

饱和多孔热弹性体自由表面 p 波的反射*

郑荣跃^{1,2}, 刘干斌², 唐国金¹

(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 宁波大学 岩土工程研究所, 浙江 宁波 315211)

摘要:利用建立的饱和多孔介质中热弹性波的弥散方程,研究了平面 p 波在自由界面上的反射问题,获得反射系数的表达式。通过算例分析了饱和多孔弹性介质的热膨胀系数对 p_1 波传播速度的影响,进而考虑界面透水与不透水两种工况,讨论了不同频率、入射角和表面排水条件对各反射波幅值的影响特性。结果表明:热物性参数对波的传播有一定的影响,频率、入射角和表面排水条件对两类压缩波、剪切波和热波的反射幅值的影响较大。

关键词:热弹性波;饱和多孔介质;反射

中图分类号: O319.56 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2014)03-0014-05

Reflection of p -wave at free surface of thermal elastic saturated porous medium

ZHENG Rongyue^{1,2}, LIU Ganbin², TANG Guojin¹

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;
2. Institute of Geotechnical Engineering, Ningbo University, Ningbo 315211, China)

Abstract: Based on the diffusion equation of porous-thermoelastic waves presented by the authors, the problem of reflection of plane p -wave on a free interface was investigated and the expressions of the reflection coefficient were derived. Then, the effect of thermal expansion coefficient of the porothermoelasticity on the propagation speed of p_1 in the medium was discussed firstly. Furthermore, through the analysis of the effect frequency, incidence angle on the amplitude characteristics of reflection wave, the drainage and no drainage conditions were considered, and the effect of interfacial pervious and impervious conditions was also discussed. It is shown that the thermal physical parameters have a certain effect on the propagation of thermoelastic waves, and such parameters as frequency, incidence angle and surface drainage conditions are factors greatly affecting the reflection amplitude of two types of compression wave, shear wave and thermal wave.

Key words: thermo-elastic wave; saturated porous medium; reflection

饱和多孔介质中波传播问题是岩土工程、地震工程及地球物理等学科领域的重要课题。与弹性介质相比,饱和多孔介质中的波传播问题要复杂得多。Biot对饱和多孔介质中波传播问题进行了开创性研究,成功预言了其中三种体波的存在^[1]。国内外学者对饱和多孔介质中波的传播特性、波的反射等问题开展了众多研究^[2-4]。

实际上,温度对饱和多孔介质的物理、力学特性具有重要的影响,并已成为岩土工程等领域中的一个新研究方向^[5]。在广义热弹性耦合介质中,研究各向异性、孔隙率、粘滞性、微结构、温度及其他参数对波的传播特性的影响,以获得新的波存在的证据,可以为实验地震学家修正地震估计提供依据。因此,热弹性介质中波的传播理论

在地震工程、土动力学、核反应堆,高能粒子加速器等领域也具有广泛的应用。

国内外对热弹性耦合介质中波的传播研究成果较多,如 Singh^[6-7]利用 Lord Shulman 理论,研究了二维均质、各向同性广义热弹性半空间空隙介质中波传播及半无限热弹性空间自由表面平面波的反射。Nilratant^[8]利用初始应力条件下均匀各向同性和广义热方程,对两个固体界面上的热弹性平面波的反射和折射进行了研究。对于饱和多孔介质中热弹性波方面的研究仍较少。Pecker^[9]对于流体饱和多孔介质中的热效应对波的传播的影响进行了研究。Singh^[10]求解广义多孔热弹性力学线性方程,获得了剪力波和4种类型的纵波。郑荣跃等^[11]基于 Biot、Singh 等人的

* 收稿日期:2013-10-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51278256, 51178227)

作者简介:郑荣跃(1964—),男,浙江宁波人,教授,硕士,E-mail:rongyue@nbu.edu.cn

热弹性理论,构建了饱和多孔热弹性波动方程,研究了SV波在平面界面上的反射问题。本文进一步开展 p 波在广义多孔热弹性体表面的反射研究,考虑界面透水与不透水两种工况,计算获得各类波的反射系数,并分析相关参数的影响特性。

1 热弹性波求解

饱和多孔热弹性介质的本构方程为^[11]:

$$\sigma_{ij} = \lambda e \delta_{ij} + 2G \varepsilon_{ij} - \alpha p \delta_{ij} - \lambda' \theta \delta_{ij} \quad (1)$$

式中 σ_{ij} 、 ε_{ij} 为总应力(拉为正)和应变张量; e 为体应变; p 为超孔隙水压力; θ 为温度增量 ($\theta = T - T_0$, T 为绝对温度, T_0 为初始温度, $|\theta/T_0| \ll 1$); δ_{ij} 为 Kronecker 符号; $\alpha = 1 - K/K_s$, 为反映材料压缩性的系数, K_s 为固体介质的体积模量, $K = \lambda + 2G/3$, 为介质排水体积模量; λ 、 G 为 Lamé 常数; $\lambda' = K a_s$, 为介质的热模量, a_s 为固体介质的热膨胀系数 ($^{\circ}\text{C}^{-1}$)。

渗流方程和连续方程可以表示为^[11]:

$$\dot{p} = M(\dot{\xi} - \alpha \dot{e} + a_c \dot{\theta}) \quad (2)$$

$$-p_{,i} = \frac{\rho_w}{n} \ddot{w} + \rho_w \ddot{u} + b \dot{w} + b D_T \theta_{,i} \quad (3)$$

式中 $\frac{1}{M} = \frac{n}{K_w} + \frac{\alpha - n}{K_s}$, n 为孔隙率, K_w 为流体的体积模量; $a_c = n a_w + (\alpha - n) a_s$ 为介质的热膨胀系数 ($^{\circ}\text{C}^{-1}$), a_w 为流体的热膨胀系数; u 、 w 分别为介质的位移和流体的相对位移; $b = \rho_w g/k_l$, ρ_w 为流体密度, k_l 为渗透系数 (m/s), g 为重力加速度 (m/s^2); D_T 为反映介质温度梯度对渗流影响的系数 ($\text{m}^2/\text{s}^{\circ}\text{C}$)。

利用考虑流固两相弹性饱和多孔介质的热平衡的本构关系、运动方程、渗流方程和连续方程、修正的热传导定律,通过引入标量势 φ_s 、 φ_w , 矢量势 ψ_s 、 ψ_w , 求得饱和土体中 p_1 、 p_2 和 T 的所对应的波速 v_{p_1} 、 v_{p_2} 和 v_T 及剪切波 (S 波) 的波速 v_s 为^[11]

$$v_{p_1}^2 = \Gamma_1 = \frac{q}{3\sqrt[3]{2}} - \frac{\sqrt[3]{2}f}{q} - \frac{\xi_1}{3} \quad (4)$$

$$v_{p_2}^2 = \Gamma_2 = -\frac{(1-i\sqrt{3})q}{6\sqrt[3]{2}} + \frac{(1+i\sqrt{3})f}{2^{2/3}q} - \frac{\xi_1}{3} \quad (5)$$

$$v_T^2 = \Gamma_3 = -\frac{(1+i\sqrt{3})q}{6\sqrt[3]{2}} + \frac{(1-i\sqrt{3})f}{2^{2/3}q} - \frac{\xi_1}{3} \quad (6)$$

$$v_s^2 = \frac{Ga_{22}}{\rho a_{22} - \rho_w^2} \quad (7)$$

式中相关参数表达式同文献[11]。

2 热弹性波的反射系数

在二维坐标系中,平面 p 波的反射如图 1 所示,其中入射 p 波的入射角为 θ_0 ,反射 p_1 波、 p_2 波、 T 波和 S 波的反射角分别为 θ_1 、 θ_2 、 θ_3 和 θ_4 。

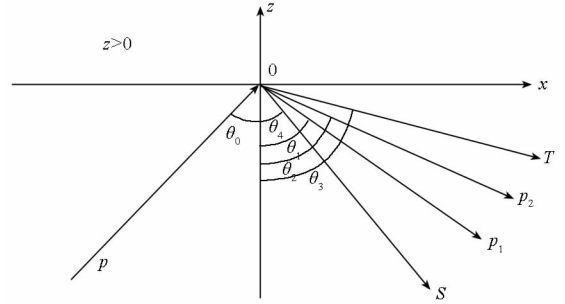


图1 热弹性介质 p 波的反射示意图

Fig. 1 Reflection of p wave on boundary

设两相饱和多孔热弹性介质中一频率为 ω 的平面 p 波以任意角入射到 $z=0$ 平面,则各反射波的势函数可以在热弹性波动理论^[7]的基础上进一步表示为^[11]

$$\begin{aligned} \varphi_s = & A_{s0} \exp[i\omega t - il_{p_1}(x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0)] + \\ & A_{s1} \exp[i\omega t - il_{p_1}(x \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] + \\ & A_{s2} \exp[i\omega t - il_{p_2}(x \sin \theta_2 - z \cos \theta_2)] + \\ & A_{sT} \exp[i\omega t - il_T(x \sin \theta_3 - z \cos \theta_3)] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \varphi_w = & \zeta_0 A_{s0} \exp[i\omega t - il_{p_1}(x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0)] + \\ & \zeta_1 A_{s1} \exp[i\omega t - il_{p_1}(x \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] + \\ & \zeta_2 A_{s2} \exp[i\omega t - il_{p_2}(x \sin \theta_2 - z \cos \theta_2)] + \\ & \zeta_3 A_{sT} \exp[i\omega t - il_T(x \sin \theta_3 - z \cos \theta_3)] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \theta = & \eta_0 A_{s0} \exp[i\omega t - il_{p_1}(x \sin \theta_0 + z \cos \theta_0)] + \\ & \eta_1 A_{s1} \exp[i\omega t - il_{p_1}(x \sin \theta_1 - z \cos \theta_1)] + \\ & \eta_2 A_{s2} \exp[i\omega t - il_{p_2}(x \sin \theta_2 - z \cos \theta_2)] + \\ & \eta_3 A_{sT} \exp[i\omega t - il_T(x \sin \theta_3 - z \cos \theta_3)] \end{aligned} \quad (10)$$

$$\psi_s = B_s \exp[i\omega t - il_s(x \sin \theta_4 - z \cos \theta_4)] \quad (11)$$

$$\psi_w = \delta B_s \exp[i\omega t - il_s(x \sin \theta_4 - z \cos \theta_4)] \quad (12)$$

式中 A_{s0} 、 A_{s1} 、 A_{s2} 、 A_{sT} 、 B_s 分别为入射 p 波,反射 p_1 波、 p_2 波、 T 波和 S 波的幅值。系数 η_i 、 ξ_i 和 δ 分别为:

$$\zeta_0 = \frac{a_{13}(\alpha M - \rho_w v^2) - a_{23}(a_{11} - \rho v^2)}{a_{23}(\alpha M - \rho_w v^2) - a_{13}(M - a_{22} v^2)}$$

$$\eta_0 = l_{p_1}^2 \frac{(M - a_{22} v^2)(a_{11} - \rho v^2) - (\alpha M - \rho_w v^2)^2}{a_{23}(\alpha M - \rho_w v^2) - a_{13}(M - a_{22} v^2)}$$

$$\xi_i = \frac{a_{13}(\alpha M - \rho_w v_i^2) - a_{23}(a_{11} - \rho v_i^2)}{a_{23}(\alpha M - \rho_w v_i^2) - a_{13}(M - a_{22} v_i^2)}$$

$$\eta_i = l_i^2 \frac{(M - a_{22} v_i^2)(a_{11} - \rho v_i^2) - (\alpha M - \rho_w v_i^2)^2}{a_{23}(\alpha M - \rho_w v_i^2) - a_{13}(M - a_{22} v_i^2)}$$

$$\delta = \frac{B_w}{B_s} = \frac{(G - \rho_w v_s^2)}{\rho_w v_s^2} \quad (i = p_1, p_2, T)$$

波数和反射角之间存在如下关系:

$$l_{p1} \sin \theta_1 = l_{p2} \sin \theta_2 = l_T \sin \theta_3 = l_s \sin \theta_4 \quad (13)$$

在表面 $z=0$, $\omega = l_p v$, $\omega = l_p v$, 则

$$\frac{\sin \theta_0}{v_{p1}} = \frac{\sin \theta_1}{v_{p1}} = \frac{\sin \theta_2}{v_{p2}} = \frac{\sin \theta_3}{v_T} = \frac{\sin \theta_4}{v_s} \quad (14)$$

对于平面波问题, 位移与势函数关系为

$$u_z = \frac{\partial \varphi_s}{\partial z} + \frac{\partial \psi_s}{\partial x}, \quad u_x = \frac{\partial \varphi_s}{\partial x} - \frac{\partial \psi_s}{\partial z} \quad (15)$$

$$w_z = \frac{\partial \varphi_w}{\partial z} + \frac{\partial \psi_w}{\partial x}, \quad w_x = \frac{\partial \varphi_w}{\partial x} - \frac{\partial \psi_w}{\partial z} \quad (16)$$

将式(15)、(16)代入饱和多孔热弹性介质的本构方程和渗流方程可得

$$\sigma_z = (\lambda + \alpha^2 M) \nabla^2 \varphi_s + 2G \left(\frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x \partial z} \right) + \alpha M \nabla^2 \varphi_w - (a_c \alpha M + \lambda') \theta \quad (17)$$

$$\tau_{xz} = 2G \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x \partial z} + G \left(\frac{\partial^2 \psi_s}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \psi_s}{\partial z^2} \right) \quad (18)$$

$$p = -M(\nabla^2 \varphi_w + \alpha \nabla^2 \varphi_s) + M a_c \theta \quad (19)$$

式中 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ 。

在表面 $z=0$ 处, 考虑表面应力为零, 温度梯度为零及表面排水工况, 则第一类边界条件可表示为

$$\sigma_z|_{z=0} = 0, \quad \tau_{xz}|_{z=0} = 0, \quad p|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z}|_{z=0} = 0 \quad (20)$$

在表面 $z=0$ 处, 考虑表面不排水, 流体的法向速度为零, 则第二类边界条件可表示为:

$$\sigma_z|_{z=0} = 0, \quad \tau_{xz}|_{z=0} = 0, \quad \dot{w}_z|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial \theta}{\partial z}|_{z=0} = 0 \quad (21)$$

将式(15)~(19)代入式(20)、(21), 并利用

式(8)~(12), 可以得到 p_1 、 p_2 、 T 和 S 波的反射系数矩阵:

$$\sum d_{ij} Z_j = b_i \quad (22)$$

式中 $Z_1 = \frac{A_{s1}}{A_{s0}}$, $Z_2 = \frac{A_{s2}}{A_{s0}}$, $Z_3 = \frac{A_{sT}}{A_{s0}}$, $Z_4 = \frac{B_s}{A_{s0}}$ 分别为 p_1 、

p_2 、 T 和 S 波的反射系数, d_{ij} 中各元素分别为

$$d_{11} = \{ [\lambda + \alpha^2 M + \alpha M \zeta_1 + 2G \cos^2 \theta_1] l_{p1}^2 + a_{13} \eta_1 \}$$

$$d_{12} = \{ [\lambda + \alpha^2 M + \alpha M \zeta_2 + 2G \cos^2 \theta_2] l_{p2}^2 + a_{13} \eta_2 \}$$

$$d_{13} = \{ [\lambda + \alpha^2 M + \alpha M \zeta_3 + 2G \cos^2 \theta_3] l_T^2 + a_{13} \eta_3 \}$$

$$d_{14} = -G \sin 2\theta_4 l_s^2,$$

$$d_{21} = l_{p1}^2 \sin 2\theta_1, \quad d_{22} = l_{p2}^2 \sin 2\theta_2,$$

$$d_{23} = l_T^2 \sin 2\theta_3, \quad d_{24} = \cos 2\theta_4 l_s^2;$$

$$d_{31} = (\alpha + \zeta_1) l_{p1}^2 + a_c \eta_1, \quad d_{32} = (\alpha + \zeta_2) l_{p2}^2 + a_c \eta_2$$

$$d_{33} = (\alpha + \zeta_3) l_T^2 + a_c \eta_3, \quad d_{34} = 0 \quad (\text{排水})$$

$$d_{31} = l_{p1} \cos \theta_1 \zeta_1, \quad d_{32} = l_{p2} \cos \theta_2 \zeta_2,$$

$$d_{33} = l_T \cos \theta_3 \zeta_3, \quad d_{34} = -l_s \sin \theta_4 \delta \quad (\text{不排水})$$

$$d_{41} = i l_{p1} \eta_1 \cos \theta_1, \quad d_{42} = i l_{p2} \eta_2 \cos \theta_2,$$

$$d_{43} = i l_T \eta_3 \cos \theta_3, \quad d_{44} = 0$$

$$b_1 = -\{ [\lambda + \alpha^2 M + \alpha M \zeta_0 + 2G \cos^2 \theta_0] l_{p1}^2 + a_{13} \eta_0 \}$$

$$b_2 = l_{p1}^2 \sin 2\theta_0, \quad b_4 = i l_{p1} \eta_0 \cos \theta_0$$

$$b_3 = -\{ (\alpha + \zeta_0) l_{p1}^2 + a_c \eta_0 \} \quad (\text{排水})$$

$$b_3 = l_{p1} \cos \theta_0 \zeta_0 \quad (\text{不排水})$$

求解式(22), 可以得到 p_1 、 p_2 、 T 和 S 波的反射系数 Z_1 、 Z_2 、 Z_3 、 Z_4 。

3 计算与分析

本节通过算例分析 p 波入射饱和多孔热弹性介质自由表面的反射问题。为了说明基于热弹性理论的正确性与必要性, 将本文结果与退化得到饱和多孔介质理论结果进行比较^[2], 并探讨多孔介质的热物性参数对 p_1 波的影响特性。

表 1 计算参数

Tab. 1 Parameters of computation

变 量	数 值	变 量	数 值
Lame 常数 G	2.5×10^9 Pa	流体的比热 C_w	$4000 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$
Lame 常数 λ	2.6×10^8 Pa	固体介质比热 C_s	$940 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2} \text{ K}^{-1}$
固体介质密度 ρ_s	2650 kg/m^3	固体介质热膨胀系数 a_s	$3.6 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$
流体密度 ρ_w	1000 kg/m^3	流体热膨胀系数 a_w	$2.0 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$
流体体积模量 K_w	2GPa	孔隙率 n	0.4
固体介质体积模量 K_s	36GPa	渗透系数 k_l	$1.0 \times 10^{-7} \text{ m/s}$
固体介质热传导系数	3.29J/smK	重力加速度 g	10
流体的热传导系数	0.582J/smK	热渗系数 D_T	2.7×10^{-11}
初始温度 T_0	300K	松弛时间 τ_0	0.001s

本文首先以饱和多孔介质的热膨胀系数为例,分析其对 p_1 波的影响,计算参数如表 1 所示,结果如图 2 和图 3 所示。热膨胀系数分别取 $a_c = 1.0 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ 、 $2 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ 和 $3 \times 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ 。从图 2 可以看出:随着 a_c 的增大,饱和多孔热弹性介质中 p_1 波的相速度约有 8% 的增幅。饱和弹性介质中的相速度最小。图 3 为初始温度 T_0 对 p_1 波的相速度的影响,可以看出, T_0 对相速度的影响呈线性增大,随 a_c 的增大,其影响也增大。由此可见,热物性参数对波的传播有较大的影响。

对于 p 波的反射问题,本文考虑自由表面透水与不透水两种工况,分别计算各反射波的反射系数,结果如图 4 - 图 7 所示。

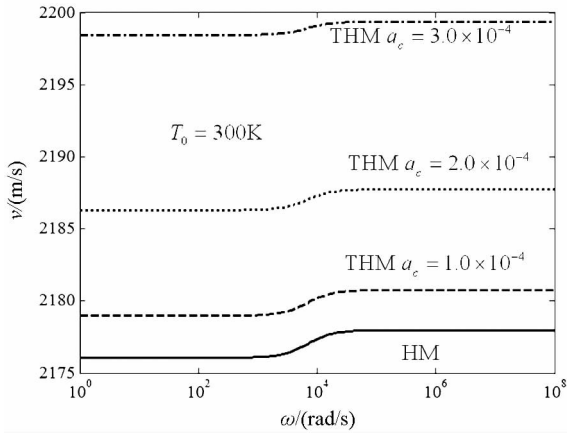


图 2 热膨胀系数对 P_1 波波速的影响

Fig. 2 Effect of thermal expansion on velocity of P_1 wave

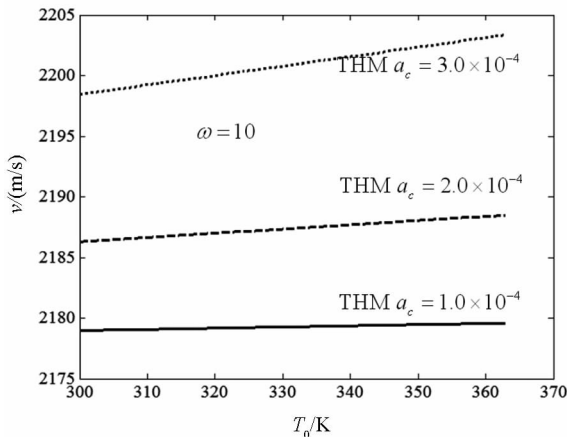


图 3 始温度对 p_1 波波速的影响

Fig. 3 Effect of thermal expansion on velocity of P_1 wave

图 4、图 5 为表面排水条件下 $\omega = 10\text{Hz}$ 和 $10\,000\text{Hz}$ 时反射系数随入射角度的变化曲线。当入射角为零时(即垂直入射),两相介质中只产生反射 p_1 波,而且相位与入射波相位相反,幅值与入射波相同。在低频条件下($\omega = 10$),反射 p_2 波和 T 波的幅值很小。 p_1 波、 S 波的反射系数随 p 波的人射角变化而改变,在 $40^\circ \sim 70^\circ$ 最大。随着

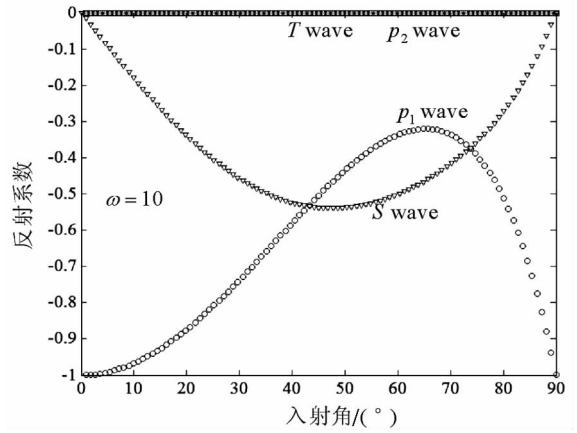


图 4 $\omega = 10$, 反射系数随入射角的变化曲线(排水)

Fig. 4 $\omega = 10$, curves of reflection coefficient vs angle of incidence

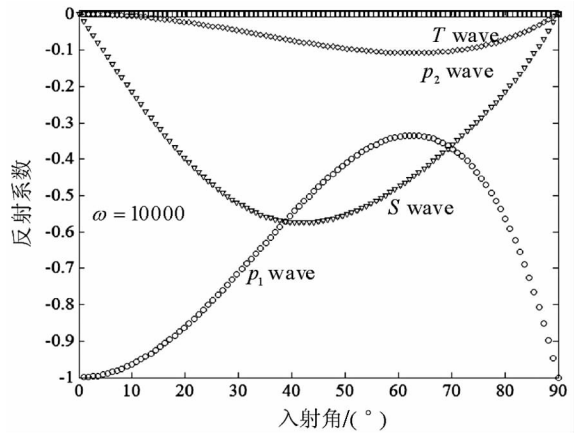


图 5 $\omega = 10\,000$, 反射系数随入射角的变化曲线(排水)

Fig. 5 $\omega = 10\,000$, curves of reflection coefficient vs angle of incidence

频率的增大($\omega = 10\,000$, 如图 5 所示), p_2 波的幅值增大, T 波幅值仍较小。

在不排水条件下, $\omega = 10\text{Hz}$ 和 $10\,000\text{Hz}$ 时反射系数随入射角度的变化曲线如图 6 和图 7 所示。不排水反射曲线与排水条件下的反射曲线相似。由于低频时两相介质中波的传播一般无弥散性,即波的传播受频率变化的影响较小。低频条件下边界排水条件(排水与不排水情况)对反射系数的影响不是很显著,如图 4 和图 6 所示。在高频条件下($\omega = 10\,000\text{Hz}$),不排水条件下 p_2 波的幅值小于排水条件下的幅值,如图 5 和图 7 所示。

4 结论

由于饱和多孔介质的热力学参数对波的传播有一定的影响,本文基于广义热弹性理论,研究了饱和多孔热弹性介质中 p 波的反射问题,讨论了自由表面排水与不排水两种工况反射波的异同,

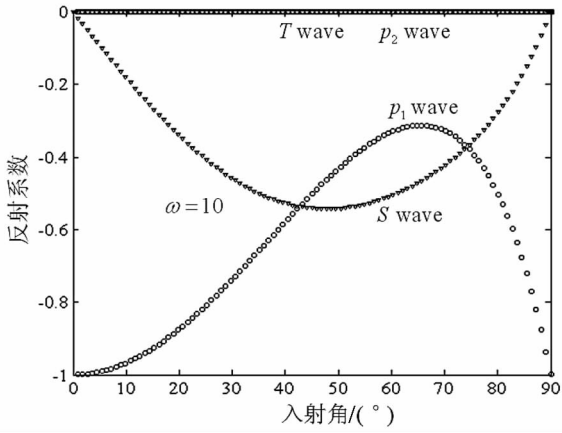


图 6 $\omega = 10$, 反射系数随入射角的变化曲线(不排水)
 Fig. 6 $\omega = 10$, curves of reflection coefficient vs angle of incidence

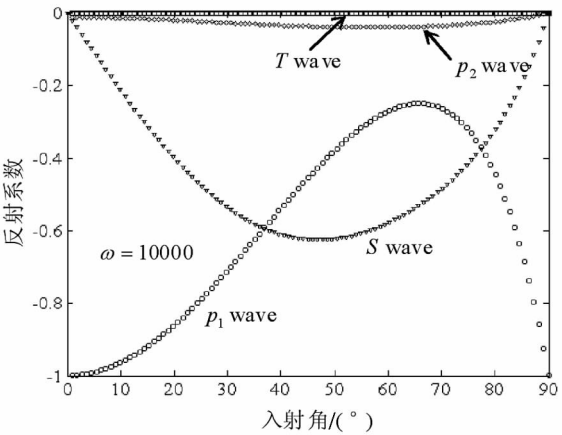


图 7 $\omega = 10\ 000$, 反射系数随入射角的变化曲线(不排水)
 Fig. 7 $\omega = 10\ 000$, curves of reflection coefficient vs angle of incidence

结果表明:

1) 热力学参数对 p_1 波的影响较大, 基于广义热弹性理论的饱和多孔弹性介质中 p_1 波的相速度较饱和多孔介质中 p_1 波的相速度大。

2) 饱和多孔介质中波的反射不仅与固体介质参数有关, 而且与界面条件、入射角度、入射波频率有关。低频条件下 p_2 波和 T 波的幅值较小。

3) 边界排水与不排水情况对反射系数有一定的影响。

参考文献 (References)

[1] Biot M A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid – saturated porous solid [J]. The Journal of the Acoustical Society of America, 1956, 28(2):168 – 191.

[2] 杨峻, 吴世明, 蔡袁强. 饱和土中弹性波的传播特性[J]. 振动工程学报, 1996, 9(2): 128 – 137.
 YANG Jun, WU Shiming, CAI Yuanqiang. Characteristics of propagation of elastic waves in saturated soils [J]. Journal of Vibration Engineering, 1996, 9(2): 128 – 137. (in Chinese)

[3] Kim S H, Kim K J, Blouin S E. Analysis of wave propagation in saturated porous media. II. Parametric studies [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(37 – 38): 4075 – 4091.

[4] Tomar S K, Arora A. Reflection and transmission of elastic waves at an elastic/porous solid saturated by two immiscible fluids[J]. International Journal of Solids and Structures, 2006, 43(7 – 8): 1991 – 2013.

[5] Sultan N, Delage P, Cui Y J. Temperature effects on the volume change behaviour of Boom clay [J]. Engineering Geology, 2002, 64(2 – 3): 135 – 145.

[6] Singh B. Wave propagation in a generalized thermoelastic material with voids [J]. Applied Mathematics and Computation, 2007, 189(1): 698 – 709.

[7] Singh B. Reflection of plane waves at the free surface of a monoclinic thermoelastic solid half-space [J]. European Journal of Mechanics A/Solids, 2010, 29(5): 911 – 916(1 – 2).

[8] Chakraborty N, Singh M C. Reflection and refraction of a plane thermoelastic wave at a solid-solid interface under perfect boundary condition, in presence of normal initial stress [J]. Applied Mathematical Modelling, 2011, 35(11): 5286 – 5301.

[9] Pecker C, Deresiewicz H. Thermal effects on wave propagation in liquid-filled porous media [J]. Acta Mechanica, 1973, 16(1 – 2): 45 – 64.

[10] Singh B. On propagation of plane waves in generalized porothermoelasticity [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2011, 101(2): 756 – 762.

[11] 郑荣跃, 刘干斌, 邓岳保, 等. SV 波在饱和多孔热弹性介质平面界面上的反射 [J]. 岩土工程学报, 2013, 35(S2): 839 – 843.
 ZHENG Rongyue, LIU Ganbin, DENG Yuebao, et al. Reflection of SV wave at interface of saturated porous thermoelasticity [J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2013, 35(S2): 839 – 843. (in Chinese)