下面以直流电流元为基本单元,采用镜像法

对运动金属体在海水中产生的感应电场进行理论计算和仿真。

1 运动金属体产生感应电场建模方法

1.1 水下运动金属体的基本分析及简化

在地球磁场中运动的金属体会切割地磁场产生感应电动势,此电动势在金属体表面完全绝缘时,在海水中无法形成传导电流,只是一个存在电势差的电势体,在周围空间中产生静电场。而金属体在海水中运动产生的感应电场特性与金属体的形状和表面绝缘情况有关,因此在对水下运动金属体建模方法进行研究时,首先要考虑金属体的形状和表面的绝缘状况,现根据一些实际情况做出如下简化假设:(1)金属体结构如图1所示,在金属体前端有球形整流罩,后端有螺旋桨作为推进装置;(2)金属体非绝缘部位为前端的整流罩和后端的螺旋桨,这两个部位作为金属体最

* 收稿日期:2013-04-10

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51109215);国家部委资助项目

作者简介:张伽伟(1986—),男,四川乐山人,博士研究生,E-mail:gaweizhang@163.com;

龚沈光(通信作者),男,教授,博士生导师,E-mail:290519038@qq.com

主要和典型的非绝缘表面,其它部位附有绝缘涂层。基于此假设建立的建模方法与部分水中航行器实际情况是相符合的,至于金属体表面有其它可能的非绝缘部位,在实际计算时也可根据实际情况用已建立的模型进行包含计算。



图 1 金属体结构示意图

Fig. 1 The configuration of metal body

1.2 水下运动金属体的建模方法

建立如图 2 所示坐标系: xy 平面为空气与海水的分界面,坐标原点 o 位于水面,并在金属体的正上方, oy 方向为金属体运动方向, oz 轴垂直向下, ox 轴与 oy 、 oz 轴满足右手定则。

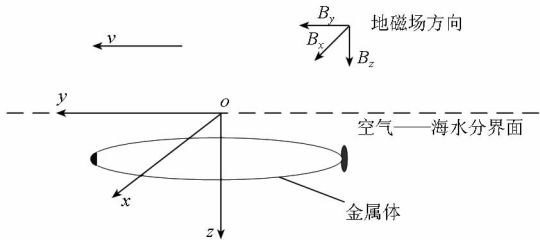


图 2 金属体切割地磁场示意图

Fig. 2 Diagram of metal body cutting geomagnetic field

由于金属体沿 y 方向运动,所以金属体只切割地磁场的 x 轴和 z 轴分量,产生的感应电动势分别沿 z 轴和 x 轴方向,在此状况下,金属体切割地磁场产生感应电动势,将在金属体内形成体电流,并通过不绝缘的金属体表面,即整流罩和螺旋桨,在海水中形成传导电流从而产生感应电磁场。此时整流罩和螺旋桨将不能当作点场源处理,由于首尾两个非绝缘区域之间的间隔较大,之间的海水电阻也较大,所以把这两个非绝缘区域当成两个独立的场源来分别进行研究,即金属体产生的感应电动势分别在首尾形成两个相对独立的传导电流回路,而金属体运动产生的感应电磁场强度则是这两个回路在海水中产生的电磁场强度的叠加。

计算海水中裸露金属体的感应电场通常有两种方法:一是将金属体简化为点电极向海水中辐射电流^[4];二是以电流元作为基本单元拟合。前者对无绝缘层的无限长金属体,或者对无绝缘层的有限长金属棒的近场进行近似处理是可行的,但对于一段运动金属体,若其场点到棒的距离不是远远小于棒长时,场的分布是比较复杂的,该方法是不准确的。电流元则不存在类似问题,因此

下面采用电流元的计算模型拟合金属体运动产生的感应电场,在建模计算时需要考虑空气-海水分界面的影响。

2 水下运动金属体的感应电场

2.1 切割地磁场 x 轴分量的感应电场

如图 2 所示,在该坐标系下金属体在水面航行分别切割地磁场的 x 分量和 z 分量,首先讨论切割 B_x 的感应电场,由法拉第电磁感应定理^[2]可知整流罩和螺旋桨产生的感应电动势指向 z 轴的负方向,在整流罩或螺旋桨面上任意取一点,则它与在球面上沿 z 方向对称的点之间有恒定的电势差,且它们被海水包围,因此它们将构成有恒定电流的垂直电流线,如图 3 所示:

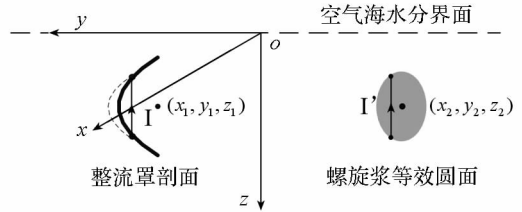


图 3 金属体内产生的垂直感应电流

Fig. 3 Vertical induced current across metal body

在图 3 的坐标系中整流罩球心的坐标为 (x_1, y_1, z_1) ,螺旋桨圆心坐标为 (x_2, y_2, z_2) ,令电流元坐标为 (x_0, y_0, z_0) ,整流罩半径为 R_s ,螺旋桨半径为 R_p ,计算电流元在分层介质中电场分布的方法有很多^[5-9],根据镜像法^[10]得到垂直电流元 $I_z dz_0$ 在场点 (x, y, z) 处的标量电位为:

$$\Phi_{海} = \frac{I_z dz_0 (z - z_0)}{4\pi\sigma_1 R_1^3} - \frac{I_z dz_0 (z + z_0)}{4\pi\sigma_1 R_1^3} \quad (z \geq 0) \quad (1)$$

其中, $R_0^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z + z_0)^2$;
 $R_1^2 = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2$ 。

由 $E = -\nabla\Phi$ 得到在场点 (x, y, z) 处的电场强度各个方向的分量为:

$$E_x^{Bx} = -\frac{I_z dz_0 (z - z_0)}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{-3(x - x_0)}{R_1^5} + \frac{3(x - x_0)}{R_0^5} \right] \quad (2)$$

$$E_y^{Bx} = -\frac{I_z dz_0 (z - z_0)}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{-3(y - y_0)}{R_1^5} + \frac{3(y - y_0)}{R_0^5} \right] \quad (3)$$

$$E_z^{Bx} = -\frac{I_z dz_0}{4\pi\sigma_1} \left[\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_0^3} - \frac{3z(z - z_0)}{R_1^5} + \frac{3z_0(z - z_0)}{R_1^5} + \frac{3z(z + z_0)}{R_0^5} - \frac{3z_0(z + z_0)}{R_0^5} \right] \quad (4)$$

(2) ~ (4) 式对 z_0 沿电流线积分可得到海水

中运动垂直电流元在海水中产生的感应电场为:

$$E_x^{Bx} = -\frac{I_z}{4\pi\sigma_1} \left\{ \frac{-(x-x_0)}{R_1^3} + (x-x_0) \cdot \left[2z(z+z_0) \left(\frac{1}{r_0 R_0^3} + \frac{1}{r_0^2 R_0} \right) + \frac{1}{R_0^3} \right] \right\} \Bigg|_{z_0=d_1}^{z_0=d_2} \quad (5)$$

$$E_y^{Bx} = -\frac{I_z}{4\pi\sigma_1} \frac{-(y-y_0)}{R_1^3} + (y-y_0) \cdot \left[2z(z+z_0) \left(\frac{1}{r_0 R_0^3} + \frac{1}{r_0^2 R_0} \right) + \frac{1}{R_0^3} \right] \Bigg|_{z_0=d_1}^{z_0=d_2} \quad (6)$$

$$E_z^{Bx} = -\frac{I_z}{4\pi\sigma_1} \left[s_1 - s_2 + s_3 - s_4 - z \left(\frac{1}{R_1^3} + \frac{1}{R_0^3} \right) \right] \Bigg|_{z_0=d_1}^{z_0=d_2} \quad (7)$$

其中:

$$s_1 = \frac{-(z-z_0)}{r_0 R_1}, \quad s_2 = \frac{z+z_0}{r_0 R_0}$$

$$s_3 = \frac{1}{2} z \left\{ \frac{-1}{R_1^3} - z \left[\frac{z-z_0}{r_0 R_0^3} + \frac{2(z-z_0)}{r_0^2 R_0} \right] \right\} + \frac{z^2+r_0}{2} \left[\frac{z-z_0}{r_0 R_0^3} + \frac{2(z-z_0)}{r_0^2 R_0} \right] + \frac{3z_0}{2R_1^3}$$

$$s_4 = \frac{1}{2} z \left\{ \frac{-1}{R_1^3} - z \left[\frac{z+z_0}{r_0 R_0^3} + \frac{2(z+z_0)}{r_0^2 R_0} \right] \right\} + \frac{z^2+r_0}{2} \left[\frac{z+z_0}{r_0 R_0^3} + \frac{2(z+z_0)}{r_0^2 R_0} \right] - \frac{3z_0}{2R_0^3}$$

$$r_0 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$$

d_1, d_2 为垂直电流元两端点的 z 轴坐标且 $d_1 > d_2$ 。由电磁感应定律得:

$$I_z = -\frac{vB_x(d_1-d_2)}{R_{d_1-d_2}}$$

其中 v 为金属体的航行速度, B_x 为地磁场 x 轴分量, $R_{d_1-d_2}$ 为电流元两端点间的海水电阻, 根据实验室的试验数据^[4] 拟合, 近似取 $R_{d_1-d_2} \approx 3.07 \times \ln(d_1-d_2)$ 。

利用垂直电流元感应电场在空间的分布模型, 在整流罩球形表面和螺旋桨圆形表面积分就可得整流罩和螺旋桨切割地磁场 x 分量的感应电场。

得到整流罩感应电场为:

$$E_{sx}^{Bx} = \frac{1}{2} \int_0^{R_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} E_x^{Bx} (r\sin\theta + x_1, r\cos\theta + y_1, z_1 + \sqrt{R_s^2 - r^2}) rd\theta dr \quad (8)$$

$$E_{sy}^{Bx} = \frac{1}{2} \int_0^{R_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} E_y^{Bx} (r\sin\theta + x_1, r\cos\theta + y_1, z_1 + \sqrt{R_s^2 - r^2}) rd\theta dr \quad (9)$$

$$E_{sz}^{Bx} = \frac{1}{2} \int_0^{R_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} E_z^{Bx} (r\sin\theta + x_1, r\cos\theta + y_1, z_1 + \sqrt{R_s^2 - r^2}) rd\theta dr \quad (10)$$

螺旋桨的感应电场为:

$$E_{px}^{Bx} = \int_{x_2-R_p}^{x_2+R_p} E_x^{Bx} (x_0, y_2, z_2 + \sqrt{R_p^2 - (x_0-x_2)^2}) dx_0 \quad (11)$$

$$E_{py}^{Bx} = \int_{x_2-R_p}^{x_2+R_p} E_y^{Bx} (x_0, y_2, z_2 + \sqrt{R_p^2 - (x_0-x_2)^2}) dx_0 \quad (12)$$

$$E_{pz}^{Bx} = \int_{x_2-R_p}^{x_2+R_p} E_z^{Bx} (x_0, y_2, z_2 + \sqrt{R_p^2 - (x_0-x_2)^2}) dx_0 \quad (13)$$

2.2 切割地磁场 z 轴分量的感应电场

金属体切割地磁场 z 轴分量同切割地磁场 x 轴分量类似, 不同的是切割 z 轴分量时基本单元是有恒定电流的水平电流元, 如图 4 所示:

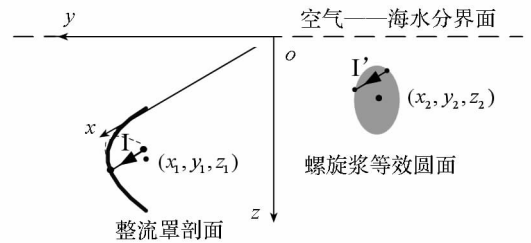


图4 金属体内产生的水平感应电流

Fig. 4 Horizontal induced current across metal body

计算方法同 2.1 节, 根据镜像法得到海水中运动水平电流元在海水中任意位置产生的感应电场表达式如下:

$$E_x^{Bz} = -\frac{I_x}{4\pi\sigma_1} \left[s_5 - s_6 + s_7 - s_8 - x \left(\frac{1}{R_1^3} - \frac{1}{R_0^3} \right) \right] \Bigg|_{x_0=d_1}^{x_0=d_2} \quad (14)$$

$$E_y^{Bz} = -\frac{I_x}{4\pi\sigma_1} \left\{ \frac{-(y-y_0)}{R_1^3} + \frac{y-y_0}{R_0^3} \right\} \Bigg|_{x_0=d_1}^{x_0=d_2} \quad (15)$$

$$E_z^{Bz} = -\frac{I_x}{4\pi\sigma_1} \left\{ \frac{-(z-z_0)}{R_1^3} + \frac{z+z_0}{R_0^3} \right\} \Bigg|_{x_0=d_1}^{x_0=d_2} \quad (16)$$

其中:

$$s_5 = \frac{-(x-x_0)}{r_1 R_1}, \quad s_6 = \frac{-(x-x_0)}{r_2 R_0}$$

$$s_7 = \frac{1}{2} x \left\{ \frac{-1}{R_1^3} - x \left[\frac{x-x_0}{r_1 R_1^3} + \frac{2(x-x_0)}{r_1^2 R_1} \right] \right\} + \frac{x^2+r_1}{2} \left[\frac{x-x_0}{r_1 R_1^3} + \frac{2(x-x_0)}{r_1^2 R_1} \right] + \frac{3x_0}{2R_1^3}$$

$$s_8 = \frac{1}{2}x \left\{ \frac{-1}{R_0^3} - x \left[\frac{x-x_0}{r_2 R_0^3} + \frac{2(x-x_0)}{r_2^2 R_0} \right] \right\}$$

$$+ \frac{x^2 + r_2}{2} \left[\frac{x-x_0}{r_2 R_0^3} + \frac{2(x-x_0)}{r_2^2 R_0} \right] + \frac{3x_0}{2R_0^3}$$

$$r_1 = (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2$$

$$r_2 = (y-y_0)^2 + (z+z_0)^2, \mathbf{I}_x = \frac{vB_z(d_1-d_2)}{R_{d_1-d_2}}$$

得到整流罩感应电场为:

$$E_{sx}^{Bz} = \frac{1}{2} \int_0^{R_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} E_x^{Bz}(x_1 - \sqrt{R_s^2 - r^2}, r \cos\theta + y_1, r \sin\theta + z_1) r d\theta dr \quad (17)$$

$$E_{sy}^{Bz} = \frac{1}{2} \int_0^{R_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} E_y^{Bz}(x_1 - \sqrt{R_s^2 - r^2}, r \cos\theta + y_1, r \sin\theta + z_1) r d\theta dr \quad (18)$$

$$E_{sz}^{Bz} = \frac{1}{2} \int_0^{R_s} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} E_z^{Bz}(x_1 - \sqrt{R_s^2 - r^2}, r \cos\theta + y_1, r \sin\theta + z_1) r d\theta dr \quad (19)$$

螺旋桨感应电场:

$$E_{px}^{Bz} = \int_{z_2-R_p}^{z_2+R_p} E_x^{Bz}(x_2 - \sqrt{R_p^2 - (z_0 - z_2)^2}, y_2, z_0) dz_0 \quad (20)$$

$$E_{py}^{Bz} = \int_{z_2-R_p}^{z_2+R_p} E_y^{Bz}(x_2 - \sqrt{R_p^2 - (z_0 - z_2)^2}, y_2, z_0) dz_0 \quad (21)$$

$$E_{pz}^{Bz} = \int_{z_2-R_p}^{z_2+R_p} E_z^{Bz}(x_2 - \sqrt{R_p^2 - (z_0 - z_2)^2}, y_2, z_0) dz_0 \quad (22)$$

3 运动金属体感应电场数值计算结果

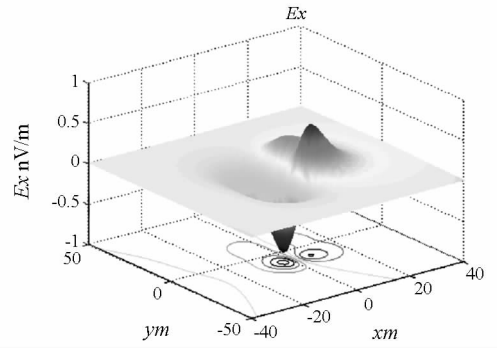
将公式(8)~(13)、(17)~(22)叠加起来可得到水下运动金属体感应电场三分量的最终计算式,下面计算 x 轴方向的电场。

令地磁场强度为 B_E , 磁倾角 I 为地磁场与该位置地球表面切线之间的夹角, γ 是 x 轴与地磁北极之间的夹角。坐标系中任意位置的地磁场强度可以表示为:

$$\mathbf{B}_E = |B_E| (\cos I \cos \gamma \hat{X} + \cos I \sin \gamma \hat{Y} - \sin I \hat{Z})$$

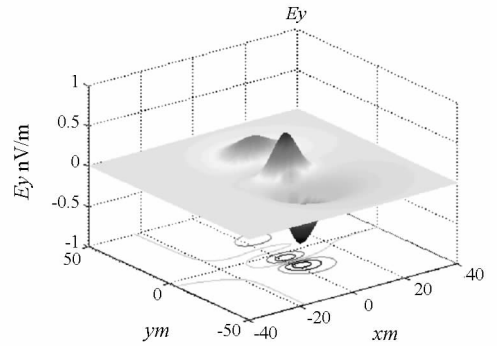
取金属体长 20m, 整流罩半径 $R_s = 1.51\text{m}$, 螺旋桨半径 $R_p = 1\text{m}$, 航行深度为 10m, 航速为 $v = 4\text{m/s}$, $|B_E| = 5 \times 10^4 \text{nT}$, $I = \pi/6$, $\gamma = 0$, 海水电导率 $\sigma_1 = 3\text{mho}$ 。

运动金属体感应电场在 $z = 20\text{m}$ 的平面内的分布情况, 如图 5 所示。



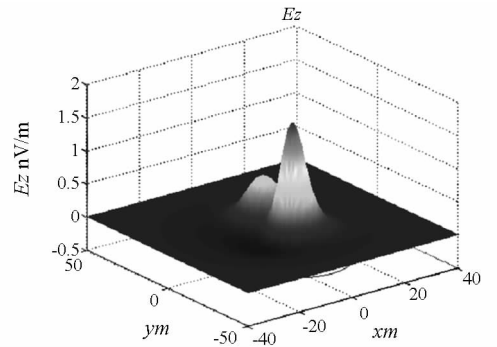
(a) 感应电场 x 分量分布

(a) Spatial distribution of x component



(b) 感应电场 y 分量分布

(b) Spatial distribution of y component



(c) 感应电场 z 分量分布

(c) Spatial distribution of z component

图 5 运动金属体感应电场各分量的分布情况

Fig. 5 Spatial distribution of the electric field generated by metal body

图 5(a)为运动金属体感应电场 x 方向分量 E_x 的分布, 在金属体的首尾附近共出现了 4 个峰值 ($y = \pm 10\text{m}$ 处), 最大峰值为 0.8nV/m , 且 E_x 沿 $x=0$ 平面成反对称分布。这种分布可以定性加以说明: 在地磁场垂直分量的作用下, 金属体沿 y 轴正向运动, 在金属体右侧积累正电荷, 左侧积累负电荷, 对于地磁场的水平分量产生的是垂直电流元, 所以, 叠加结果使得在金属体右侧区域形成较大的正的 E_x 分量, 在左侧区域形成较大的负的 E_x 分量。图 5(b)是运动金属体 E_y 分量

电场的分布,从图中可以看出,该分量电场关于 $x=0$ 平面成对称分布,最大峰值为 0.7nV/m ,电场在整流罩和螺旋桨的圆心处出现正负翻转。图5(c)为 z 分量电场的分布情况,该分量电场关于 $x=0$ 平面成对称分布,且在金属体的下方 z 分量电场均为正值,最大值为 1.7nV/m 。

4 结论

本文采用镜像法推导出了海水中直流电流元在空气—海水二层介质中的海水内电磁场分布的表达式,并推导出了水下运动金属体的感应电场表达式。数值计算结果表明,20m长的金属椭球体,以 4m/s 的航速在水下10m航行时,在水下30m左右感应电场的量级为纳伏/米(其大小与航速和金属体的尺寸有关),并且该电场在空间分布上有明显的特征。对计算结果进行分析可知,电场的空间分布特性是和实际情况相符的。根据理论计算,虽然该电场量级太小,在实验室很难单独探测到,但是对完善水下运动金属体的电场理论有一定意义。

参考文献(References)

[1] 林春生,龚沈光. 舰船物理场[M]. 北京:兵器工业出版社,2007.
LIN Chunsheng, GONG Shenguang. Ships physical fields [M]. Beijing: Weapons Industry Press, 2007. (in Chinese)

[2] 孙明,龚沈光,周骏,等. 运动舰船切割地磁场在海水中产生的电场计算[J]. 电子学报,2003(31):464-467.
SUN Ming, GONG Shenguang, ZHOU Jun, et al. Calculation of the electric field generated by vessel moving across

geomagnetic field in seawater [J]. Acta Electronica Sinica, 2003(31): 464-467. (in Chinese)

[3] 龚沈光,卢新城. 舰船电场特性初步分析[J]. 海军工程大学学报,2008,20(2):1-4.
GONG Shenguang, LU Xincheng. Pilot study of electric field characteristics of warsh [J]. Journal of Naval University of Engineering, 2008,20(2):1-4. (in Chinese)

[4] 孙明. 舰船感应电场和极低频电场研究[D]. 武汉:海军工程大学,2003.
SUN Ming. Research on induced and extremely low frequency electric fields of ship [D]. Wuhan: Naval University of Engineering, 2003. (in Chinese)

[5] 陈重,崔正勤. 电磁场理论基础[M]. 北京:北京理工大学出版社,2003(2):201-206.
CHEN Zhong, CUI Zhengqin. Fundamentals of electromagnetics theory [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2003(2):201-206. (in Chinese)

[6] Peter R B, Rene L D. Quasi-static range propagation equations for the approximate fields within a conducting slab [R]. NUSC Technical Report 5807, 1978.

[7] Peter R B, Rene L D. Numerical results for modified image theory quasi-static range subsurface-to-subsurface and subsurface-to-air propagation equations [R]. NUSC Technical Report 5775, 1978.

[8] James R W. Electromagnetic fields of current-carrying wires in a conducting medium [J]. Canadian Journal of Physics, 1952(30):512-523.

[9] Peter R B. Simple expressions for the electric and magnetic field strengths between the elements of an infinite array [J]. IEEE transactions on antennas and propagation, 1973, 15:721-722.

[10] 陈聪. 舰船电磁场的模型研究和深度换算[D]. 武汉:海军工程大学,2003.
CHEN Cong. Research on the modeling and the extrapolation of electromagnetic field of a ship [D]. Wuhan: Naval University of Engineering, 2003. (in Chinese)