

基于循环追踪算法的编队航天器交会控制*

杨希祥, 杨 涛, 张为华

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:采用循环追踪算法解决编队航天器交会控制问题。建立并推导了线性循环追踪算法和非线性循环追踪算法数学模型,提出了绕飞平面采用循环追踪控制,绕飞平面法向采用比例微分进行振动抑制的编队交会控制律。基于脉冲推力方式,对绕飞平面分别采用线性和非线性循环追踪的三航天器编队交会控制问题进行了仿真分析。仿真结果表明,提出的基于循环追踪的控制方式可满足编队航天器交会控制要求,航天器按顺时针运行轨迹交会于初始位置决定的参考中心,三航天器间相对距离、相对运动速度变化趋势基本一致,速度增量消耗较小,为航天器编队构形控制研究提供有益参考。

关键词:航天器编队;交会控制;线性循环追踪算法;非线性循环追踪算法;比例微分

中图分类号: V249; TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2014)01-0001-05

Rendezvous control of spacecraft formation based on cyclic pursuit algorithm

YANG Xixiang, YANG Tao, ZHANG Weihua

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Rendezvous control of spacecraft formation based on cyclic pursuit algorithm is researched. The mathematical model of cyclic pursuit algorithm was established and deduced, and a new control law for spacecraft formation rendezvous was proposed, in which planar cyclic pursuit algorithm and normal proportional derivative method were combined. A rendezvous control for a formation by three spacecrafts adopting linear and nonlinear cyclic pursuit algorithm respectively is simulated. Simulation results show that, the proposed control law based on cyclic pursuit can meet the rendezvous requirement of spacecraft, spacecrafts rendezvous at the reference center determined by their initial position along clockwise trajectories, changing process of relative distance and relative velocity between them is consistent, and consumption of velocity gain is lesser. All this can provide theoretical reference for research of formation control for spacecrafts.

Key words: spacecraft formation; rendezvous control; linear cyclic pursuit algorithm; nonlinear cyclic pursuit algorithm; proportional derivative

随着微小型航天器技术蓬勃发展和空间任务需求日益多样化,航天器编队成为空间技术发展的重要方向和当前的研究热点^[1-2]。大量研究表明,编队飞行使很多单个航天器难以实现的空间任务变得简单,多功能得以实现,系统整体性能得到极大提升^[3]。在某些特定情形下,编队航天器需交会整合以完成特定任务或回收编队应对紧急突发情况,例如,当编队中某航天器出现故障时。

编队航天器的交会属于编队构形控制问题。构形控制问题是编队飞行必须解决的关键问题,构形控制算法是航天器编队控制的核心,过去二十年间,国内外学者对此进行了积极研究^[4-6]。

研究人员从生物运动中个体相互追踪的行为

出发,总结出基于循环矩阵的循环追踪运动策略,提出了将循环追踪算法应用于编队分布式控制的新思想,并将其应用于机器人、无人机等编队控制^[7-9]。

循环追踪算法分为线性循环追踪算法和非线性循环追踪算法,非线性循环追踪算法又分为定速非线性循环追踪算法和变速非线性循环追踪算法^[10]。线性循环追踪下,编队收敛于初始几何中心,变速非线性循环追踪下,如果合理选取控制参数,同样具有这一性质。受这一性质启发,本文将循环追踪算法应用于编队航天器交会问题,其逆问题即为构形捕获问题,为航天器编队构形控制问题研究提供新思路。

* 收稿日期:2013-05-08

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11102229)

作者简介:杨希祥(1982—),男,河北阜城人,讲师,博士,E-mail:nkyangxixiang@163.com

1 循环追踪算法

1.1 线性循环追踪算法

考虑二维空间中的一组 n 个成员的编队, 个体坐标由 $\mathbf{p}_i(t) = (x_i(t), y_i(t)) \in \mathbf{R}^2 (i = 1, 2, \dots, n)$ 表示, $t \geq 0$. 若对任一个体 i 施加控制 $\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^2$, 使之追踪个体 $i+1, i = 1, 2, \dots, n$, 追踪对象以 n 取模 (简记为 $\text{mod}n$), 则系统控制可统一描述为

$$\mathbf{u}_i(t) = \sum_{j \neq i}^n a_{ij}(\mathbf{p}_j(t) - \mathbf{p}_i(t)), i, j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

a_{ij} 表示个体 i 受个体 j 影响的控制增益. 全系统可表示为如下形式: 假定个体 i 的运动仅受个体 $i+1$ 作用, 直接指向成员 $i+1$ 的控制 $\mathbf{u}_i \in \mathbf{R}^2$ 变为

$$\mathbf{u}_i = a(\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i), i = 1, 2, \dots, n \text{ mod } n \quad (2)$$

式中 a 为常数, 个体运动学方程的向量形式可表示为

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{M}\mathbf{p} \quad (3)$$

式中,

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -a & a & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & -a & a & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & -a & a & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -a & a \\ a & 0 & \cdots & \cdots & 0 & -a \end{bmatrix} = a(\mathbf{\Pi} - \mathbf{I}_n) \quad (4)$$

此种追踪方式表示“一对一”线性循环追踪运动控制, 信息交流机制相对简单, 更利于工程应用与实现.

1.2 非线性循环追踪算法

对于非完整约束编队系统, 个体运动方程一般用下式表示,

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ \omega \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中, $(x, y) \in \mathbf{R}^2$ 表示个体在平面内的位置, θ 表示运动方向, $(u, \omega) \in \mathbf{R}^2$ 表示切向速度和角速度控制输入. 式(5)描述个体运动简单直观, 但不便描述需要的追踪控制律. 为此, 引入在相对坐标系下描述非线性循环追踪问题的方式^[11]. 系统中含两个成员和三个成员时, 循环追踪的相对运动描述如图 1 所示.

图中, r_i 表示个体 i 与 $i+1$ 的距离, α_i 表示个体 i 实际速度方向与期望速度方向的夹角, β_i 表示个体 i 实际速度反方向与个体 $i+1$ 速度方向的

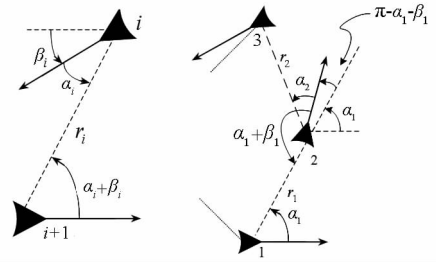


图 1 两成员(左)和三成员(右)循环追踪相对坐标

Fig. 1 Relative coordinate in cyclic pursuit for two agent (left) and three agent (right)

夹角.

个体 i 的运动方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{r}_i = -v_i \cos\alpha_i - v_{i+1} \cos(\alpha_i + \beta_i) \\ \dot{\alpha}_i = \frac{1}{r_i}(v_i \sin\alpha_i + v_{i+1} \sin(\alpha_i + \beta_i)) - \omega_i \\ \dot{\beta}_i = \omega_i - \omega_{i+1} \end{cases} \quad (6)$$

对于包含 n 个成员的多体系统, 成员相对坐标 $\xi_i = (r_i, \alpha_i, \beta_i), i = 1, \dots, n$. 式(6)定义的多体系统相对运动方程存在如下等式关系,

$$\begin{cases} g_1(\xi) = r_1 \sin\alpha_1 + r_2 \sin(\alpha_2 + \pi - \beta_1) + r_3 \sin(\alpha_3 + 2\pi - \beta_1 - \beta_2) \\ \quad + \cdots + r_n \sin(\alpha_n + (n-1)\pi - \beta_1 - \beta_2 - \cdots - \beta_{n-1}) = 0 \\ g_2(\xi) = r_1 \cos\alpha_1 + r_2 \cos(\alpha_2 + \pi - \beta_1) + r_3 \cos(\alpha_3 + 2\pi - \beta_1 - \beta_2) \\ \quad + \cdots + r_n \cos(\alpha_n + (n-1)\pi - \beta_1 - \beta_2 - \cdots - \beta_{n-1}) = 0 \\ g_3(\xi) = \sum_{i=1}^n \beta_i + n\pi = 0 \text{ mod } 2\pi \end{cases} \quad (7)$$

若对个体运动施加控制

$$\begin{cases} v_i = k_r r_i \\ \omega_i = k_\alpha \alpha_i \end{cases} \quad (8)$$

式中, $k_r, k_\alpha > 0$, 为常数控制增益, 由于速度控制量为随相对距离变化的变量, 称为变速的非线性循环追踪算法, 此时式(6)表示的个体相对运动方程转化为

$$\begin{cases} \dot{r}_i = -k_r (r_i \cos\alpha_i + r_{i+1} \cos(\alpha_i + \beta_i)) \\ \dot{\alpha}_i = k_r \left(\sin\alpha_i + \frac{r_{i+1}}{r_i} \sin(\alpha_i + \beta_i) \right) - k_\alpha \alpha_i \\ \dot{\beta}_i = k_\alpha (\alpha_i - \alpha_{i+1}) \end{cases} \quad (9)$$

2 基于循环追踪算法的编队交会控制律设计

上节描述的循环追踪算法为平面内编队控制算法, 对于三维空间航天器编队构形问题, 采用平面内和法向分别设计控制律的方法. 为方便研究问题, 本文针对空间圆编队情况进行研究.

2.1 编队航天器相对运动方程

描述编队相对运动时做如下假设:1) 地球为均质圆球,不考虑摄动因素;2) 参考卫星和环绕卫星均运行于圆轨道;3) 编队成员间距离远小于其轨道半径。于是,得到参考轨道坐标系($oxyz$)下线性化的编队成员相对运动动力学方程(C-W方程)^[12]

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2n\dot{y} + 3n^2x + a_x \\ \ddot{y} = -2n\dot{x} + a_y \\ \ddot{z} = -n^2z + a_z \end{cases} \quad (10)$$

式中, $n = \sqrt{\mu/a_c^3}$ 为平均轨道角速度, a_c 为参考卫星半长轴, a_x 、 a_y 、 a_z 为三个方向的控制加速度。三个方向控制加速度均为0时,式(10)描述的编队相对运动可分解为轨道平面(xy 平面)和垂直轨道平面(z 方向)两个相互独立的运动, z 方向的运动为简谐振动。同时,式(10)描述的编队绕飞轨道是一中心在原点的椭圆。

2.2 编队交会控制律设计

由2.1节分析可知,对于编队飞行控制问题,可以采用循环追踪算法对绕飞平面内运动进行控制。同时,设计相应的控制律对与绕飞平面垂直方向的运动进行控制。

为此,在绕飞面内建立新的坐标系 $oXYZ$, X 轴为由原点沿平面 xy 和绕飞平面的交线,指向相对运动轨道上 z 坐标由负值变为正值的点, Z 轴为相对运动正法线方向, Y 轴由右手定则确定。则 $oxyz$ 与 $oXYZ$ 间存在如下坐标转换关系,

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} = \mathbf{M}_1(\gamma) \mathbf{M}_3(\psi) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\gamma & \sin\gamma \\ 0 & -\sin\gamma & \cos\gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\psi & \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (11)$$

式中,

$$\begin{cases} \sin\gamma = N_1/N_2 \\ \cos\gamma = n_3/N_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} \sin\psi = n_1/N_1 \\ \cos\psi = -n_2/N_1 \end{cases}$$

其中,

$$\begin{cases} n_1 = 2n^2x_0z_0 + 2\dot{x}_0\dot{z}_0 \\ n_2 = -nx_0\dot{z}_0 + n\dot{x}_0z_0 \\ n_3 = -2n^2x_0^2 - 2\dot{x}_0^2 \\ N_1 = \sqrt{n_1^2 + n_2^2} \\ N_2 = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2} \end{cases} \quad (12)$$

式中, x_0 、 y_0 、 z_0 、 \dot{x}_0 、 \dot{y}_0 、 \dot{z}_0 分别为初始位置

与初始速度。

经式(11)的坐标转换后,绕飞平面 oXY 内采用第1节介绍的平面内循环追踪算法进行控制。令 $\sin\psi = s_1$, $\cos\psi = c_1$, $\sin\gamma = s_2$, $\cos\gamma = c_2$ 式(11)的逆变换为

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1X - s_1c_2Y + s_1s_2Z \\ s_1X + c_1c_2Y - c_1s_2Z \\ s_2Y + c_2Z \end{pmatrix} \quad (13)$$

式(13)说明, Z 方向运动与采用循环追踪控制的 oXY 平面的运动相耦合。 $oXYZ$ 坐标下,三轴控制加速度分别记为 a_x 、 a_y 、 a_z ,采用循环追踪算法控制 oXY 平面内运动时, $a_z = 0$,因此,参考轨道坐标系三轴向控制加速度为^[13],

$$\begin{pmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1a_x - s_1a_y \\ s_1c_2a_x + c_1c_2a_y \\ s_1s_2a_x + c_1s_2a_y \end{pmatrix} \quad (14)$$

将式(13)、式(14)代入式(10),推导得到 Z 方向动力学模型

$$\begin{aligned} \ddot{Z} + c_2^2n^2Z &= -s_1s_2c_2(3c_1^2 + 1)n^2X \\ &+ c_1c_2s_2(3s_1^2 - 1)n^2Y + 2ns_2(c_1\dot{X} - s_1\dot{Y}) \\ &+ s_2c_2(s_1 - c_1)(a_x - a_y) \end{aligned} \quad (15)$$

达到稳定状态时, $a_x = a_y = 0$,式(15)等号右端呈周期变化, Z 向运动为受迫振动,采用比例微分控制策略进行振动抑制

$$\ddot{Z} = -k_zZ - k_v\dot{Z} \quad (16)$$

控制增益取值范围为 $[0.1n, n]$ 。

3 仿真结果与分析

本节通过典型算例,对基于循环追踪算法的航天器编队交会控制进行仿真,根据仿真结果对其特点与性质进行深入分析。

考虑3个航天器构成的圆形编队,参考中心位于半径为7400km的圆轨道上。初始时刻,三航天器均匀分布于相对参考中心半径为80m的圆轨道上,相位角分别为 $\varphi_{01} = 0$, $\varphi_{02} = 2\pi/3$, $\varphi_{03} = 4\pi/3$,要求三航天器最终交会于参考中心,选用脉冲推力控制方式。

3.1 航天器线性循环追踪仿真分析

采用1.1节的线性循环追踪算法对绕飞平面内运动进行控制,式(2)中的控制增益 a 取0.05,仿真步长取1.0,仿真结果如图2~图4所示。

仿真结果表明,采用线性循环追踪控制方法,可以完成编队航天器交会任务,其实质为航天器指向参考中心的运动,航天器按顺时针运行轨迹

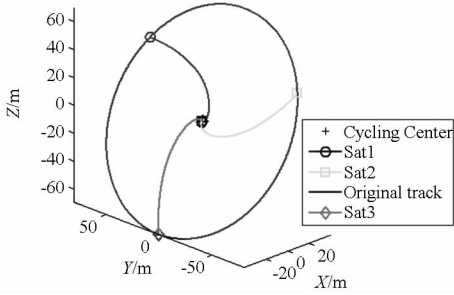


图 2 线性循环追踪运动轨迹

Fig. 2 Trajectory under linear cyclic pursuit algorithm

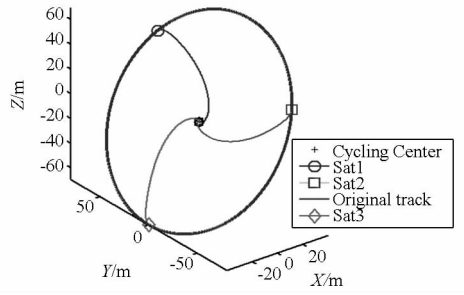


图 5 非线性循环追踪运动轨迹

Fig. 5 Trajectory under nonlinear cyclic pursuit algorithm

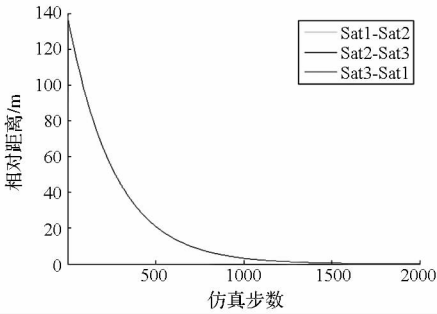


图 3 航天器间相对距离

Fig. 3 Relative distance between spacecrafts

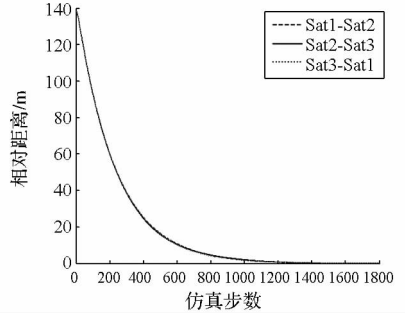


图 6 航天器间相对距离

Fig. 6 Relative distance between spacecrafts

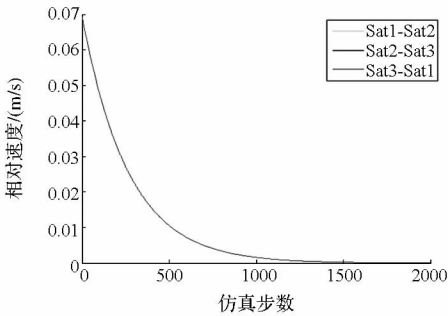


图 4 航天器相对速度

Fig. 4 Relative velocity of spacecrafts

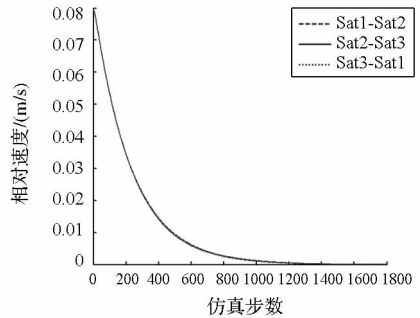


图 7 航天器相对速度

Fig. 7 Relative velocity of spacecrafts

交会于初始位置决定的参考中心,三航天器间相对距离、相对运动速度变化趋势基本一致,航天器 1 与航天器 2 间最终相对距离为 0.0940m,航天器 2 与航天器 3、航天器 3 与航天器 1 间相对距离均为 0.0939m。速度增量消耗较小且相差不大,分别为 0.2958m/s、0.2249m/s、0.2893m/s。

3.2 航天器非线性循环追踪仿真分析

采用 1.2 节的变速非线性循环追踪算法对绕飞平面内运动进行控制。对于三航天器,控制增益分别设置为 $k_r = n/\sqrt{3}$, $k_\alpha = 80 \times 3n/\pi$, $\omega_i = k_\alpha \alpha_i - n (i=1,2,3)$ 。仿真结果如图 5 ~ 图 7 所示。

仿真结果表明,通过设置适当的速度控制增益和角度控制增益,采用非线性循环追踪控制方法,同样可以完成编队航天器交会任务。航天器按顺时针运行轨迹交会于初始位置决定的参考中

心,三航天器间相对距离、相对运动速度变化趋势基本一致,航天器 1 与航天器 2 间最终相对距离为 0.0893m,航天器 2 与航天器 3 相对距离为 0.05898m,航天器 3 与航天器 1 相对距离为 0.04352m。速度增量消耗较小但略高于线性循环追踪,分别为 0.302m/s、0.230m/s、0.298m/s。相对于线性循环追踪算法,由于非线性循环追踪算法考虑了控制指令执行的时延等因素,交会过程中编队对称性保持相对逊色,但更接近工程实际。

编队航天器循环追踪过程中对称性的保持避免了交会过程航天器的碰撞。3.1 节和 3.2 节的仿真结果还共同说明了一个问题,即无论线性循环追踪,还是非线性循环追踪,编队交会的最终位置由编队初始位置决定,交会的中心即为初始编队的几何中心。

4 结论

本文研究了基于循环追踪策略的航天器编队交会(回收)控制方法,主要研究工作和结论如下:

(1)建立并推导了线性循环追踪算法和非线性循环追踪算法数学模型。

(2)提出了绕飞平面采用循环追踪控制、绕飞平面法向采用比例微分进行振动抑制的编队交会控制律。

(3)基于脉冲推力方式,对绕飞平面分别采用线性和非线性循环追踪的三航天器编队交会控制问题进行了仿真分析。仿真结果表明,提出的基于循环追踪的控制方式可满足编队航天器交会控制要求,航天器按顺时针运行轨迹交会于初始位置决定的参考中心;三航天器间相对距离、相对运动速度变化趋势基本一致,速度增量消耗较小且相差不大,非线性循环追踪中,编队对称性保持相对稍差;编队交会的最终位置为初始位置的几何中心。

参考文献 (References)

- [1] Coulter A, Daniel R. NASA's terrestrial planet finder mission: the search for habitable planets[C]//Proceedings of the Conference on Towards Other Earths, Heidelberg, Germany, 2003:47-54.
- [2] Moreira A, Krieger G. TanDEM-X: A terraSAR-X Add-on satellite for single-pass SAR interferometry[C]//Proceedings of 2004 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium, Anchorage, Alaska, 2004:1-4.
- [3] 张育林, 曾国强, 王兆魁, 等. 分布式卫星系统理论及应用[M]. 北京:科学出版社,2008.

- ZHANG Yulin, ZENG Guoqiang, WANG Zhaokui, et al. Distributed satellite system theory and application [M]. Beijing: Science Press, 2008. (in Chinese)
- [4] Keum W L, Singh S N. Variable-structure model reference adaptive formation control of spacecraft [J]. Journal of Guidance Control and Dynamic, 2012, 35(1): 105-115.
- [5] Jaime L. New decentralized algorithms for spacecraft formation control based on a cyclic approach[D]. Massachusetts Institute of Technology, 2010.
- [6] Tsujii S, Bando M, Hiroshi Y. Spacecraft formation flying dynamics and control using the geomagnetic lorentz force[J]. Journal of Guidance Control and Dynamic, 2013, 36(1): 136-148.
- [7] Marco C, Andrea G, Antonio G. A LEGO mindstorms multi-robot setup in the automatic control telelab [C]//Preprints of the 18th IFAC World Congress, Milano, Italy, 2011: 9812-9817.
- [8] Jhelum C, Rahul K, Debasish G. Study of nonlinear cyclic pursuit strategies applied to MAV swarms [R]. Bangalore: India Insitute of Science, 2011.
- [9] Yang T, Radice G, Zhang W H. Cooperative control for spacecraft formation reconfiguration via cyclic pursuit strategy [C]//Proceedings of Advances in Aeronautical Science, San Diego, California, 2010:1653-1665.
- [10] Kevin G. Cyclic pursuit: symmetry, reduction and nonlinear dynamics[D]. University of Maryland, 2011.
- [11] Marshall J A. Coordinated Autonomy: pursuit formations of multivehicle systems [D]. University of Toronto, 2005.
- [12] 朱彦伟. 航天器近距离相对运动轨迹规划与控制研究 [D]. 长沙:国防科技大学, 2009.
ZHU Yanwei. Trajectory plan and control for near distance relative motion of spacecrafts [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2009. (in Chinese)
- [13] 杨涛. 面向空间任务的追踪理论与应用研究 [D]. 长沙:国防科技大学, 2010.
YANG Tao. Research on pursuit theory and its application to space mission [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2010. (in Chinese)