

水下监测系统中的特殊均匀圆阵特性分析*

马超, 乔纯捷, 王跃科, 赵慎

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:一种特殊的均匀圆形阵列(SUCA)安装在水下监测系统中的浮体系统上。针对SUCA的特殊性,建立了SUCA的模型,运用模式空间理论推导出其方向图公式,并在此基础上对其半功率波束宽度和无模糊条件进行了研究和分析。通过与均匀圆形阵列(UCA)进行比较,得出结论:SUCA半功率波束宽度略大于UCA,并且其无模糊条件比UCA范围更广。研究表明SUCA的性能与UCA相似,具有工程实用价值。

关键词:特殊均匀圆阵;方向图;半功率宽度;无模糊条件

中图分类号:TH766 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2014)01-0131-06

Performance analysis on a special uniform array of underwater monitoring system

MA Chao, QIAO Chunjie, WANG Yueke, ZHAO Shen

(College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract:A special uniform circular array (SUCA) was fixed on the underwater monitoring system's floater system; SUCA's model was created based on SUCA's particularity. Then half-power beamwidth and unambiguous condition of SUCA were reestablished by theory of mode-space. Results show that half-power beamwidth and unambiguous condition's scope of SUCA is wider than UCA, and SUCA is practicable in engineering application.

Key words: special uniform circular array; patterns; half-power beamwidth; unambiguous condition

水下监测系统是布放在浅海海底的水文环境参数监测系统^[1-2],作为一种新型的海洋环境监测系统,国内外鲜有报道。与其他定点水下监测设备相比,它具有监测方式隐蔽、工作时间长、数据传输实时性高等优点。

水下监测系统中的圆形阵列安装在其浮体系统上,与一般的均匀圆形阵列(UCA)具有相似的物理结构。其主要功能是对水平位置的目标进行方位估计和周围环境噪声的测量,工作形式为被动模式。对UCA的特性研究有很多文献^[3-8],但对这种特殊均匀圆形阵列(SUCA)的特性研究很少。本文主要对SUCA的模型建立、方向图、3dB波束宽度和无模糊条件等问题进行了分析,并与UCA进行了对比。

号。设其水平开角为 θ_z ,俯仰开角为 φ_z ;因此,可建立SUCA物理模型如图1(b)所示:

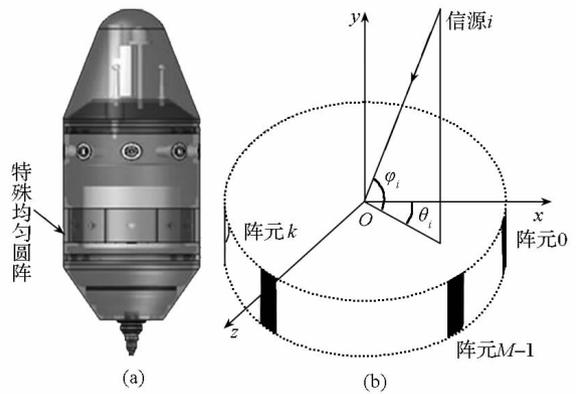


图1 浮体特殊均匀圆阵及模型

Fig. 1 SUCA on floater

对于信源*i*,理想情况下各阵元接收信号为:

$$x_{ki}(t) = \begin{cases} 0 & \frac{\theta_z}{2} < |k\theta_A - \theta_i| < 2\pi - \frac{\theta_z}{2} \\ s_i(t - \tau_{ki}) & \text{其他} \end{cases} \quad (1)$$

* 收稿日期:2013-04-22

作者简介:马超(1983—),男,新疆五家渠人,博士,E-mail: machao_xj@163.com

其中,圆阵的角度平均值 $\theta_A = 2\pi/M$; τ_{ki} 是各阵元相对于参考点 O 的相对延迟:

$$\tau_{ki} = \frac{r}{c} (\cos(k\theta_A - \theta_i) \cos\varphi_i) \quad (2)$$

对于水下监测系统圆形阵列中的阵元 k , 其水平开角 θ_Z 较宽, 在 $[\pi/2, \pi]$ 之间; 而其俯仰开角 φ_Z 较窄, 不超过 $\pi/10$; 因此, 该圆形阵列仅对其接收范围内信源的水平方位 θ 进行观测, 其模型可简化, 如图 2 所示。

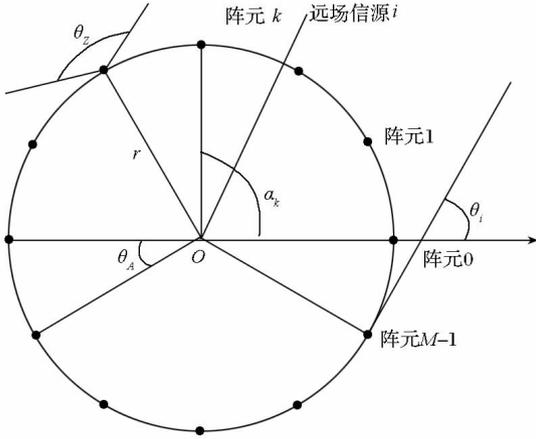


图 2 简化的 SUCA 模型

Fig. 2 Simple model of SUCA

于是各阵元相对于参考点的相对延迟变为:

$$\tau_{ki} = \frac{r}{c} \cos(k\theta_A - \theta_i) \quad (3)$$

因此各阵元接收的数据可以写成:

$$x_{ki}(t) = c_{ki}s_i(t) \exp(-j\omega_0\tau_{ki}) \quad (4)$$

其中, c_{ki} 是阵元 k 对于信源 i 的信号接收系数。

$$c_{ki} = \begin{cases} 0, & \theta_L/2 < |k\theta_A - \theta_i| < 2\pi - \frac{\theta_Z}{2} \\ 1 & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

已知:

$$\begin{cases} (l_{i-} - 1)\theta_A \leq \theta_i - \theta_Z/2 < l_{i-}\theta_A & l_{i-} \in \mathbf{Z} \\ (l_{i+} - 1)\theta_A < \theta_i + \theta_Z/2 \leq l_{i+}\theta_A & l_{i+} \in \mathbf{Z} \end{cases} \quad (6)$$

联立式(5)和式(6), 可以得出 SUCA 接收系数的另一种表现形式:

$$c_{ki} = \begin{cases} 1 & k \in \text{mod}\left(\left\lceil \frac{\theta_i - \theta_Z/2}{\theta_A} \right\rceil; \left\lfloor \frac{\theta_i + \theta_Z/2}{\theta_A} \right\rfloor, M\right) \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (7)$$

其中, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整, $\lceil \cdot \rceil$ 表示向上取整。

因此, 对于信源 i , 在水平开角为 θ_Z 的条件下, 能接收到信源信号的阵元个数为:

$$M_{Si} = \begin{cases} \lfloor \theta_Z/\theta_A \rfloor + 1 & \frac{\text{mod}(\theta_i/\theta_A, 1)}{(\lfloor \theta_Z/\theta_A \rfloor + 1) - \theta_Z/\theta_A} > 1 \\ \lfloor \theta_Z/\theta_A \rfloor + 1 & \theta_i/\theta_A \in \mathbf{Z} \\ \lfloor \theta_Z/\theta_A \rfloor & \text{其他} \end{cases} \quad (8)$$

可以看出, 在理想情况下, SUCA 接收阵元的个数不一致, 最多相差 1 个阵元;

对于窄带信号来说, 在理想情况下, 各阵元接收信号可写成:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t) \quad (9)$$

式中, $\mathbf{X}(t)$ 为阵列的 $M \times 1$ 维快拍数据矢量, $\mathbf{S}(t)$ 为空间信号 $P \times 1$ 维矢量, \mathbf{A} 为空间阵列 $M \times P$ 维流型矩阵(导向矢量阵):

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\theta_1) \quad \mathbf{a}(\theta_2) \quad \cdots \quad \mathbf{a}(\theta_P)] \quad (10)$$

其中, 导向矢量:

$$\mathbf{a}(\theta_i) = \begin{bmatrix} c_{0i} \exp(-j\omega_0\tau_{0i}) \\ c_{1i} \exp(-j\omega_0\tau_{1i}) \\ \vdots \\ c_{(M-1)i} \exp(-j\omega_0\tau_{(M-1)i}) \end{bmatrix} \quad i = 1, 2, \dots, P \quad (11)$$

即导向矢量中, 有 $M - M_{Si}$ 个 0, 造成了水下监测系统圆阵的特殊性。

至此, 建立好了 SUCA 的模型, 下面将对它的方向图进行研究分析。

2 水下监测系统圆阵的方向图

阵列输出的绝对值与来波方向之间的关系称为阵列的方向图^[9]。当不考虑信号来向时, 将阵列输出直接相加, 即得静态方向图; 当考虑信号指向时, 通过控制阵列通道的加权矢量, 得到阵列带指向的方向图, 或称为指向性方向图。

根据 SUCA 的信号模型可知, 对于 θ_0 方向的信号, 第 k 个阵元接收到的复振幅为:

$$x_k(\theta_0) = g_0 \exp(-j\omega_0\tau_k(\theta_0)) \quad (12)$$

式中 g_0 为来波的复振幅, 不失一般性, 可设其为 1。同时, 设第 k 个阵元对应方位 θ 的权值为 $w_k^*(\theta)$, 那么所有阵元加权的输出相加得到阵列的输出为:

$$Y(\theta_0) = \mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0) \quad (13)$$

其中 $\mathbf{a}(\theta_0)$ 是对应于方位 θ_0 的导向矢量:

$$\mathbf{a}(\theta_0) = \begin{bmatrix} c_0(\theta_0) \exp(-j\omega_0\tau_0(\theta_0)) \\ c_1(\theta_0) \exp(-j\omega_0\tau_1(\theta_0)) \\ \vdots \\ c_{M-1}(\theta_0) \exp(-j\omega_0\tau_{M-1}(\theta_0)) \end{bmatrix} \quad (14)$$

w^H 是加权矢量:

$$w = [w_0(\theta), w_1(\theta), \dots, w_{M-1}(\theta)]^T \quad (15)$$

对上式取模并归一化后可得到 SUCA 的方向图 $G(\theta)$:

$$G(\theta) = \frac{|Y(\theta)|}{\max\{|Y(\theta)|\}} \quad (16)$$

其功率表示为:

$$P(\theta) = 10\ln G(\theta) \quad (17)$$

当阵元接收系数满足

$$c_k(\theta_0) \equiv 1 \quad k=0, 1, \dots, M-1 \quad (18)$$

时,则式(16)是 UCA 的方向图。可以发现,因为 UCA 和 SUCA 的流型矩阵 A 都不具备 Vandermonde 特性,因此对其方向图的分析需要用到模式空间理论^[10-12]。

2.1 SUCA 模式空间

作为 UCA 的一种特殊形式, SUCA 有着其特有的模式空间表达形式,首先,对于某一方向的角度为 θ_0 的信源来说,其连续阵的模型为一段圆弧,如图 3 所示。

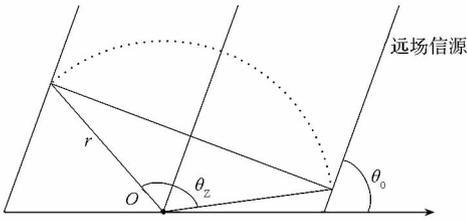


图 3 方位为 θ_0 时的连续 SUCA 模型

Fig. 3 Series model of SUCA

圆弧上的每一点都能接收到信源的信号,设其点坐标为 (r, α) ,则在连续圆弧上形成的阵列输出为:

$$Y(\theta) = \frac{1}{\theta_z} \int_{\theta_0-\theta_z/2}^{\theta_0+\theta_z/2} w^*(\alpha, \theta) e^{-j\beta \cos(\alpha-\theta_0)} d\alpha \quad (19)$$

其中, $\beta = 2\pi r/\lambda$ 。

当 $w_n(\alpha, \theta) = w'_n(\theta) \exp(jn\alpha)$ 时,对应的阵列输出可以化为:

$$Y_n(\theta) = w'^*_n(\theta) \exp(-jn\theta_0) g_n(\theta_z, \beta) \quad (20)$$

其中,定义:

$$g_n(\theta_z, \beta) = \frac{2}{\theta_z} \int_0^{\theta_z/2} \exp(-j\beta \cos\alpha) \cos(n\alpha) d\alpha \quad (21)$$

于是总的阵列输出为:

$$Y(\theta) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} w'^*_n(\theta) \exp(-jn\theta_0) g_n(\theta_z, \beta) \quad (22)$$

SUCA 可以看作是从连续圆弧经过采样后获得的,根据式(8)可知,对任一信源来说,一个 M 元 SUCA 的采样间隔为 θ_A ,共有 M_s 个阵元可以接收到信号,因此,一个 M 元 SUCA 的加权向量为:

$$\begin{aligned} w_d(\alpha, \theta) &= w(\alpha, \theta) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta\left(\alpha - \frac{2\pi}{M}m\right) \\ &= w(\alpha, \theta) \frac{M}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp(jmM\alpha) \end{aligned} \quad (23)$$

对于构成 $w(\alpha, \theta)$ 的任一复指数分量 $w_n(\alpha, \theta) = w'_n(\theta) \exp(jn\alpha)$,有:

$$w_{dn}(\alpha, \theta) = w'^*_n(\theta) \frac{M}{2\pi} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \exp(j(n+mM)\alpha) \quad (24)$$

因此得到对应某一分量的远场阵列输出为:

$$\begin{aligned} Y_{dn}(\theta) &= \frac{M}{2\pi} w'^*_n(\theta) \exp(-jn\theta_0) g_n(\theta_z, \beta) + \dots \\ &+ \frac{M}{2\pi} \exp(-jn\theta_0) \sum_{m=-\infty, m \neq 0}^{+\infty} w'^*_n g_{(n+mM)}(\theta_z, \beta) \\ &= Y_{En}(\theta) + Y_{Nn}(\theta) \end{aligned} \quad (25)$$

下面需要研究 $g_n(\theta_z, \beta)$ 函数的性质,根据式(21)可知:

$$\begin{cases} g_n(\theta_z, \beta) = g_{-n}(\theta_z, \beta) \\ g_n^*(\theta_z, \beta) = g_n(\theta_z, -\beta) \end{cases} \quad (26)$$

同时,因为:

$$e^{-j\beta \cos\alpha} = J_0(\beta) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} (-j)^m J_m(\beta) \cos m\alpha \quad (27)$$

其中 $J_n(\cdot)$ 为 n 阶第一类 Bessel 函数,于是可以得到:

$$\begin{aligned} g_n(\theta_z, \beta) &= J_0(\beta) \operatorname{sinc}\left(\frac{n\theta_z}{2}\right) + \dots \\ &+ \sum_{m=1}^{\infty} (-j)^m J_m(\beta) \left(\operatorname{sinc}\left((m+n)\frac{\theta_z}{2}\right) + \dots \right) \\ &\quad \left(\operatorname{sinc}\left((m-n)\frac{\theta_z}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (28)$$

容易得出,当 $\theta_z = 2\pi$ 时,

$$g_n(\theta_z, \beta) = (-j)^n J_n(\beta) \quad (29)$$

即此时为 UCA 阵列。

当 $n > \beta$ 时,

$$g_n(\theta_z, \beta) \approx J_0(\beta) \operatorname{sinc}\left(\frac{n\theta_z}{2}\right) + \dots +$$

$$\sum_{m=1}^{\lfloor \beta \rfloor} j^m J_m(\beta) \left(\operatorname{sinc}\left((m+n)\frac{\theta_z}{2}\right) + \dots \right) \left(\operatorname{sinc}\left((m-n)\frac{\theta_z}{2}\right) \right) \approx 0 \quad (30)$$

因此, $g_n(\theta_z, \beta)$ 与 $J_n(\beta)$ 有着近似的性质。图 4 给出了 $|g_n(\theta_z, \beta)|$ 在 $\theta_z = 2\pi/3$ 条件下的函数阶数 n 与变量 β 的关系。

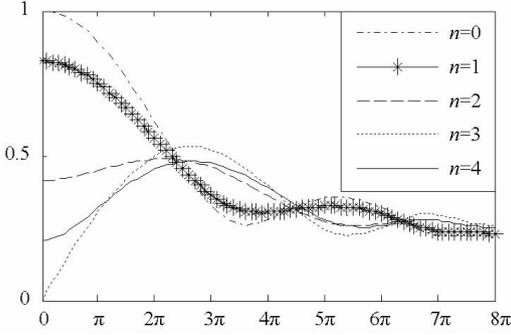


图 4 $g_n(\theta_z, \beta)$ 函数示意图
Fig. 4 Curve of $g_n(\theta_z, \beta)$

可以看出, 当 $n > \beta$ 时, $g_n(\theta_z, \beta) \approx 0$ 。因此, 一个 SUCA 可激发的最大相位模式为 $N = \lfloor \beta \rfloor$ 。同时, 为了减小延拓分量的影响, 必须合理选择阵元的数目, 从而使得 Y_{Nn} 趋近于零, 即选择合理的阵元数 M , 使得:

$$|n + mM| > \beta \quad -N \leq n \leq N, m \neq 0 \quad (31)$$

则必有 $J_{(n+mM)}(\beta) \approx 0$ 。

事实上, 当满足 $M > 2N$ 时, 就可以保证 Y_{Nn} 趋近于零, 也就是说, 忽略延拓项之后对应于某一分量的阵列输出近似为:

$$Y_{sn}(\theta) \approx \frac{M}{4\pi} w_n'^*(\theta) \exp(-jn\theta_0) g_n(\theta_z, \beta) \quad (32)$$

此时, SUCA 阵元数满足:

$$M > 2\lfloor \beta \rfloor \quad (33)$$

因此, 总的阵列输出为:

$$Y_s(\theta) = \frac{M}{4\pi} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} w_n'^*(\theta) \exp(-jn\theta_0) g_n(\theta_z, \beta) \quad (34)$$

即当式(33) 条件成立时, SUCA 与连续圆弧阵有着近似相同的方向特性和相位模式空间, 同时 SUCA 对阵元个数的要求条件与 UCA 一致。

2.2 SUCA 静态方向图

不考虑信号来向, 即权向量与方向无关, 不妨设 $w(\alpha, \theta) \equiv 1$, 即:

$$w_n'(\theta) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (35)$$

对于 SUCA, 将式(35) 代入式(34) 可以得到, SUCA 的静态阵列输出为:

$$Y_s(\theta) = \frac{M}{4\pi} g_0(\theta_z, \beta) \quad (36)$$

式(36) 与 θ_0 无关, 即 $Y_s(\theta)$ 对于任意方向具

有相同的输出。因此, 从理论上说, 其静态方向图具有一致性。设 SUCA 阵元水平开角为 $5\pi/6$, 阵元数 $M = 64, r/\lambda = 1$, 图 5 给出 UCA 和 SUCA 实际计算出的静态方向图:

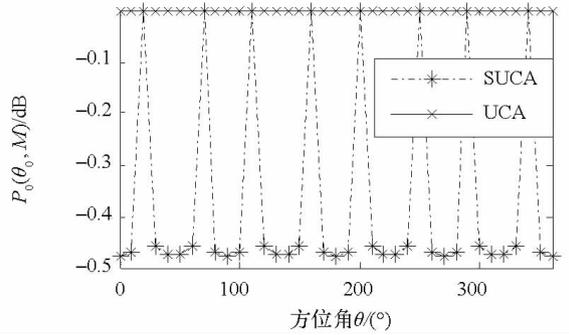


图 5 静态方向图
Fig. 5 Static pattern

从图 5 中可以看出, UCA 的静态方向图具有非常好的一致性, 而 SUCA 的静态方向图则不稳定, 这是因为对不同方位的信源, 其接收到信号的阵元个数不一致; 定义最大功率之差为:

$$\Delta P = \max(P(\theta_0)) - \min(P(\theta_0)) \quad (37)$$

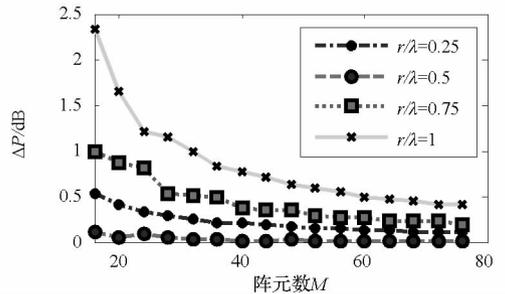


图 6 ΔP 和阵元数 M 的关系图

Fig. 6 Relation curve between ΔP and M

图 6 显示了在不同 r/λ 条件下, ΔP 与阵元数的关系, 因此可以得出两个结论:

- (1) 随着阵元数的增多, SUCA 的静态方向图的一致性更好;
- (2) $r/\lambda = 0.5$ 时, SUCA 的静态方向图的一致性最好。

SUCA 的静态方向图的一致性没有 UCA 的静态方向图的一致性好, 但随着阵元数的增多, 这种不一致值均小于 0.2dB; 同时在 $r/\lambda = 0.5$ 时, 这种不一致性影响很小。

2.3 SUCA 指向性方向图

SUCA 的静态方向图仅能体现其一致性, 因此, 要研究 SUCA 的特性, 需要得到其指向性方向图。

考虑信号来向为 θ_d , 令权向量为对应 θ_d 的导向矢量, 即 $w(\alpha, \theta_d) = a(\theta_d, \omega_0)$, 则式(17) 为指

向为 $\theta = \theta_d$ 的指向性方向图。将权向量分解为 Fourier 级数的形式:

$$w(\alpha, \theta_d) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} w'_n(\theta_d) \exp(jn\alpha) \quad (38)$$

其中: $w'_n(\theta_d) = (-j)^n \exp(-jn\theta_d) J_n(\beta)$ 。

因此,对于 SUCA,可得到阵列输出:

$$Y_U(\theta_0, \theta_d) \approx \frac{M}{4\pi} \left(\sum_{n=0}^{\lfloor \beta \rfloor} f_n(\theta_Z, \beta) \cos(n(\theta_0 - \theta_d)) \right) \quad (39)$$

其中:

$$f_n(\theta_Z, \beta) = \frac{M}{4\pi} j^n J_n(\beta) g_n(\theta_Z, \beta) \quad (40)$$

可以得出,当 $\theta_d = \theta_0$ 时, $|Y_U(\theta_0, \theta_d)|$ 能取到最大值。同时对于任意信源方位 $\theta'_0 = \theta_0 + \Delta\theta$, 根据式(39)可知:

$$Y_U(\theta_0, \theta_d) \approx Y_U(\theta'_0, \theta_d + \Delta\theta) \quad (41)$$

说明 SUCA 指向性方向图对于任意方向的信源具有一致性。

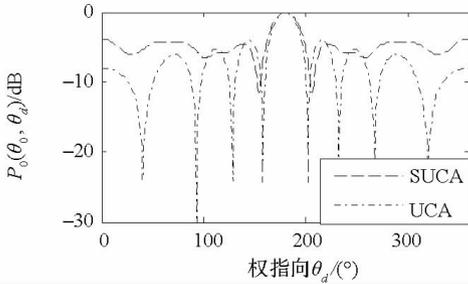


图 7 目标方位为 180 度的指向性方向图

Fig. 7 Directional pattern $\theta_0 = 180^\circ$

图 7 给出 SUCA 指向为 $\theta = 180^\circ$ 的指向性方向图,其中,SUCA 阵元水平开角为 $5\pi/6$,阵元数 $M = 32, r/\lambda = 1$ 。可以看出,指向性方向图是与目标方位相关的方向图。

3 水下监测系统圆阵的性能

3.1 SUCA 的 3dB 波束宽度

3dB 波束宽度,也叫半功率点波束宽度(the Half-Power Beam Width,HPBW)^[13],它是基阵对目标方位的分辨能力的一种体现;针对 SUCA,式(42)给出了 SUCA 中 HPBW 的表示方法:

$$\begin{aligned} HPBW &= 2\theta_{3dB} \\ &= \min \{ 2 | \alpha | P_s(\theta_0, \theta_0) = P_s(\theta_0, \theta_0 + \alpha) - 3 \} \end{aligned} \quad (42)$$

因为 SUCA 对于各个方向的信源的指向性方向图具有一致性,可知其 θ_{3dB} 是一个定值。根据式(39)可知,SUCA 阵列输出最大时,其阵列输出为:

$$\max_{\theta_d \in [0, 2\pi)} Y_U = \frac{M}{4\pi} \left(\sum_{n=0}^N j^n J_n(\beta) g_n(\theta_Z, \beta) \right) \quad (43)$$

因此:

$$\begin{aligned} Y_U(\theta_0, \theta_0 \pm \theta_{3dB}) &= \frac{1}{2} Y_U(\theta_0, \theta_0) \\ &= \frac{M}{4\pi} \left(\sum_{n=0}^N j^n J_n(\beta) g_n(\theta_Z, \beta) \cos(n\theta_{3dB}) \right) \end{aligned} \quad (44)$$

图 8 显示 θ_{3dB} 与阵元张角 θ_Z 和 r/λ 的关系:

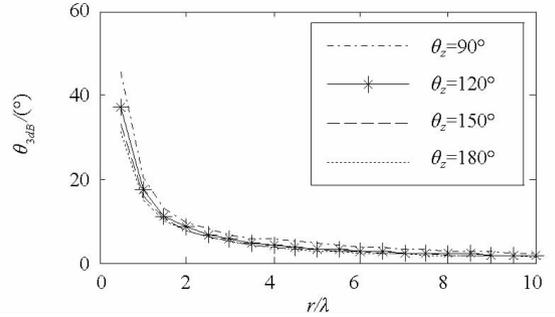


图 8 不同水平张角条件下, θ_{3dB} 与 r/λ 关系示意图

Fig. 8 Relation curve between θ_{3dB} and r/λ

从图 8 可以得到 3 个结论:

- (1) 在 SUCA 阵元半径一定的情况下,信源频率越高,常规波束形成的方位估计分辨率越高;
- (2) 针对一定带宽的信源信号,增大 SUCA 阵元半径,能够提高方位估计的分辨能力;
- (3) 在 r/λ 一定的条件下,SUCA 阵元的水平张角越大, θ_{3dB} 越小,当 $\theta_Z = 180^\circ$ 时,其 θ_{3dB} 与 UCA 相同。

3.2 SUCA 方位估计的无模糊条件

从 SUCA 的指向性方向图中可以看出,当其仅存在一个波束主瓣的情况下,其方位估计不会出现模糊。如果出现两个或多个波束主瓣时,则方位估计会出现模糊,既无法确定目标方位。

根据前面的数学模型可知,对于方位 θ_0, M 元 SUCA 的导向矢量为

$$\mathbf{a}(\theta_0) = \begin{bmatrix} c_0(\theta_0) \exp(-j\xi_0) \\ c_1(\theta_0) \exp(-j\xi_1) \\ \vdots \\ c_{M-1}(\theta_0) \exp(-j\xi_{M-1}) \end{bmatrix} \quad (45)$$

其中:

$$\xi_k = \beta \cos(k\theta_A - \theta_0) \quad (46)$$

假设存在一个信号模糊方向 θ'_0 ,使得

$$\mathbf{a}(\theta_0) = \mathbf{a}(\theta'_0) \quad (47)$$

即当 $l_k \in \mathbf{Z}, l_k \neq 0$ 时,

$$\begin{cases} \xi_k + 2\pi l_k = \beta \cos(k\theta_A - \theta'_0) & (48a) \\ c_k(\theta_0) = c_k(\theta'_0) & (48b) \end{cases}$$

不满足式(48a)时,SUCA 和 UCA 都不会产生方位估计模糊,根据文献[9],此时阵元数是大

于 5 的奇数或是大于 8 的偶数,即 UCA 的无模糊条件是 SUCA 无模糊条件的充分条件之一。

将式(48a) 与式(46) 相减,可以得到:

$$2\pi l_k = -\frac{4\pi r}{\lambda} \sin\left(\frac{\theta_0 - \theta'_0}{2}\right) \sin\left(k\frac{2\pi}{M} - \frac{\theta_0 + \theta'_0}{2}\right) \quad (49)$$

则可以推出:

$$\frac{l_k}{l_{k-1}} = \frac{\sin\left(k\frac{2\pi}{M} - \frac{\theta_0 + \theta'_0}{2}\right)}{\sin\left((k-1)\frac{2\pi}{M} - \frac{\theta_0 + \theta'_0}{2}\right)} = \eta \quad (50)$$

将式(50) 进行化简,得到

$$\begin{cases} \eta = \cos\left(\frac{2\pi}{M}\right) + \frac{\sqrt{1-a_i^2}}{a_i} \sin\left(\frac{2\pi}{M}\right) \\ a_i = \sin\left(k\frac{2\pi}{M} - \frac{\theta_0 + \theta'_0}{2}\right) \end{cases} \quad (51)$$

根据式(7), 要满足式(48b), 则需要满足:

$$\left\lceil \frac{\theta_0 - \theta_z/2}{\theta_A} \right\rceil = \left\lceil \frac{\theta'_0 - \theta_z/2}{\theta_A} \right\rceil + LM \quad l \in \mathbf{Z} \quad (52)$$

已知:

$$\begin{cases} \theta_0 - \theta_z/2 = k_0\theta_A + \theta_e & k_0 \in \mathbf{Z}, \theta_e \in [0, \theta_A) \\ \theta'_0 - \theta_z/2 = k'_0\theta_A + \theta'_e & k'_0 \in \mathbf{Z}, \theta'_e \in [0, \theta_A) \end{cases} \quad (53)$$

则要求:

$$k_0 = k'_0 + LM \quad l \in \mathbf{Z} \quad (54)$$

此时:

$$\Delta\theta = \theta_0 - \theta'_0 = 2\pi l + \theta_e - \theta'_e \quad (55)$$

因此:

$$\text{mod}(|\Delta\theta|, 2\pi) < \theta_A \quad (56)$$

由式(49) 可以得到:

$$|l_k| = \frac{2r}{\lambda} \left| \sin\left(\frac{\theta_0 - \theta'_0}{2}\right) \sin\left(k\theta_A - \frac{\theta_0 + \theta'_0}{2}\right) \right| \quad (57)$$

将式(56) 代入式(57), 可以得出:

$$|l_k| < \frac{2r}{\lambda} \sin\frac{\theta_A}{2} = \frac{2r}{\lambda} \sin\frac{\pi}{M} \quad (58)$$

已知 $l_k \in \mathbf{Z}, l_k \neq 0$, 因此, 当满足下式条件时:

$$\frac{2r}{\lambda} \sin\frac{\pi}{M} \geq 1 \quad (59)$$

即:

$$M \leq \pi/\arcsin(\lambda/2r) \quad (60)$$

时, 一定存在 θ'_0 使式(48b) 成立。

因此, SUCA 方位估计的无模糊充分条件之二为:

$$M > \pi/\arcsin(\lambda/2r) \quad (61)$$

4 结论

本文应用模式空间理论对水下监测系统中的

特殊均匀圆形阵列进行了分析和研究, 揭示了 SUCA 阵列方向图的一致性。对比 UCA 的性能, 研究发现: SUCA 的半功率波束宽度略大于 UCA, 并且 SUCA 的无模糊条件比 UCA 的无模糊条件范围更广。结果表明: SUCA 具有同 UCA 类似的性能, 能够完成水下监测系统的应用任务, 具有工程实用价值。

参考文献 (References)

[1] 周睿, 乔纯捷, 王跃科. 水下监测系统的生存性定义与模型 [J]. 国防科技大学学报. 2009, 31(2): 99-102.
 ZHOU Rui, QIAO Chunjie, WANG Yueke. Survivability definition and model for underwater monitoring system [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2009, 31(2): 99-102. (in Chinese)

[2] 郭伟. 水下监测系统中目标探测若干关键技术研究 [D]. 长沙: 国防科技大学, 2011.
 GUO Wei. Research on key methods of target detecting for underwater monitoring system [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)

[3] Reddy K M, Reddy V U. Analysis of spatial smoothing with uniform circular arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1999, 47(6): 1726-1730.

[4] Pajusco P, Pagani P. On the use of uniform circular arrays for characterizing UWB time reversal [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2009, 57(1): 102-109.

[5] Du K L. Pattern analysis of uniform circular array [J]. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 2004, 52(4): 1125-1129.

[6] Rogier H. Spatial correlation in uniform circular arrays based on a spherical-waves model for mutual coupling [J]. Int J. Electron. Commun, 2006(60): 521-532.

[7] Ioannides P, Balanis C A. Uniform circular arrays for smart antennas [J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 2005, 47(4): 192-208.

[8] Tewfik A H, Hong W. On the application of uniform linear array bearing estimation techniques to uniform circular arrays [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1992, 40(4): 1008-1011.

[9] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
 WANG Yongliang, CHEN Hui, PENG Yingning, et al. Spatial spectrum estimation theory and algorithm [M]. Beijing, Tsinghua University Press, 2004. (in Chinese)

[10] Rogier H, Bonek E. Analytical spherical-mode-based compensation of mutual coupling in uniform circular arrays for direction-of-arrival estimation [J]. International Journal of Electronics and Communications, 2006(60): 179-189.

[11] Eiges R, Griffiths H D. Mode-space spatial spectral estimation for circular arrays [J]. IEEE Proceedings. Radar, Sonar Navig, 1994, 141(6): 300-306.

[12] Griffiths H D, Eiges R. Spectral Phase Modes From Circular Antenna Arrays [J]. Electronics Letters, 1992, 28(17): 1581-1582.

[13] Van Trees H L. Optimum array processing [M]. Wiley-Interscience, 2002.