doi:10.11887/j.cn.201402011

http://journal. nudt. edu. cn

# 基于微分平坦的高超声速滑翔飞行器轨迹规划\*

蔡伟伟,杨乐平,刘新建,朱彦伟 (国际科技大学航天科学与工程学院,湖南长沙 410073)

**摘 要:**针对高超声速滑翔飞行器再入轨迹规划问题,提出了一种基于微分平坦理论的三自由度轨迹生成方法。在分析纵向运动简化模型的微分平坦属性基础上,将纵向参考轨迹规划问题映射到平坦输出空间, 消除微分动力学约束的同时降低系统设计的维数,进而提高求解效率;采用全局插值多项式参数化平坦输出 函数,将问题转换为非线性规划问题求解;设计比例 - 微分反馈控制律跟踪纵向参考轨迹,同时采用航向角 误差走廊控制侧向运动,实现三自由度轨迹生成。仿真分析表明所提出的方法能够较快生成满足多种约束 且性能优化的飞行轨迹。

关键词:滑翔飞行器;微分平坦;轨迹生成;全局插值 中图分类号:V488.2 文献标志码:A 文章编号:1001-2486(2014)02-0061-07

# Differential flatness based trajectory planning for hypersonic glide vehicle

CAI Weiwei, YANG Leping, LIU Xinjian, ZHU Yanwei

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: For the trajectory planning problem in hypersonic glide vehicle, a differential flatness based three-degree-of-freedom trajectory generation approach is proposed. Based on the flatness analysis of the simplified longitudinal motion model, the reference longitudinal trajectory planning problem was mapped into the flat output space to improve the solving efficiency by eliminating the dynamical constraints and reducing the design dimension. Then the initial problem was transformed into a nonlinear programming problem utilizing global polynomial approximations to the flat outputs. To compensate for the effects of the earth rotation and external disturbances, a Proportion-Differentiation control based reference trajectory tracking controller was designed with good convergence capability. By integrating the lateral motion determined by the error corridor of heading angle based bank angle revision, the three-degree-of-freedom gliding trajectory was ultimately generated. Numerical simulations were conducted to validate the feasibility and effectiveness of the approach presented here.

Key words: glide vehicle; differential flatness; trajectory generation; global polynomial

高超声速滑翔飞行器利用其大升阻比气动外 形产生的气动力在临近空间作长时间远距离滑翔 飞行,在未来远程力量投送与全球精确打击类任 务中具有广阔的应用前景,受到各国研究人员的 广泛关注。滑翔飞行过程中,飞行器经历恶劣的 气动力热环境,飞行轨迹受到多种约束的影响,因 此,有必要针对其轨迹规划问题开展研究。

国内外学者针对滑翔飞行器三自由度轨迹规 划问题提出了多种方法。文献[1]采用轨迹分段 优化策略,将轨迹优化问题转换为多段最优控制 问题,利用伪谱法优化求解得到满足禁飞区和航 路点约束的滑翔飞行轨迹。文献[2]采用 Akima 样条函数离散控制变量,通过直接打靶法优化得 到飞行时间最短且驻点热流密度最小的再入滑翔 轨迹。文献[3]利用罚函数处理各类约束,通过 粒子群算法优化得到不同性能指标下的再入轨 迹。文献[4]在给定攻角剖面的前提下,利用拟 平衡滑翔条件,将路径约束转换为倾侧角大小约 束,通过求解单参数搜索问题生成三自由度再入 轨迹。文献[5]在文献[4]的基础上考虑地球自 转,修正了拟平衡滑翔条件,并提出适用于大横程 的侧向运动控制策略。文献[6]基于侧向运动降 阶模型将滑翔飞行轨迹规划问题转换为一系列单 参数搜索问题求解,生成侧向运动轨迹,进而由平 衡滑翔条件确定纵向运动参数。近年来,一种基 于微分平坦理论的轨迹规划方法因其显著的计算 效率而广泛应用于地面移动机器人<sup>[7]</sup>、无人飞 机<sup>[8]</sup>、卫星姿态调整<sup>[9]</sup>等领域。该方法从对象的 微分平坦属性着手,将原本高维空间中的规划问 题映射到较低维的平坦输出空间内,同时消除动 力学微分约束,提高求解效率。

#### 1 微分平坦简介

对于非线性系统

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t) = f(\boldsymbol{x}(t), \boldsymbol{u}(t)) \tag{1}$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量, $u \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入, f为连续光滑函数。若存在一组输出 $y \in \mathbb{R}^m$ 满足

 $y_i = h_i(x, u, \dots, u^{(r_i)}), (i = 1, \dots, m)$  (2) 且系统状态和输入能够表示为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x} = \varphi_0(y_1, \dot{y}_1, \cdots, y_1^{(r_1)}, \cdots, y_m, \dot{y}_m, \cdots, y_m^{(r_m)}) \\ \boldsymbol{u} = \varphi_1(y_1, \dot{y}_1, \cdots, y_1^{(r_1+1)}, \cdots, y_m, \dot{y}_m, \cdots, y_m^{(r_m+1)}) \end{cases}$$
(3)

则称该系统是微分平坦的,**y**为平坦输出,*r<sub>i</sub>* (*i*=1,…,*m*)为*y<sub>i</sub>*的相对阶。以平坦输出及其导 数表示的系统具有如下规范标准形<sup>[10]</sup>:

$$\begin{cases} y_1^{(r_1+1)} = v_1 \\ \vdots \\ y_m^{(r_m+1)} = v_m \end{cases}$$
(4)

式中 $\nu_i(i=1,\dots,m)$ 为状态变量和输入的非线性函数。

非线性系统的平坦属性判定难度大,目前尚 未提出系统的理论或方法;一般根据其定义验证 所选择的候选平坦输出进行判断。此外,微分平 坦系统的平坦输出选择并不唯一,且不要求具有 严格的物理意义。

鉴于平坦输出与系统状态和控制输入间的可 逆映射关系,系统运动行为能够完全由平坦输出 决定,因此可以将初始的轨迹规划问题映射到平 坦输出空间中进行求解。这种方式一方面能够将 系统微分动力学约束转换为代数约束,避免积分 运算,提高求解效率;另一方面将显著降低轨迹设 计空间的维数,便于分析。此外,以平坦输出表示 的闭环系统具有简洁规范的形式,便于控制系统 的设计。

#### 2 滑翔飞行器轨迹规划

#### 2.1 问题描述

2.1.1 三自由度运动模型

考虑地球为旋转圆球,则半速度坐标系下的 滑翔飞行器无量纲运动方程为<sup>[11]</sup>

$$\begin{cases} \frac{dz}{d\tau} = u\sin\gamma \\ \frac{d\theta}{d\tau} = \frac{u\cos\gamma\sin\psi}{z\cos\varphi} \\ \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{u\cos\gamma\cos\psi}{z} \\ \frac{du}{d\tau} = -\overline{D} - \frac{\sin\gamma}{z^2} + \Omega^2 z\cos\varphi (\sin\gamma\cos\varphi - \cos\gamma\sin\varphi\cos\psi) \\ \frac{d\gamma}{d\tau} = \frac{1}{u} \left[ \overline{L}\cos\sigma + \frac{\cos\gamma}{z} \left( u^2 - \frac{1}{z} \right) + 2\Omega u\cos\varphi\sin\psi + \Omega^2 z\cos\varphi (\cos\gamma\cos\varphi + \sin\gamma\cos\psi\sin\varphi) \right] \\ \frac{d\psi}{d\tau} = \frac{1}{u} \left[ \frac{u^2}{z}\cos\gamma\sin\psi\tan\varphi + \frac{\Omega^2 z}{\cos\gamma}\sin\varphi\cos\varphi\sin\psi + \frac{\overline{L}\sin\sigma}{\cos\gamma} - 2\Omega u (\tan\gamma\cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi) \right] \end{cases}$$
(5)

式中 $z, u, \tau$ 和 $\Omega$ 分别为无量纲地心距、速度、时间 和地球自转角速度,其无量纲化基准分别为 $R_0$ 、  $\sqrt{g_0R_0}$ 、 $\sqrt{R_0/g_0}$ 和 $\sqrt{g_0/R_0}$ ( $R_0$ 为地球半径, $g_0$ 为 引力加速度); $\theta$ 和 $\varphi$ 为经度和纬度;航迹倾角 $\gamma$ 是速度向量与当地水平面的夹角,向上为正;速度 方位角 $\psi$ 为速度向量在当地水平面投影与正北 方向的夹角,顺时针旋转为正。 $\bar{L}, \bar{D}$ 分别为无量 纲升力和阻力,其表达式为:

$$\begin{cases} \overline{L} = \rho(uV_c)^2 S_{ref} C_L / (2mg_0) \\ \overline{D} = \rho(uV_c)^2 S_{ref} C_D / (2mg_0) \end{cases}$$
(6)

式中 $C_L$ , $C_D$ 分别为升力和阻力系数, $\rho$ 为大气密度,m和 $S_{ref}$ 分别为飞行器质量和气动参考面积。

滑翔飞行器再入飞行过程中,其马赫数属于 高超声速范围,气动系数近似满足阻力极线 关系<sup>[12]</sup>:

$$C_D = C_{D0} + KC_L^2 \tag{7}$$

式中零升阻力系数 C<sub>m</sub>和诱导阻力因子 K 在高超 声速下趋于常数。

定义飞行器泛化升力系数

$$\lambda = C_L / C_L^* \tag{8}$$

式中 $C_L^* = \sqrt{C_{D0}/K}$ 为最大升阻比 $E^*$ 对应的升力 系数<sup>[12]</sup>,则飞行器的气动系数可表示为

$$\begin{cases} C_{L} = \lambda C_{L}^{*} \\ C_{D} = \frac{C_{L}^{*}}{2E^{*}} (1 + \lambda^{2}) \end{cases}$$
(9)

对于给定型号的飞行器,其气动特性参数 $E^*$ 与 $C_L^*$ 的取值均已知,故可将泛化升力系数 $\lambda$ 作为弹道设计参数。

2.1.2 约束条件

考虑飞行器的热防护、结构和控制性能,飞行 过程中要求满足驻点热流密度Q、过载 n、动压约 束 q:

$$\begin{cases} \dot{Q} = K_{\dot{Q}} \rho^{0.5} (uV_c)^{3.15} \leq \dot{Q}_{\max} \\ n = \sqrt{L^2 + D^2} \leq n_{\max} \\ q = 0.5 \rho (uV_c)^2 \leq q_{\max} \end{cases}$$
(10)

式中 $\dot{Q}_{\text{max}}$ , $n_{\text{max}}$ , $q_{\text{max}}$ 分别为飞行器允许的最大驻点 热流密度、最大过载和最大动压值。

以泛化升力系数  $\lambda$  和倾侧角  $\sigma$  为轨迹控制 变量,其取值范围限定为

$$\begin{cases} \lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} \\ \sigma_{\min} \leq \sigma \leq \sigma_{\max} \end{cases}$$
(11)

飞行过程终端约束包括终端经纬度、高度和 速度,对终端航迹倾角和速度方位角不做要求。 2.1.3 目标函数

再入轨迹设计的目标函数可根据任务目的及 飞行器特点加以选择。考虑到再入过程中恶劣的 气动热环境对飞行器防热系统要求很高,故可采 用再入过程的总热载为目标函数,以降低防热系 统重量,提高有效载荷比重。作为武器系统使用 时,通常要求滑翔飞行器能够到达指定目标点或 区域,对于这类任务飞行时间也是一项重要的 指标。

#### 2.2 基于微分平坦的纵向参考轨迹规划

完整的三自由度运动模型式(5)形式复杂, 不利于飞行器轨迹规划,且研究表明其不是微分 平坦的<sup>[13]</sup>。鉴于飞行器的纵向运动仅与泛化升 力系数 $\lambda$ 和倾侧角大小 $|\sigma|$ 有关,而侧向运动由 倾侧角符号确定,本文分别设计纵、侧向运动 轨迹。

2.2.1 纵向运动模型的平坦属性

假设侧向轨迹控制能够使得飞行过程中瞬时 平面与目标平面间夹角维持在小角度范围内,则 目标平面内的飞行器无量纲航程 *s* 满足<sup>[4]</sup>:

$$\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\tau} = \frac{u\cos\gamma}{z} \tag{12}$$

因此,不考虑地球旋转项的无量纲纵向运动 模型为

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\tau} = u \sin\gamma \\ \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}\tau} = \frac{u \cos\gamma}{z} \\ \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}\tau} = -\overline{D} - \frac{\sin\gamma}{z^2} \\ \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}\tau} = \frac{1}{u} \Big[ \overline{L} \cos\sigma + \frac{\cos\gamma}{z} \Big( u^2 - \frac{1}{z} \Big) \Big] \end{cases}$$
(13)

以无量纲地心距 z 和航程 s 为平坦输出,分 别记为  $\zeta_1 = z, \zeta_2 = s, 则纵向运动状态变量可表$ 示为

$$\begin{cases} z = \zeta_{1} \\ s = \zeta_{2} \\ u = \sqrt{\dot{\zeta}_{1}^{2} + (\zeta_{1} \dot{\zeta}_{2})^{2}} \\ \gamma = a \tan[\dot{\zeta}_{1}/(\zeta_{1} \dot{\zeta}_{2}]) \end{cases}$$
(14)

式(14)中 $\dot{\zeta}_i(i=1,2)$ 为 $\zeta_i$ 相对于无量纲时间 $\tau$ 的导数。

式(14)对无量纲时间 τ 求导得

$$\begin{cases} \dot{z} = \dot{\zeta}_{1} \\ \dot{s} = \dot{\zeta}_{2} \\ \dot{u} = (\dot{\zeta}_{1} \ddot{\zeta}_{1} + \zeta_{1}^{2} \dot{\zeta}_{2} \ddot{\zeta}_{2} + \zeta_{1} \dot{\zeta}_{1} \dot{\zeta}_{2}^{2})/u \\ \dot{\gamma} = (\zeta_{1} \ddot{\zeta}_{1} \dot{\zeta}_{2} - \dot{\zeta}_{1}^{2} \dot{\zeta}_{2} + \zeta_{1} \dot{\zeta}_{1} \dot{\zeta}_{2})/u^{2} \end{cases}$$
(15)

式(6)、(14)和(15)代入纵向运动模型式 (13)的第3式得

$$C_D = \frac{2mg_0(-\dot{u} - \sin\gamma/z^2)}{\rho(uV_C)^2 S_{ref}}$$

$$\triangleq f_{C_D}(\zeta_1, \dot{\zeta}_1, \ddot{\zeta}_1, \zeta_2, \dot{\zeta}_2, \ddot{\zeta}_2) \qquad (16)$$

式(16)代入式(9)中可将泛化升力系数表示 成平坦输出及其导数的函数:

 $\lambda = f_{\lambda}(\xi_{1}, \dot{\xi}_{1}, \dot{\xi}_{2}, \dot{\xi}_{2}, \dot{\xi}_{2})$  (17) 据此求出气动升力系数  $C_{L}$  并代入纵向运动模型 第 4 式得:

$$\cos\sigma = \left[ u\dot{\gamma} - \frac{\cos\gamma}{z} \left( u^2 - \frac{1}{z} \right) \right] / \bar{L} \qquad (18)$$

从而倾侧角大小可以表示为

 $|\sigma| = f_{|\sigma|}(\zeta_1, \zeta_2, \dot{\zeta}_1, \dot{\zeta}_2, \ddot{\zeta}_1, \dot{\zeta}_2)$ (19)

综上,以无量纲地心距 z 和航程 s 为平坦输 出,纵向运动的状态与输入均可以表示成平坦输 出及其导数的函数,纵向运动模型式(13)属于微 分平坦系统。 2.2.2 纵向运动参考轨迹规划

鉴于纵向运动模型的微分平坦属性,将再入 飞行器纵向运动轨迹规划问题映射到平坦输出空 间中,通过优化设计平坦输出得到满足要求的纵 向运动参考轨迹。由于纵向运动状态空间维数为 4,而控制空间和平坦输出空间维数均为2,因此 映射后问题分析设计的维数由6缩减到2。

通常采用关于无量纲时间的多项式函数对平 坦输出进行参数化处理,将平坦输出空间内的轨迹 规划问题转换为参数优化问题进行求解。常用的 参数化多项式有幂级数多项式、三角函数、样条函 数等。本文借鉴伪谱法离散最优控制问题的思路, 以 Legndre-Gauss-Lobatto (LGL)点为插值和配点, 利用全局差值多项式离散平坦输出,将问题转换为 低维且仅含代数约束的非线性规划问题求解。 LGL 点 $\tau_j(j=0,...,N)$ 为多项式( $\tau^2 - 1$ ) $\dot{P}_N(\tau) = 0$ 的根,在区间[-1,1]上呈非均匀分布,其中 $P_N$ ( $\tau$ )为N次 Legendre 多项式<sup>[14]</sup>。

记平坦输出 $\zeta$ 在 LGL 点处的取值为 $\zeta(\tau_j)$ , ( $j=0,\dots,N$ ,),则由全局 Lagrange 插值多项式表 示的平坦输出 $\zeta$ 为

$$\zeta \approx \zeta^{N}(\tau) = \sum_{j=0}^{N} \zeta(\tau_{j}) \phi_{j}(\tau) \qquad (20)$$

其中  $\phi_j(\tau)$ 为 Lagrange 插值基函数:

$$\phi_j(\tau) = \prod_{\substack{m=0\\m\neq j}}^N \frac{\tau - \tau_m}{\tau_j - \tau_m}$$
(21)

平坦输出ζ在LGL点处的一阶和二阶导数可 表示为<sup>[15]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{\zeta} = \sum_{j=0}^{N} \zeta(\tau_j) \cdot D_1 \\ \vdots \\ \zeta = \sum_{j=0}^{N} \zeta(\tau_j) \cdot D_2 \end{cases}$$
(22)

其中 $D_1$ 为(N+1)×(N+1)的一阶微分矩阵:

$$D_{1}:=[D_{1,kl}] = \begin{cases} \frac{P_{N}(\tau_{k})}{P_{N}(\tau_{l})} \cdot \frac{1}{\tau_{k} - \tau_{l}}, & k \neq l \\ -N(N+1)/4, & k = l = 0 \\ N(N+1)/4, & k = l = N \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$
(23)

 $D_2$  表示二阶微分矩阵,满足: $D_2 = D_1 \cdot D_1$ 。

经过上述参数化处理,平坦输出空间内的轨 迹规划问题转换为以平坦输出在 LGL 点处取值 为决策变量的非线性规划问题,求解即可得到纵 向运动参考轨迹。

# 2.3 三自由度轨迹生成

滑翔飞行器三自由度轨迹生成框图如图1所 示,包括纵向参考轨迹跟踪和侧向运动控制两部 分。基于微分平坦理论的纵向参考轨迹是在简化 条件下生成,而实际运动需要考虑地球自转、再入 初始状态偏差、气动参数不确定性等因素的影响, 势必造成实际轨迹偏离期望轨迹,因此需要设计 纵向轨迹跟踪律。侧向运动控制主要调节飞行器 的倾侧角反转将运动控制在目标平面附近。



图1 再入轨迹生成框图



2.3.1 纵向参考轨迹跟踪

由于飞行器的运动行为可以由平坦输出完全 决定,因此只要控制实际平坦输出收敛到期望值 即可实现纵向参考轨迹跟踪。由式(4)可知,在 标称情况下,以平坦输出表示的纵向运动模型具 有如下标准形:

$$\ddot{\zeta}_{id} = \nu_{id}, (i = 1, 2)$$
 (24)

将地球自转、初始状态偏差、气动参数偏差等因素产生的影响视作总和扰动 *d<sub>i</sub>*(*i*=1,2),则飞行器实际运动对应的平坦输出*ζ<sub>i</sub>*(*i*=1,2)满足:

$$\ddot{\zeta}_{i} = \nu_{i} + d_{i}, (i = 1, 2)$$
(25)

定义纵向运动平坦输出跟踪偏差为

$$e_i = \zeta_i - \zeta_{id}, (i = 1, 2)$$
 (26)

则跟踪偏差动力学方程为

$$\ddot{e}_i = \nu_i + d_i - \ddot{\zeta}_{id}, (i = 1, 2)$$
 (27)

纵向参考轨迹跟踪的目的为设计  $\nu_i$ (*i*=1,2),使得跟踪偏差  $e_i$ (*i*=1,2)收敛到零。 简化设计起见,采用经典的比例 - 微分 (Proportion-Differentiation, PD)反馈控制方法设 计纵向参考轨迹跟踪控制律:

 $\nu_i = \zeta_{id} - \alpha_i e_i - \beta_i e_i, \quad (i = 1, 2) \quad (28)$ 其中  $\alpha_i > 0, \beta_i > 0$  为调节参数,通过调节  $\alpha_i, \beta_i$  即
可实现参考轨迹的稳定跟踪。PD 控制具有结构
简单、稳定性好、调节方便等优势,在实际应用中
具有显著优势。

### 2.3.2 侧向运动控制

飞行器的侧向运动控制通过切换倾侧角符号 实现;常用的倾侧角切换策略包括单点反转、双点 反转等。本文采用文献[5]提出的基于航向角误 差走廊的倾侧角反转策略。定义航向角误差为飞 行器当前航向角与视线角之差,设计航向角误差 走廊为速度的分段函数,当航向角误差超出误差 走廊时进行一次反转。相对于其他反转策略,该 策略可以通过改变误差走廊调整倾侧角反转频 率,对任务适应性更强。

# 3 仿真分析

以美国 CAV - H 飞行器为例开展仿真分析, 其模型参数如表1 所示,再入飞行任务描述如表 2 所示,轨迹设计以到达指定目标点的飞行时间 为目标函数。

表 1 CAV – H 模型参数

Tab	.1 Model para	Model parameters of CAV – H			
m∕kg	$S_{\it ref}/{ m m}^2$	$E^{*}$	$C_L^*$		
907	0. 4839	3.24	0.45		

ににを世い

衣2 舟八飞11 任穷油还							
Tab. 2 Description of the reentry mission							
约束条件	约束取值						
起始点: $h_0 = 70$ km, $\theta_0 = 0$ , $\varphi_0 = 0$ ,							
边界约束	$v_0 = 6500 \mathrm{m/s}, \ \gamma_0 = -2^\circ, \ \psi_0 = 90^\circ$						
	终端点: $h_f \ge 30$ km, $\theta_f = 80^\circ$ , $\varphi_f = 20^\circ$						

过程约束 控制量:λ ∈ [0, 2], σ ∈ [-60°, 60°]  $n_{\text{max}} = 4$ g,  $q_{\text{max}} = 200$ kPa,  $\dot{Q}_{\text{max}} = 1800$ kW/m<sup>2</sup>

采用基于微分平坦的轨迹规划方法设计纵向 参考轨迹,优化得到的平坦输出曲线如图2所示, 飞抵目标位置所需时间为1904s。设计的航向角 误差走廊为

	, <sup>20°</sup> ,	$V > 5000 {\rm m/s}$
$\Delta u = i$	15°,	$2500\mathrm{m/s}\!\leqslant\!V\!\leqslant\!5000\mathrm{m/s}$
<b>-</b> φ ,	$2.5^{\circ} + \frac{5^{\circ}}{1000}V,$	$V < 2500 {\rm m/s}$

纵向参考轨迹跟踪控制参数取为

 $\alpha_{z} = 36$ ,  $\beta_{z} = 20.2$ ,  $\alpha_{s} = 55.7$ ,  $\beta_{s} = 31.3$ 其中下标 *z*,*s* 代表无量纲地心距和航程。

为验证所提出的三自由度轨迹生成策略的有效性,本文引入初始状态偏差和飞行器气动参数偏差开展 Monte Carlo 仿真分析,所有偏差均呈高斯分布,且其取值范围如表3所示。运行25次得出的三自由度轨迹及其对应的控制输入、路径约

束曲线如图 2~4 所示。

表3 偏差分布范围

Tab. 3 Dispersions of deviations					
$\Delta h_0/{ m km}$	±3	$\Delta\psi_0/(\circ)$	±3		
$\Delta v_0 / (\mathrm{m/s})$	± 100	$\Delta C_L/(\%)$	±5		
$\Delta \gamma_{0} / (\circ)$	+ 2	$\Delta C_{\rm p}/(\%)$	+ 5		





由图 2 中的平坦输出期望曲线可知飞行器在 大气 中跳 跃 式 滑 翔 飞行,期 望 终 端 高 度 为 30.22km,满足终端约束; Monte Carlo 仿真得到的 平坦输出实际曲线在期望曲线附近小范围内波 动,表明所设计的纵向参考轨迹跟踪律能够有效 抑制地球自转、初始状态和气动参数偏差等带来 的不利影响。注意到 1400s 至 1800s 间,跟踪偏 差有所放大,这可以通过引入控制增益自适应调 整策略加以改进。三自由度轨迹在地面上的投影 如图 3 中经度 – 纬度曲线所示,其中局部放大图 给出了终端落点分布情况,可见落点均位于以期 望终点(80°, 20°)为圆心,半径为 60km 的圆内。 由泛化升力系数和倾侧角曲线可知,控制变量均 在允许范围内变化,且初始阶段变化较剧烈,这主 要是由于初始状态偏差导致平坦输出导数的实际 值与期望值间偏差较大所引起。图4给出各类路 径约束曲线,表明所生成的轨迹均满足路径约束。 仿真程序基于 Matlab 环境调试,在配置为 Intel Core 2 E7400, 2.8GHz 的计算机上进行,在预先 设定航向角误差走廊和 PD 反馈跟踪律参数的情 况下,生成一条再入轨迹耗费的 CPU 时间约为 6.29s。由于本文研究的方法以飞行过程中瞬时 平面与再入平面间维持小夹角为假设前提,且仅 针对小倾角再入开展仿真分析,因此该方法对于 大角度转弯、大倾角再入类任务的适用性还需进 一步研究。



图 4 路径约束曲线 Fig. 4 Time history of path constraints

时间/s

## 4 结论

论文针对滑翔式再入轨迹规划问题,提出了 基于微分平坦理论的纵向参考轨迹规划与跟踪方 法,并应用基于航向角误差走廊的侧向运动控制 策略,实现三自由度轨迹生成,得到如下结论:

时间/s

(1)忽略地球自转影响,滑翔飞行器纵向运动简化模型是微分平坦的,基于此开展参考轨迹设计可以降低问题分析设计的维数,消除动力学约束,提高求解效率;

(2)以 LGL 点为节点的 Lagrange 插值多项式 的各阶微分矩阵间存在特定关系,便于参数化处 理平坦输出;且仿真表明所设计的三自由度轨迹 生成方法能够消除初始偏差、气动系数扰动等的 影响,生成满足各类路径约束的三自由度轨迹。

时间/s

下一步将研究如何直接利用基于微分平坦理 论的轨迹规划方法求解三自由度再入轨迹优化问 题,并深入分析该方法对于大角度转弯和大倾角 再入任务的适应性。

# 参考文献(References)

Jorris T R, Cobb R G. Three-dimensional trajectory optimization satisfying waypoint and no-fly zone constraints[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(2): 551-572.

[2] 陈小庆,侯中喜,刘建霞.高超声速滑翔式飞行器再入轨 迹多目标多约束优化[J].国防科技大学学报,2009,31
(6):77-83.
CHEN Xiaoqing, HOU Zhongxi, LIU Jianxia. Multi-objective

optimization of reentry trajectory for hypersonic glide vehicle with multi-constraints [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2009, 31(6): 77-83. (in Chinese)

- [3] Rahimi A, Kumar K D, Alighanbari H. Particle swarm optimization applied to spacecraft reentry trajectory[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2013, 36 (1): 307 -310.
- [4] Shen Z J, Lu P. Onboard generation of three-dimensional constrained entry trajectories [J]. Journal of Guidance, Control, and Guidance, 2003, 26(1): 111-121.
- [5] 雍恩米, 唐国金, 陈磊. 高超声速无动力远程滑翔飞行器 多约束条件下的轨迹快速生成[J]. 宇航学报, 2008, 29 (1):46-52.
  YONG Enmi, TANG Guojin, CHEN Lei. Rapid trajectory

planning for hypersonic unpowered long-range entry vehicles with multi-constraints [J]. Journal of Astronautics, 2008, 29 (1): 46-52. (in Chinese)

- [6] Xie Y, Liu L H, Liu J, et al. Rapid generation of entry trajectories with waypoint and no-fly zone constraints[J]. Acta Astronautica, 2012, 77: 167-181.
- [7] Sangwan V. Differential flatness based design, planning and control for classes of under-actuated systems [D]. Newark: University of Delaware, 2010.
- [8] Chamseddine A, Zhang Y M, Rabbath C A, et al. Flatnessbased trajectory planning/replanning for a quadrotor unmanned

aerial vehicle [C]//Proceedings of IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2012, 48 (4): 2832 - 2848.

- [9] Louembet C, Cazaurang F, Zolghadri A, et al. Path planning for satellite slew manoeuvres: a combined flatness and collocation-based approach [J]. IET Control Theory and Applications, 2009, 3(4):481-491.
- [10] Levine J. Analysis and control of nonlinear systems [M]. Berlin Heidelberg: Springer, 2009.
- [11] 赵汉元.飞行器再入动力学和制导[M].长沙:国防科技 大学出版社,1997.
   ZHAO Hanyuan. Vehicle reentry dynamics and guidance[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1997. (in Chinese)
- [12] 阮春荣.大气中飞行的最优轨迹[M].北京:宇航出版 社,1987.
   RUAN Chunrong. Optimal trajectories in atmospheric flight[M]. Beijing; Astronautics Press, 1987. (in Chinese)
- [13] Neckel T, Talbot C, Petit N. Collocation and inversion for a reentry optimal control problem [C]. Proceedings of the 5th International Conference on Launch Technology, 2003.
- [14] Clarke K A. Performance optimization study of a common aero vehicle using a Legndre pseudospectral method [ D ].
   Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [15] Zhuang Y F, Ma G F, Li C J, et al. Time-optimal trajectory planning for underactuated regid spacecraft using differential flatness[J]. Journal of Astronautics, 2011, 32(8):1753 -1761.