

基于能量与动量矩指标的两次“推-滑”离轨制导方法*

邹毅,张洪波,汤国建

(国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘要:对航天器在有限推力作用下的“推-滑-推-滑”离轨轨道制导问题进行了研究。将再入接口条件转化为能量与动量矩指标,基于该指标得出了单次“推-滑”的临界地心距,分析了其对离轨策略的影响;推导了有推力作用时飞行器能量与动量矩的相对变化规律,通过使飞行器的能量与动量矩以同样的相对速度减小的方法,导出了制导方程;得到了首次制动时推力方向始终与速度方向相反,二次制动根据制导方程进行导引的轨道形式;对不同高度与不同再入接口条件的离轨问题进行了数值仿真。仿真结果表明,该方法计算量小,可有效解决单次“推-滑”无法实现的离轨制导问题。

关键词:离轨制动;再入接口;能量-动量矩;推-滑;轨道规划;离轨制导

中图分类号: V412 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2014)01-046-06

A burn-coast-burn-coast deorbit guidance approach based on energy and angular momentum indices

ZOU Yi, ZHANG Hongbo, TANG Guojian

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The problem of “burn-coast-burn-coast” deorbit trajectory guidance with finite thrust is studied. The entry interface conditions are transformed into indices of energy and angular momentum, based on which the critical geocentric distance of “burn-coast” deorbit problem is derived and the relationship between entry interface conditions and deorbit strategy is analyzed. Then, the relative changing law of energy and the angular momentum of spacecraft in the burn arc are derived, and the guidance equation is derived by the idea that the energy and angular momentum decrease synchronously in the same relatively rate. According to the entry interface conditions, the trajectory is supposed to be a “burn-coast-burn-coast” style. The first burn needs no guidance, and the direction of the thrust is opposite to the velocity direction. The second burn uses the guidance law. Simulations of different altitude and different entry interface conditions are implemented. The results indicate that the method can effectively solve the deorbit guidance problem that the single “burn-coast” method fails, and the computational effort is not large.

Key words: deorbit braking; entry interface; energy-angular momentum; burn-coast; trajectory planning; deorbit guidance

离轨制动是指在轨航天器在推力作用下的减速飞行过程。对于制动发动机可重复开关的情况,航天器应在发动机最后一次工作结束后,能自由飞行至再入接口并获得预定的再入接口条件^[1-4]。在大气层外的离轨轨道根据受力不同,可分为发动机开机时的制动段和发动机关机时的自由滑行段。

离轨制动问题普遍存在于返回式卫星、行星探测器、载人飞船、航天飞机等多种航天器的各类返回任务中^[5-7],与之相关的轨道优化、制导与控制技术是关键技术。美国的天基CAV计划与欧空局的IXV计划均将其列为重要的技术研究与验证内容^[8-9]。

离轨问题的早期研究对象主要是低升阻比飞

行器,采用冲量式制动,根据不同的再入接口条件与目标函数,求解单冲量^[10-11]与多冲量^[12-13]最优离轨问题。这类飞行器的再入接口条件通常是地心距和速度倾角,文献[14-15]通过分析飞行器在大气层内应满足的约束条件,反推出再入接口条件的取值范围;其中,文献[14]给最优离轨问题下的定义是:给定一条初始轨道,一个着陆点位置,以及大气层内的飞行过程约束(热流、过载、动压等),求解离轨制动所需的最小冲量值;文献[15]以天基CAV为研究对象,沿用低升阻比飞行器的研究方法,在折衷考虑离轨燃料和大气层内飞行特性的基础上,得出再入点速度倾角的最佳取值范围应为 $[-5^\circ, -1.5^\circ]$ 。

文献[16]针对采用有限推力制动的载人飞

* 收稿日期:2013-07-04

作者简介:邹毅(1981—),男,江西宜春人,博士研究生,E-mail:zouyi201@163.com;

汤国建(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:tanguojian@nudt.edu.cn

船,在给定制动角的前提下,分别研究了按等视速度、按等速度倾角与按时间关机的三种关机方程;这种方法简单,有一定的可靠性,适用于飞船这类半弹道式再入的飞行器,但精度易受外界扰动的影响。

文献[2-4]以大升阻比飞行器为研究对象,将再入接口条件取为地心距、速度和速度倾角,采用有限推力离轨制动方式,研究了单次“推-滑”和多次“推-滑”的离轨制动问题。其核心思想是借鉴火箭上升段制导思路^[17-19],提出了“自主式离轨制导”的概念:通过推导制动段的状态变量与协态变量的解析解,用快速多重打靶法来实现推力角的实时计算。这种方法的优点在于可以不依靠地面控制站进行自主离轨,能大大提高在轨飞行器的快速响应能力,但该方法计算过程复杂,实际效果有待实践检验。

本文以近地轨道上运行的升力式再入飞行器为研究对象,把位置和速度偏差形式的再入接口条件转换为能量与动量矩的约束指标,通过将能量与动量矩差值等效消减至零的思路,给出了一种新的离轨制导方法;针对轨道高度大于临界高度的情况,考虑到单冲量制动和基于速度增益制导方法的单次“推-滑”均不可行,需要将离轨轨道规划为“推-滑-推-滑”的形式。

1 运动方程

升力式再入飞行器在大气层内的横向机动能力很强,不需要通过改变轨道面来获得所需的横程,因此在离轨制动过程中只考虑平面内的运动问题。描述飞行器运动状态的变量包括速度大小 v 、当地速度倾角 γ 、地心距 r 和航程角 θ 。离轨运动方程可表示为:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = \frac{T \cos \alpha}{m} - \frac{\mu}{r^2} \sin \gamma \\ \frac{d\gamma}{dt} = \frac{T \sin \alpha}{mv} - \frac{\mu}{vr^2} \cos \gamma + \frac{v}{r} \cos \gamma \\ \frac{dr}{dt} = v \sin \gamma \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{v \cos \gamma}{r} \\ \frac{dm}{dt} = -\frac{T}{V_e} \end{cases} \quad (1)$$

式中, m 为飞行器质量, μ 为地球引力常数; T 为发动机推力, V_e 为发动机有效排气速度,两者皆为常量; α 为推力方向与速度方向的夹角,假定推力方向与飞行器体轴重合,则对于平面变轨问题, α 即为攻角。

2 再入接口条件对离轨策略的影响

如图1所示,再入接口取为大气边界环面在轨道平面内的投影,可用地心距为 r_e 的圆来表示。在初始轨道上任一点 O 对飞行器施加冲量 Δv 进行离轨制动。当 r_e 给定时,再入接口条件可以转化为用单位质量能量 E_e 与单位质量动量矩 H_e 的大小来表示:

$$E_e = \frac{v_e^2}{2} - \frac{\mu}{r_e} \quad (2)$$

$$H_e = r_e v_e \cos \gamma_e \quad (3)$$

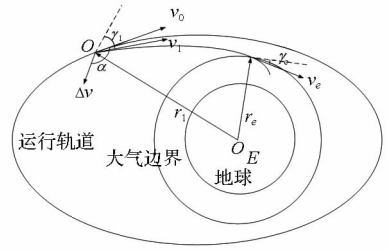


图1 单冲量离轨示意图

Fig. 1 Single impulse deorbit

由图1可知,飞行器在 O 点的速度为 v_0 ,冲量式变轨后,速度和速度倾角分别为 v_1 和 γ_1 。由能量守恒和动量矩守恒可知,为了满足再入接口条件,飞行器变轨后在 O 点的速度应为:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2\mu}{r_1} + 2E_e} \quad (4)$$

根据动量矩守恒,可由上式求得,变轨后的飞行器在 O 点的速度倾角应为:

$$\cos \gamma_1 = \frac{H_e}{r_1 \sqrt{\frac{2\mu}{r_1} + 2E_e}} \quad (5)$$

由当地速度倾角的定义可知, $\gamma_1 \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right]$,

即 $\cos \gamma_1 \in [0, 1]$, 则有如下的方程:

$$r_1^2 + \frac{\mu}{E_e} r_1 - \frac{H_e^2}{2E_e} \leq 0 \quad (6)$$

注意到,用来表示再入接口条件的单位质量能量 $E_e < 0$, 则求解不等式方程(6)可得:

$$r_1 \in \left[\frac{\mu - \sqrt{\mu^2 + 2E_e H_e^2}}{2|E_e|}, \frac{\mu + \sqrt{\mu^2 + 2E_e H_e^2}}{2|E_e|} \right] \quad (7)$$

式(7)对应单冲量满足再入接口条件的地心距上下界,下界的值通常小于再入高度,主要考虑地心距的上界,令:

$$r_c = \frac{\mu + \sqrt{\mu^2 + 2E_e H_e^2}}{2|E_e|} \quad (8)$$

式中 r_c 为临界地心距,当离轨点的轨道半径

大于临界地心距时,飞行器至少需要两次以上的冲量才能满足再入接口条件。由 r_c 的表达式可知,临界地心距的取值只与再入接口条件有关。

对于有限推力离轨制导问题,通常采用速度增益制导算法来求解,其中需要速度与增益速度的计算也是以冲量式制动为假设前提的,会遇到与冲量式制动相同的问题^[20]。因此,当飞行器的轨道高度大于临界高度时,为满足再入接口条件,需要考虑发动机多次开关机的情况。

3 离轨轨道制导方法

3.1 连续推力作用下的能量与动量矩特性

根据轨道力学中能量与动量矩的表达式,并结合式(1)可得:

$$\frac{dE}{dt} = v\dot{v} + \frac{\mu}{r^2}\dot{r} = \frac{Tvcos\alpha}{m} \quad (9)$$

$$\frac{dH}{dt} = \frac{Trcos(\alpha + \gamma)}{m} \quad (10)$$

由式(9)、式(10)可知:

- (1) 推力沿径向施加时 ($\alpha = \pm \frac{\pi}{2}$), 能量 E 保持不变;
- (2) 推力沿周向施加时 ($\alpha = \pi$), 能量 E 减小的速度最快;
- (3) 推力方向与速度方向垂直时 ($\alpha = \pm \frac{\pi}{2} - \gamma$), 动量矩 H 保持不变;
- (4) 推力沿反切向施加时 ($\alpha = \pi - \gamma$), 动量矩 H 减小的速度最快。

而在推力作用下,飞行器单位质量能量与动量矩的相对变化关系为:

$$\frac{dE}{dH} = \frac{vcos\alpha}{rcos(\alpha + \gamma)} \quad (11)$$

3.2 基于能量与动量矩指标的制导律

设离轨轨道上任一点的能量与动量矩分别为 E 和 H , 则其与再入接口条件的差值分别为: $\Delta E = E - E_c$, $\Delta H = H - H_c$ 。基于能量和动量矩指标的离轨轨道制导方法的核心思想就是使得 ΔE 与 ΔH 同时趋于零,从而满足再入接口条件,即:

$$f(t) = \frac{\Delta E/\Delta H}{dE/dH} \triangleq 1 \quad (12)$$

$f(t)$ 称为特征函数。式(11)代入式(12)可得:

$$f(t) = \frac{\Delta E}{\Delta H} \cdot \frac{rcos(\alpha + \gamma)}{vcos\alpha} = 1 \quad (13)$$

由(13)式解出 α , 即可得制导律:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{cos\gamma - \frac{v\Delta H}{r\Delta E}}{sin\gamma}\right) \quad (14)$$

式(13)、(14)的导引结果可以使 ΔE 与 ΔH 以同样的相对速度增大或减小,若增大则制导失败,因此需要对式(14)进行讨论,以确定制导律的适用范围。

由式(9)、式(10)可知,当 α 的取值在二、三象限时,能量和动量矩才会减小,即若 $\alpha \notin \left(\frac{\pi}{2}, \pi\right] \cup \left(-\frac{\pi}{2}, -\pi\right]$ 时,制导律失效。

令 $g(t) \triangleq cos\gamma - \frac{v\Delta H}{r\Delta E}$ 。对于近地轨道来说,离轨下降过程中 γ 的值通常较小,因此 $sin\gamma$ 的量级较小,若 $g(t)$ 的值较大,会使得 $|\alpha| \rightarrow \frac{\pi}{2}$ 。由 3.1 节的讨论可知,此时 E 和 H 的变化率很小,容易造成制导律失效;因此,在制导之前,需要对离轨轨道进行规划。

4 离轨轨道规划

对轨道高度大于临界高度的情况,在首次离轨制动过程中, $f(t) \neq 1$, 不满足式(12)。结合制导律(14)和能量与动量矩相对变化特性,为了实现制导目标,对离轨轨道作出如下规划:

- (1) 离轨过程设计为“推 - 滑 - 推 - 滑”轨道,即离轨轨道可划分为两次“推 - 滑”段;
- (2) 首次“推 - 滑”段攻角设计为定值;
- (3) 二次“推 - 滑”段攻角可变,采用基于能量与动量矩指标的制导方法进行导引。

4.1 首次“推 - 滑”段

“推”与“滑”分别指的是发动机开机的制动过程与发动机关机的自由飞行过程。

首次制动的目标是使飞行器快速离轨,并使式(12)在首次自由飞行过程中成立,从而为二次制动段的制导提供条件。

近地轨道离轨过程中可近似认为 $cos\gamma = 1$, 则可将 $g(t) = 0$ 视作发动机第二次开机的条件。此时 α 的值在 π 附近,则可反推出首次自由飞行段所需满足的条件:

$$\frac{\Delta E}{\Delta H} \cdot \frac{r}{v} = 1 \quad (15)$$

假设在首次制动过程的任意时刻关机,进入自由飞行段,自由飞行段的能量与动量矩不变,则可将 $\frac{v}{r}$ 表示为:

$$\frac{v}{r} = \frac{v(v^2 - 2E)}{2\mu} \quad (16)$$

将式(16)代入式(15)可得:

$$v^3 - 2Ev - 2\mu \frac{\Delta E}{\Delta H} = 0 \quad (17)$$

$$\Delta = \mu^2 \left(\frac{\Delta E}{\Delta H} \right)^2 - \frac{8E^3}{27} > 0 \text{ 为一元三次方程(17)}$$

的判别式,可知方程有一个实根和两个复根。式(17)的实根 v_c 称为临界速度,它是使得式(15)成立的条件:

$$v_c = \frac{1}{3} \left(27\mu \cdot \frac{\Delta E}{\Delta H} + 3\sqrt{-24E^3 + 81\mu^2 \cdot \left(\frac{\Delta E}{\Delta H} \right)^2} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{2E}{\left(27\mu \cdot \frac{\Delta E}{\Delta H} + 3\sqrt{-24E^3 + 81\mu^2 \cdot \left(\frac{\Delta E}{\Delta H} \right)^2} \right)^{\frac{1}{3}}} \quad (18)$$

制动过程中实时计算当前轨道的近地点速度 v_p 和远地点速度 v_a ,若 $v_a < v_c < v_p$,则 v_c 为可行解。根据 v_c 的值可算出自由滑行段中,当 $v = v_c$ 时,轨道的高度 h_c 与速度倾角值 γ_c 。 v_c 的取值范围是一个区间,可根据离轨要求在 v_c 的可行域范围内选择关机时机。

在上述推导过程中,并未涉及到攻角 α 的值,由式(9)、式(10)可知: $\alpha = \pi$ 时能量下降速度最快; $\alpha = \pi - \gamma$ 时动量矩下降速度最快;两个方向仅相差一个 γ 角;则 $\alpha \in [\pi, \pi - \gamma]$ 时,燃料较省,基于此,首次制动段的攻角取为 $\alpha = \pi$ 。

4.2 二次“推-滑”段

当 $v = v_c$ 时,发动机开机,第二次制动段开始,采用式(14)对飞行器进行导引,可以使得在第二次制动段中, $f(t) \equiv 1$; 当 $|\Delta E| < \varepsilon_e$ 或 $|\Delta H| < \varepsilon_H$ 时,发动机关机,第二次制动段结束;飞行器自由滑行至再入接口。

5 仿真分析

5.1 仿真流程和条件

仿真基本流程如图 2 所示。以升力式再入飞行器为仿真对象,发动机推力 $T = 2500\text{N}$; 发动机有效排气速度 $V_e = 3000\text{m/s}$; 飞行器初始质量 $M_0 = 1900\text{kg}$ 。

再入高度 $h_e = 120\text{km}$, 两种再入接口条件见表 1。

将表 1 的条件代入式(8), 所得结果减去地球半径后得出条件 1 的轨道临界高度 $h_1 = 600.1\text{km}$; 条件 2 的轨道临界高度 $h_2 = 972.0\text{km}$;

当轨道高度大于临界高度时,至少需要采用两次“推-滑”才能满足再入接口条件。

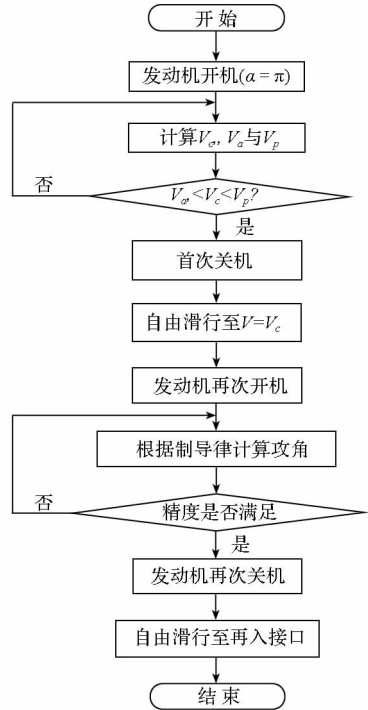


图 2 “推-滑-推-滑”轨道仿真流程图

Fig. 2 “Burn-Coast-Burn-Coast”

表 1 再入接口条件

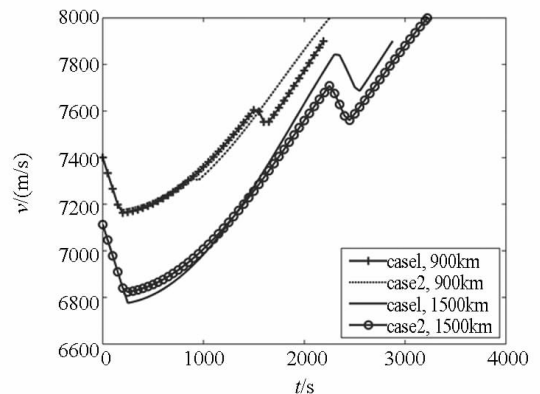
Tab. 1 Entry Interface Conditions

再入接口条件	速度 (m/s)	当地速度倾角 (°)
条件 1 (case 1)	7900	-4
条件 2 (case 2)	8000	-3

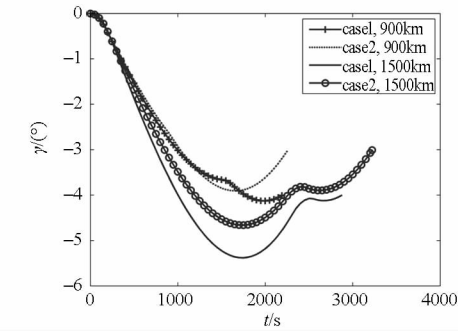
为了方便对结果进行检验,两种再入接口条件都假设成离轨点轨道高度分别为 900km 和 1500km,对这两种轨道高度进行仿真分析。

5.2 仿真结果分析

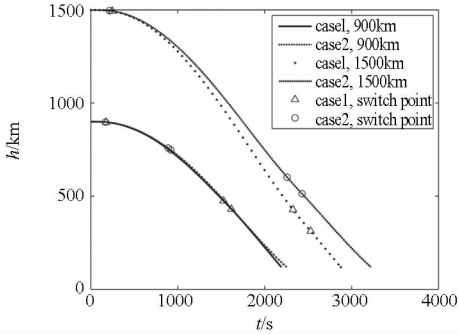
图 3 给出了离轨轨道状态变量与控制变量的变化曲线。由图 3 可知,在不同离轨高度和不同再入接口条件下,依据所规划的轨道和提出的离



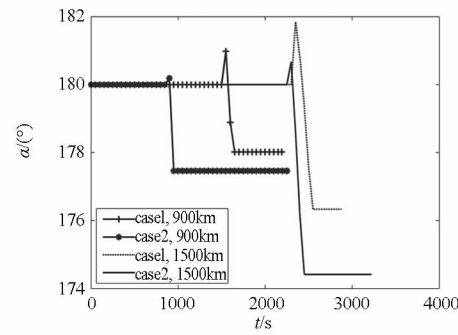
(a) 速度变化曲线



(b) 当地速度倾角变化曲线



(c) 开关机切换点与高度变化曲线



(d) 攻角变化曲线

图 3 离轨轨道状态参数与控制参数

Fig. 3 State variables and control variable of deorbit trajectory

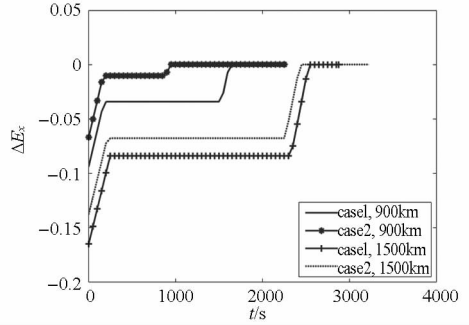
轨制导方法,飞行器速度与速度倾角都满足要求,攻角的变化范围很小,这对飞行器的控制是有利的。

图 4 给出了归一化能量与动量矩的变化曲线,其中 $\Delta E_x = \frac{\Delta E}{E_e}$, $\Delta H_x = \frac{\Delta H}{H_e}$ 。由图 4 可知,经过两次“推-滑”,能量与动量矩指标达到了同时趋于零的目标。

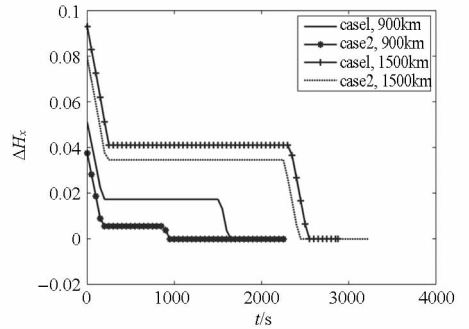
图 5 给出了特征函数 $f(t)$ 在首次“推-滑”和二次制动过程中的变化曲线。经过合理的轨道规划, $f(t)$ 总能在首次滑行段到达值为 1 的点,并在后续的制导过程中始终保持为 1。

6 结论

(1) 基于冲量式制动与速度增益制导的思想,求出了单次“推-滑”离轨轨道的临界高度。



(a) 归一化能量变化曲线



(b) 归一化动量矩变化曲线

图 4 归一化能量与动量矩

Fig. 4 Normalized energy and angular momentum

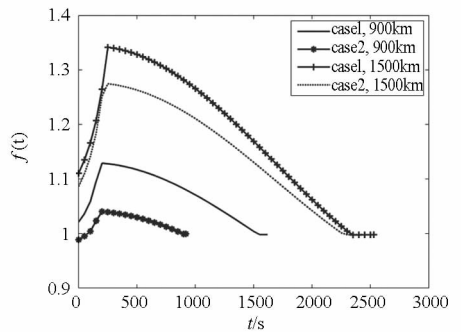


图 5 特征函数

Fig. 5 Characteristic function

当轨道高度大于此临界高度时,考虑采用两次“推-滑”离轨轨道。

(2) 临界速度的取值并不是唯一的。在进一步研究中,可结合轨道分析与优化的方法,研究时间最短或燃料最省的临界速度取值方法。

(3) 再入接口条件由“速度-速度倾角”转化为“能量-动量矩”。在简化轨道规划与制导难度的同时,保持了足够的精度,为升力式再入飞行器的有限推力离轨轨道规划与制导问题提供了新的视角。

参考文献 (References)

[1] Joosten B K. Descent guidance and mission planning for space shuttle [C]//Proc of Space Shuttle Technology Conference, Part 1, 1985: 113 - 124.

- [2] Baldwin M C, Lu P. Optimal deorbit guidance[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, 35(1): 93 - 103.
- [3] Baldwin M C, Pan B F, Lu P. On autonomous optimal deorbit guidance [C]//Proc of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, 2009.
- [4] Baldwin M C. Autonomous optimal deorbit guidance [D]. Iowa; Iowa State University, 2010.
- [5] Gillespie E M, Saha K B. Crew return vehicle (CRV) deorbit opportunities [C]//Proc of AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference and Exhibit, Austin, 2003.
- [6] Penzo P A. Orbit/Deorbit analysis for a mars rover and sample return mission [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1990, 27(4): 425 - 432.
- [7] Kindler J T, Schoettle U M, Well K H. Entry interface window of landing site coober pedy for the experimental vehicle X - 38 V201 [R]. AIAA 2000 - 4117, 2000.
- [8] Phillips T H. A common aero vehicle (CAV) model, description, and employment guide [R]. Schafer Corporation for AFRL and AFSPC, 2003.
- [9] Tumino G, Angelino E, Leleu F, et al. The IXV project the ESA re-entry system and technologies demonstrator paving the way to european autonomous space transportation and exploration endeavours [R]. IAC - 08 - D2. 6. 01, 2008.
- [10] Galman B A. Minimum energy deorbit [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1966, 3(7): 1030 - 1033.
- [11] Galman B A. Minimum Range-Sensitivity Deorbit [J]. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1971, 8(2): 189 - 190.
- [12] Busemann A, Vinh N X. Optimum constrained disorbit by multiple impulses [J]. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1968, 2(1): 40 - 64.
- [13] Sun F. Solution of the optimal two-impulse deorbit problem with the second impulse at the entry point [J]. *Acta Astronautica*, 1982, 9(1): 1 - 13.
- [14] Jezewski D J. Autonomous optimal deorbit targeting [C]//Proceedings of the 1st AAS/AIAA Annual Spaceflight Mechanics Meeting, Houston, TX, 1991: 39 - 56.
- [15] 陈洪波, 杨涤. 升力式再入飞行器离轨制动研究 [J]. *飞行力学*, 2006, 24(2): 35 - 39.
CHEN Hongbo, YANG Di. Deorbit operations study of lifting reentry vehicle [J]. *Flight Dynamics*, 2006, 24(2): 35 - 39. (in Chinese)
- [16] 汤国建. 载人飞船返回再入轨道和制导导航控制系统的研究与设计 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2000.
TANG Guojian. The study and design of return trajectory and guidance navigation control system for manned spacecraft [D]. Changsha: College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, 2000. (in Chinese).
- [17] Lu P, Griffin B J. Rapid optimal multiburn ascent planning and guidance [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(6): 1656 - 1664.
- [18] Pan B F, Lu P. Rapid optimization of multiburn rocket trajectories revisited [C]//Proc of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Chicago, 2009.
- [19] Pan B F, Lu P. Improvements to optimal launch ascent guidance [C]//Proc of AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Toronto, 2010.
- [20] 任萱. 人造地球卫星轨道力学 [M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1988: 189 - 195.
REN Xuan. Orbital mechanics of satellite [M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1988: 189 - 195. (in Chinese).