

# 非相干背景光辐照二波耦合中的最佳匹配随机共振\*

谢美华

(国防科技大学理学院, 湖南长沙 410073)

**摘要:**针对非相干背景光辐照二波耦合中参数的最佳匹配设计问题,提出了一种基于随机共振理论的研究方法。首先,文章通过二波耦合过程进行物理机理分析和数值实验分析,证明了该问题在本质上可归结为一种随机共振现象。其次,从随机共振的角度,研究其中的最佳参数设计问题,给出了一种分布处理的最优参数设计流程。按照该方法,在给定增益要求的情况下,先根据信号光饱和与否来确定晶体长度,最后根据非相干光的比例对增益的影响来确定非相干光的比例。仿真实验表明,经过最佳参数设计后,信号的增益和输出信噪比上均有显著提高。

**关键词:**二波耦合;非相干光;随机共振;最佳匹配

**中图分类号:** O437      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1001-2486(2014)03-0036-05

## Optimal matching stochastic resonance in two-wave mixing with incoherent background beam

XIE Meihua

(College of Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** In photorefractive two-wave mixing system with incoherent background beam, many parameters in system will affect the efficiency of mixing. To solve the optimal designing of parameters, a new method based on stochastic resonance (SR) was put forward. Firstly, by analyzing the two-wave mixing process through physical and numerical way, the stochastic resonance essence was discovered in the two-wave mixing. Secondly, a new method for optimal matching parameters designing was suggested from the aspect of SR. In this new method, for the given gain requirement, the length of crystal was decided according to the saturation of signal firstly, and then the ratio of incoherent light was decided by its affection to gain. Numerical results showed that both the SNR and the gain are improved after the optimal designing of parameters.

**Key words:** two-wave mixing; incoherent beam; stochastic resonance; optimal matching

光信号过弱的问题存在于很多实际问题中。例如星载情况下的激光雷达接收信号,微光条件下的可见光成像等。针对这种弱光接收问题,有不少光放大方法,包括线性放大和非线性放大等不同方式。其中非相干背景光辐照下的二波耦合理论就是一种经典的非线性光放大方法<sup>[1-5]</sup>。2010年,文献[6]通过设计实验装置,从随机共振的角度对非线性弱光放大的原理进行了讨论,但是该文并未将其和二波耦合理论联系在一起。事实上,随机共振也是一种非线性弱信号放大方法,已在很多领域取得成功应用<sup>[6-9]</sup>。因此,二者在本质上是存在联系的,实验表明通过调节非线性晶体的长度或者泵浦光中非相干光的比例均可出现随机共振现象。因此,从随机共振的角度来说,系统中各参数是存在最优值的。

## 1 相关经典理论

### 1.1 二波耦合理论

二波耦合理论讨论的是双光束在光折变非线性晶体中的耦合过程。当信号光和泵浦光以一定角度同时入射到非线性晶体时,在光折变效应的作用下,两束光之间将进行耦合,将泵浦光中的能量转移到信号光中,从而放大信号光。然而,在此过程中,由于各种散射光所形成的噪声光栅的存在,使得泵浦光的能量同时向噪声光进行转移,这种噪声光主要表现为一种前向的扇形噪声。为抑制扇形噪声,文献[1-5]等分别研究了相应的方法,其中通过在泵浦光中增加非相干光来抑制扇形噪声的方法获得了广泛关注<sup>[1-4]</sup>。文献[2]给出了泵浦光中含非相干光情况下的波耦合方程,

\* 收稿日期:2013-10-15

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61205190)

作者简介:谢美华(1976—),女,湖南宁乡人,副教授,博士,E-mail:xiemeihua@nudt.edu.cn

其理论表达式如下:

$$\begin{cases} \frac{dI_1}{dz} = \frac{\Gamma I_1 I_2}{I_0} - f_2 I_1 - \frac{\Gamma_{\rho} I_1 I_3}{I_0} - \alpha I_1 \\ \frac{dI_2}{dz} = \frac{\Gamma I_1 I_2}{I_0} - f_1 I_2 - \frac{\Gamma_{\rho} I_2 I_3}{I_0} - \alpha I_2 \\ \frac{dI_3}{dz} = f_1 I_1 + f_2 I_2 + \frac{\Gamma_{\rho} I_2 I_3}{I_0} + \frac{\Gamma_{\rho} I_1 I_3}{I_0} - \alpha I_3 \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $I_1$ 、 $I_2$  和  $I_3$  分别为泵浦、信号和噪声(扇形光束)强度,  $\Gamma$  为耦合系数,  $I_0$  为总入射光强度,  $\alpha$  为吸收系数,  $f_1$  和  $f_2$  为散射噪声因子,  $\Gamma_{\rho 1}$  和  $\Gamma_{\rho 2}$  为噪声耦合常数。相关参数取值方法参见文献[1]。其中非相干背景光辐照情况下的差别体现在耦合系数的取值上,具体表达式为

$$\Gamma_{eff} \approx \Gamma \frac{1+r_1 r_2 r}{1+r_2 r} \quad (2)$$

式中  $\Gamma_{eff}$  是有非相干光输入时的实际耦合系数,  $\Gamma$  为无非相干光入射时的耦合系数,  $r = I_n/I_c$  为泵浦光中非相干光强与相干光强之比,  $r_1$ 、 $r_2$  为与材料相关的参数<sup>[1]</sup>。

式(1)的初始条件为

$$I_1(0) = I_{10}, I_2(0) = I_{20}, I_3(0) = I_{30}, I_0 = I_{10} + I_{20}$$

其中  $I_{10}$ 、 $I_{20}$ 、 $I_{30}$  分别泵浦光、信号光和扇形光的初始光强。

### 1.2 随机共振理论

线性系统中,噪声通常认为是有害的,但是在非线性系统中,噪声和信号是非线性耦合的<sup>[6]</sup>,这种非线性耦合使得噪声和信号之间可进行能量转换,将噪声的能量转换到信号中实现信号增强。但这种放大只出现在某些特殊情况下,如噪声强度达到一定值时出现。这就是“随机共振”现象。

随机共振最初是由 R. Benzi 等在研究古气候冰川问题时发现的<sup>[7]</sup>,后续的研究发现这种由弱信号和随机噪声相协作而导致的强输出现象在很多科学领域都存在。其本质的特点就是随着注入噪声强度的改变,会出现系统输出信噪比先增后降的“单峰”特点,只有在噪声的能量取值适当时,输出信噪比才能达到最高。

事实上,研究发现通过调节非线性系统的参数或者调节噪声的相干度也可产生随机共振<sup>[9]</sup>,并认为这几种实现方式在本质上是一致的。文献[6]就分别通过调节噪声的相干度和非线性系统的参数在弱光成像中实现了随机共振。文献[10]在待检测微弱信号的频率和噪声强度恒定的情况下,研究了最佳匹配随机共振问题。

## 2 二波耦合中的随机共振

下面通过数值仿真的方法来研究系统各参数对系统输出信噪比的影响,证明二波耦合的随机共振本质。选取波长为 514.5nm 的 BaTiO<sub>3</sub> 晶体,非线性系统参数设置如下:

- 1) 选取波长为 514.5nm 的 BaTiO<sub>3</sub> 晶体;
- 2) 扇形耦合系数  $\Gamma_{\rho 1} = \Gamma_{\rho 2} = 18.24/\text{cm}$ ;
- 3) 入射光参数。入射泵浦光和入射信号光均为模拟的脉冲序列。并且假设脉冲是完全同步的,信号光光强为  $1\mu\text{W}/\text{cm}^2$ ,在信号光中同时叠加强度方差为  $0.1\mu\text{W}/\text{cm}^2$  的噪声,泵浦光的光强为  $100\mu\text{W}/\text{cm}^2$ 。两束入射光的夹角为  $18^\circ$ 。

调整泵浦光中的  $r$  值,使其从 0 变化到 9.9。计算得到的输出信噪比随  $r$  的变化如图 1 所示。从图中结果可以看出,输出信噪比随着  $r$  值的增加出现了先增后降的单峰现象。这一现象表明确实存在一个最佳的  $r$  值,在本例中最佳的  $r$  值为 2.5。

调整泵浦光中的  $r$  值,使其从 0 变化到 9.9。计算得到的输出信噪比随  $r$  的变化如图 1 所示。从图中结果可以看出,输出信噪比随着  $r$  值的增加出现了先增后降的单峰现象。这一现象表明确实存在一个最佳的  $r$  值,在本例中最佳的  $r$  值为 2.5。

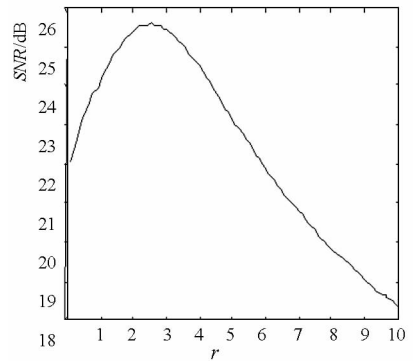


图1 信噪比随  $r$  的变化曲线

Fig.1 SNR curve with  $r$

下面再考虑晶体长度  $Z$  对输出信噪比的影响,通过仿真分析还发现调节晶体的长度也会出现如图 2 所示的单峰现象。

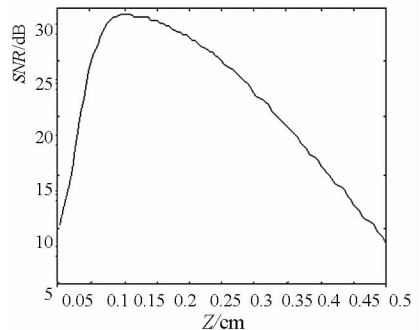


图2 输出信噪比随晶体长度的变化曲线

Fig.2 SNR curve with length of crystal

以上结果表明,晶体长度、非相干光比例等都会对系统输出信噪比产生影响,且其影响都表

现出先增后降的单峰趋势,因此二波耦合系统在本质上也是一种随机共振。

### 3 最佳匹配随机共振设计

从上述仿真结果看,系统和噪声中各个参数都会对信噪比产生影响,且各参数之间相互关联、错综复杂,那么如何选择参数使系统的输出信噪比和增益同时实现优化就成了一个非常重要的问题。对实际应用而言,增益和信噪比均是受关注的指标,但是,信号增益并非越大越好,一般能达到系统探测阈值即可。但系统的输出信噪比直接影响信号质量,一般认为越高越好。基于这一实际情况,可按如下步骤设计最优参数:

第一步:给定信号的增益要求,在此情况下,先确定泵浦光强度;

第二步,根据信号光和泵浦光强度分析在晶体长度取何值时可以实现信号光刚好达到饱和,由此来确定晶体长度;

第三步,在确定的晶体长度之下,调整泵浦光中非相干光的比例来进一步抑制扇形噪声,提高信噪比。

下面,根据上述最佳匹配设计原理进行仿真。假设信号增益需达到 100 倍以上,从上述计算结果可看出,当耦合长度够长时,泵浦光能量可大量地被转移到信号光中,故可令泵浦光的强度为信号光强度的 100 倍。其他参数如下:

1) 选取波长为 514.5nm 的 BaTiO<sub>3</sub> 晶体;

2) 扇形耦合系数  $\Gamma_{r1} = \Gamma_{r2} = 18.24/\text{cm}$ ;

3) 输入信号光的光强为  $1\mu\text{W}/\text{cm}^2$ ,在信号光中同时叠加强度方差为  $0.1\mu\text{W}/\text{cm}^2$  的噪声,泵浦光的光强为  $100\mu\text{W}/\text{cm}^2$ 。两束入射光的夹角为  $18^\circ$ 。

取晶体长度从 0.05cm 变化到 0.15cm,图 3 和图 4 分别给出了晶体长度变化时输出信号增益和信噪比的变化情况,从图 3 可看出,当晶体长度为 0.11cm 时信号光已饱和,信号增益在 100 倍左右。但从图 4 可看出,输出信噪比在晶体长度为 0.063cm 处达到最优,最大值为 39.40dB。可见当信噪比达到最优时,信号光尚未饱和,其增益约为 65,未达到要求。因此,不能完全按照信噪比最优来选择晶体长度,而应选择使信号光饱和的晶体长度,然后通过增加非相干光的方法来抑制扇形噪声。

下面,令晶体长度为 0.11cm,优化非相干光比例  $r$ 。图 5 为信噪比随  $r$  变化的情况。图中信

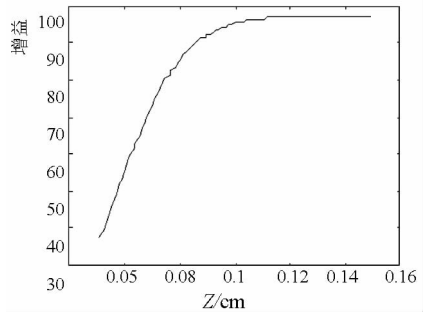


图 3 增益随晶体长度变化曲线

Fig. 3 Gain curve with length of crystal

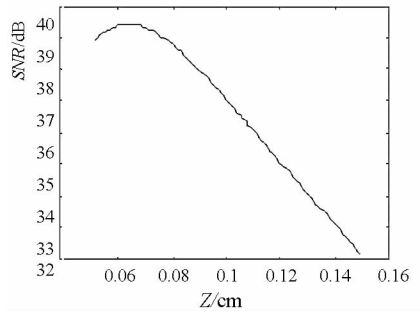


图 4 信噪比随晶体长度变化曲线

Fig. 4 SNR curve with length of crystal

噪比峰值为 39.8dB,较前面提高了 0.4dB。此时,对应的输出信号增益见图 6。对应信噪比峰值处信号的增益为 82,相比之前峰值信噪比最优时的结果提高了 20。

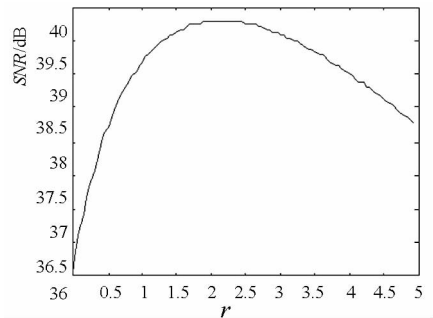


图 5 Z=0.11cm,信噪比随 r 的变化曲线

Fig. 5 Z=0.11cm,SNR curve with r

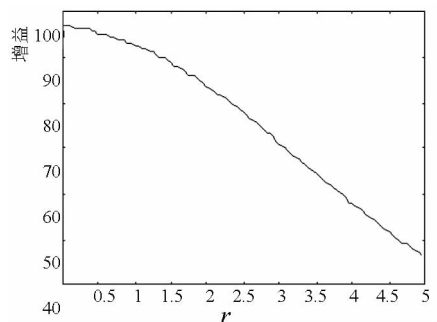


图 6 Z=0.11cm,信号增益随 r 的变化曲线

Fig. 6 Z=0.11cm,gain curve with r

进一步改变增益需求,将泵浦光与信号光的

强度比值调整为 1000 倍,按上述过程先讨论晶体长度的选择。图 7 和图 8 给出了晶体长度变化时输出信号增益和信噪比的变化情况,从图 7 可看出,当晶体长度为 0.15cm 时信号光已饱和,信号增益为 950。但从图 8 可看出,信噪比在晶体长度为 0.095cm 处达到最优,其最大值为 35.9dB。可见当信噪比最优时,信号光尚未达到饱和,其增益约为 600,离饱和时的值很远。

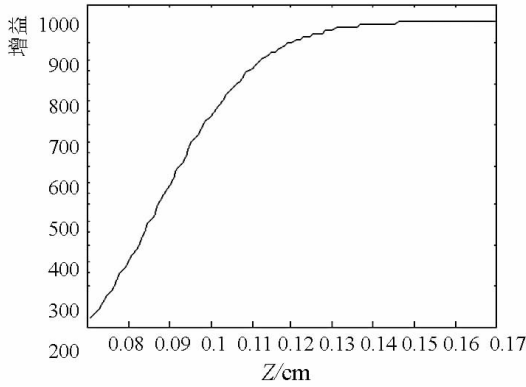


图 7 增益随晶体长度的变化曲线  
Fig. 7 Gain curve with length of crystal

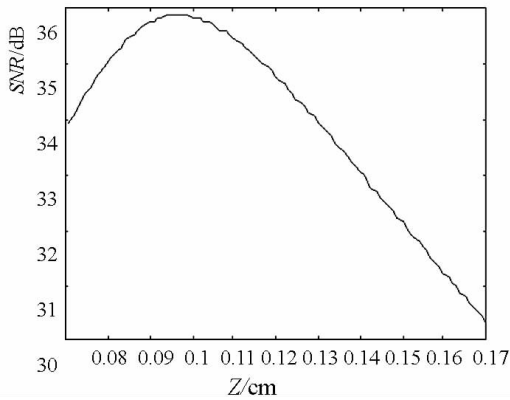


图 8 信噪比随晶体长度的变化曲线  
Fig. 8 SNR curve with length of crystal

下面,令晶体的长度为 0.15cm,优化  $r$ 。图 9 给出了信噪比随  $r$  变化的情况。图中信噪比峰值为 37.5dB,较前面提高了 1.6dB。此时,对应的输出信号的增益见图 10,在信噪比峰值处信号的增益为 820,相比之前峰值信噪比最优时的结果提高了 200。

下面分析本文方法对输入信号强度的适应性。系统参数仍取上述值,令信号光强度从  $1\mu\text{W}/\text{cm}^2$  变化到  $100\mu\text{W}/\text{cm}^2$ ,泵浦光强始终保持为信号光强度的 100 倍,得到信号光的增益和信噪比随信号光强度变化的曲线分别如图 11 和图 12 所示。从图中结果可以看出,增益和信噪比几乎无变化,可见,以上方法适用于不同强度的信号。

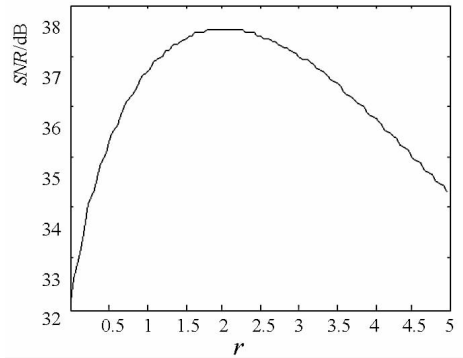


图 9  $Z=0.15\text{cm}$ ,信噪比随  $r$  的变化曲线  
Fig. 9  $Z=0.15\text{cm}$ ,SNR curve with  $r$

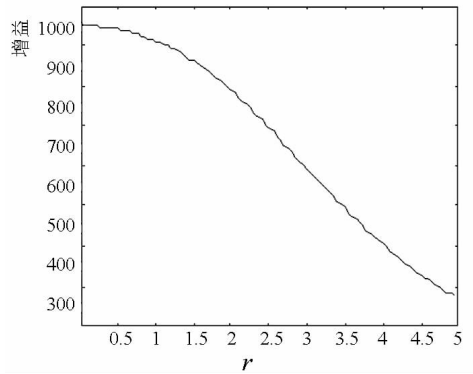


图 10  $Z=0.15\text{cm}$ ,增益随  $r$  的变化曲线  
Fig. 10  $Z=0.15\text{cm}$ ,gain curve with  $r$

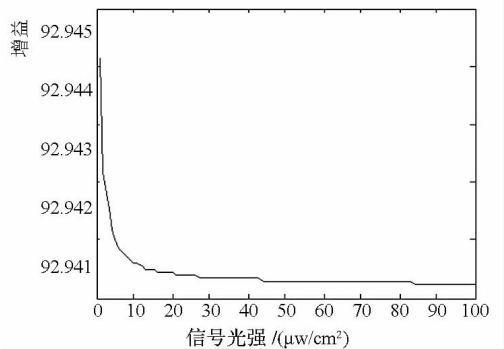


图 11 信号增益随信号强度的变化曲线  
Fig. 11 Gain curve with intensity of signal

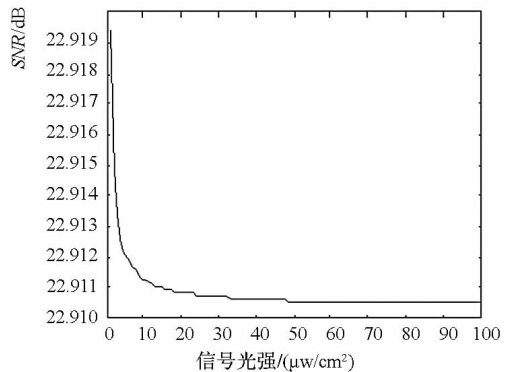


图 12 信噪比随信号强度的变化曲线  
Fig. 12 SNR curve with intensity of signal

## 4 结论

通过以上研究,得到如下结论:

1) 非相干背景光辐照下的二波耦合系统可以实现对输入信号的非线性放大。

2) 系统中二波耦合系数、晶体长度、泵浦光中非相干光与相干光的比例等等都会对系统输出信噪比产生影响,并且其影响都表现出先增后降的单峰趋势,因此可以说二波耦合系统在本质上也是一种随机共振。

3) 在因素较多时,对参数进行优化选择时可以通过分步处理的方法来实现。

## 参考文献 (References)

- [1] 赵红娥, 刘思敏, 郭儒, 等. 非相干背景光辐照对  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  与  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}:\text{In}$  晶体中二波耦合的控制[J]. 物理学报, 2001, 50(11):2149-2154.  
ZHAO Honge, LIU Simin, GUO Ru, et al. Control of the photorefractive two-wave mixing in  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$  and  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}:\text{In}$  with an incoherent background beam [J]. Acta Physica Sinica, 2001, 50(11):2149-2154. (in Chinese)
- [2] He Q B, Yeh P. Fanning noise reduction in photorefractive amplifiers using incoherent erasures [J]. Applied Optics, 1994, 33(2): 283-287.
- [3] 吉选芒, 王金来, 刘劲松, 等. 非相干光对  $\text{Ce}:\text{KNSBN}$  晶体两波耦合的影响研究[J]. 激光技术, 2003, 27(1): 37-39.  
JI Xuanmang, WANG Jinlai, LIU Jinsong, et al. Effect of incoherent beam on photorefractive two-wave mixing in  $\text{Ce}:\text{KNSBN}$  crystal [J]. Laser Technology, 2003, 27(1): 37-39. (in Chinese)
- [4] 李盼来, 郭庆林, 张金平, 等. 光折变晶体中扇形噪声及其抑制方法的研究进展[J]. 自然科学进展, 2008, 18(1): 1-9.  
LI Panlai, GUO Qinglin, ZHANG Jinping, et al. Advance of fanning noise and its suppressing method in photorefractive crystal [J]. Advance of Natural Science, 2008, 18(1): 1-9. (in Chinese)
- [5] 王晓颖, 李洁, 李武军. 入射光斑大小对光折变晶体扇形效应的影响[J]. 西安工业大学学报, 2010, 30(3): 224-227.  
WANG Xiaoying, LI Jie, LI Wujun. Influence of incident spot diameter on fanning effect in photorefractive crystal [J]. Journal of Xi'an Technological University, 2010, 30(3): 224-227. (in Chinese)
- [6] Dylov D V, Fleischer J W. Nonlinear self-filtering of noisy images via dynamical stochastic resonance [J]. Nature Photonics, 2010, 4: 323-328.
- [7] Benzi R, Stutera A, Vulpiani A. The Mechanism of Stochastic Resonance [J]. Journal of Physics A: Mathematical and General, 1981, 14(11):453-457.
- [8] Gammaitoni L, Hanggi P, Jung P, et al. Stochastic Resonance[J]. Reviews of Modern Physics, 1998, 70: 223-265.
- [9] Xu B H, Li J L, Duan F B, et al. Effects of colored noise on multi-frequency signal processing via stochastic with tuning system parameters[M]. Chaos, Solitons and Fractals, 2003, 16(1):93-106.
- [10] 胡莺庆. 随机共振微弱特征信号检测理论与方法[M]. 北京: 国防工业出版社, 2012: 73-90.  
HU Niaoqing. Theory and method for weak signal detection by stochastic resonance [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2012: 73-90. (in Chinese)