

## 战斗机末端机动的非线性模型预测控制规避策略\*

李飞, 于雷, 周中良, 付昭旺, 张涛  
(空军工程大学 航空航天工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**利用非线性模型预测控制的思想建立了战斗机末端规避导弹的机动策略求解方法。根据导弹与战机的空战态势,建立了导弹与战机的相对运动微分方程;将导弹的导引律引入到导弹运动模型中,与飞机模型一起构建了系统预测模型,并对飞机和导弹的运动约束进行了分析。通过对导弹结构限制和战术特性的分析,给出了飞机机动规避导弹的性能指标,进而建立了机动规避导弹的最优控制模型。利用高斯伪谱法对模型进行求解,采用滚动优化策略实现了对机动规避策略的闭环求解。针对导弹气动参数和导航比未知以及相对测量量具有噪声的问题,利用极大似然法对导弹的气动参数和导航比进行估计,实现了对系统预测模型的反馈校正。仿真结果表明,此方法能够实现导弹的机动规避。

**关键词:**机动规避;非线性模型预测控制;滚动优化;反馈校正;高斯伪谱法;极大似然法  
**中图分类号:**E926;V271.4 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2014)03-0083-08

## The nonlinear model predictive control avoidance strategy of the fighter maneuver in endgame

LI Fei, YU Lei, ZHOU Zhongliang, FU Zhaowang, ZHANG Tao

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** The maneuver strategy solving method for fighter avoiding the attack from missile in the endgame is developed by using the theory of nonlinear model predictive control. According to the situation of the engagement of missile and fighter, the motion differential equation was established. The guidance law was introduced into the missile kinematic model, and the system predictive model was set up together with the fighter's model. Then, the kinematic constraint of the fighter and missile was analyzed. The performance indices of the fighter avoiding missile attack were proposed based on the analysis of the structure limitation and tactical characteristics of missile and the optimal control model was built. The Gauss Pseudospectral Method was used to solve the model, and the close-loop solution is realistic by using the RHC strategy. The Maximum Likelihood Estimation method was used to estimate the aerodynamic parameter and navigation ratio aiming at the problem of the uncertain and measurement noise, and the feedback correction of the system predictive model is realistic. The numerical simulation result shows that the maneuvering strategy can help the fighter avoid the missile attack.

**Key words:** maneuver avoidance; nonlinear model predictive control; receding horizon control; feedback correction; gauss pseudospectral method; maximum likelihood estimation method

目前,对战斗机机动规避的研究常用的方法有最优控制理论、非线性规划法、微分对策<sup>[1]</sup>等,这些方法得到战斗机机动的最优控制指令或者近似最优控制指令。文献[2]对各种态势下的周期机动策略及抛射诱饵弹策略进行了系统研究,得出了战斗机躲避导弹袭击的最佳策略是做非常规机动并同时发射诱饵弹;文献[3]研究了导弹导引律未知情况下的战斗机的规避路径的开环求解方法;文献[4]利用协同进化理论研究了导弹和战斗机追逃策略的协同进化问题,将最优规避问题推广为追逃对抗;文献[5]基于LQ微分对策方法对最优规避

参数的决策问题进行了研究,提出将Hamilton-Yacobi伴随向量与共轭法相结合的共轭决策方法。Imado和Miwa<sup>[6]</sup>将战斗机导弹的追逃问题转化为BVP问题,并以最大化脱靶距离MD和最大化导引头偏离角为性能指标在二维平面内对该问题进行了求解。之后,又在三维坐标内对该问题进行了研究<sup>[7]</sup>,并与High-g桶形机动进行了对比分析。Ong和Pierson<sup>[8]</sup>采用直接打靶法对二维平面内战斗机导弹的追逃问题进行了求解,得到最优的开环解。Raivio和Ranta<sup>[9]</sup>在2002年,同样以最大脱靶距离为指标,采用多重直接打靶法在三维空间

\* 收稿日期:2013-09-11

作者简介:李飞(1987—),男,河南南阳人,博士研究生,E-mail:lifei4975@163.com;

周中良(通信作者),男,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:mutouzzl@sohu.com

内对该问题进行了求解。Karelahti 等<sup>[10]</sup>详细阐述了基于滚动时间优化的反馈导弹逃逸轨迹优化算法,并采用变步长方法,延长了时间窗同时有效限制了决策变量的增长,并对最大化脱靶距离、拦截时间、接近速度、导弹控制能量、导弹导引头离轴角、视线角速率等进行了优化计算。

在当前的研究中,系统模型都是在完全信息状态下建立的,而在实战中,导弹的状态信息和导引律信息都是不完全确定的。而且,现有的研究大都是采用开环控制的思想,由此得到的控制策略无法保证其实时有效。针对以上问题,本文提出一种基于非线性模型预测控制(Nonlinear Model Predict Control, NMPC)思想的闭环求解思路。通过采用滚动优化的思想保证控制的时效性;采用最大似然法对来袭导弹的导引参数和气动参数进行辨识,以解决导弹参数未知的问题;同时控制指令的闭环求解增强了控制策略的鲁棒性。

## 1 非线性模型预测控制的基本思想

相对于通常的最优控制算法,预测控制优化不是采用一个不变的全局优化目标,而是采用有限时域的优化策略。在每一采样时刻,优化性能指标涉及从该时刻到未来有限的时刻。因此,预测控制在每一时刻有一个相对于该时刻的性能指标。虽然各个不同时刻的性能指标的相对形式是相同的,每一步实现是开环优化,但因为其包含的时间区域不同,从控制的全过程看,实现的是闭环优化。同时,预测控制的优化过程不是一次离线进行,而是反复在线进行,这就要求在每一个时刻求解一个优化问题,使得新的优化是建立在实际过程的基础上,比只依靠模型的一次优化更能适应实际过程,能够有效地克服模型不精确、时变等因素的影响,因而具有较强的鲁棒性<sup>[11-12]</sup>。

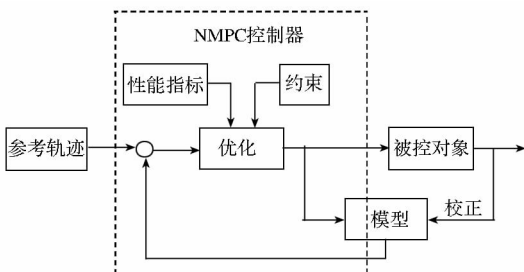


图 1 非线性模型预测控制原理图

Fig. 1 Illustrative diagram of NMPC

图 1 描述了 NMPC 的基本原理。从图中可以看出, NMPC 需要解决三个关键问题:预测模型,误差反馈校正和滚动优化。预测模型利用已知数据

完成对系统未来行为的预测;误差反馈校正利用预测输出和实际输出的误差进行在线反馈校正,及时弥补预测模型输出误差增大的趋势,以提高抗干扰和克服不确定性的能力;滚动优化随着时间的变化在有限的时域内根据获得的最新信息,在线反复进行优化计算,及时校正因模型失配、时变和干扰等引起的不确定性,提高预测控制的鲁棒性<sup>[13]</sup>。

## 2 系统预测模型

### 2.1 战斗机模型

$$\begin{cases} \frac{dx_a}{dt} = V_a \cos\theta_a \cos\varphi_a \\ \frac{dy_a}{dt} = V_a \cos\theta_a \sin\varphi_a \\ \frac{dh_a}{dt} = V_a \sin\theta_a \\ \frac{dV_a}{dt} = \frac{1}{m_a} (\eta T_{amax} \cos\alpha_a - D_a) - g \sin\theta_a \\ \frac{d\theta_a}{dt} = \frac{\cos\mu_a (\eta T_{amax} \sin\alpha_a + L_a)}{m_a V_a} - \frac{g}{V_a} \cos\theta_a \\ \frac{d\varphi_a}{dt} = \frac{(\eta T_{amax} \sin\alpha_a + L_a) \sin\mu_a}{m_a V_a \cos\theta_a} \end{cases} \quad (1)$$

其中  $x_a, y_a$  分别为战斗机的水平面坐标,  $h_a$  为飞行高度, 其余三个状态变量为航迹倾角  $\theta_a$ 、航迹偏航角  $\varphi_a$  和速度  $V_a$ ,  $T_{amax}(h_a, M(h_a, V_a))$  为战斗机当前高度和速度下战斗机发动机的最大推力, 并假设推力方向通过战斗机重心且与战斗机纵轴重合。战斗机的控制量为  $\alpha_a, \mu_a, \eta$  分别为战斗机的迎角、滚转角和油门大小, 且  $\eta \in [0, 1]$ 。

方程中的  $L_a$  为在气流作用下战斗机机翼产生的升力, 其垂直于战斗机纵轴向上, 该升力的大小可由下式计算

$$L_a = q(V_a, h_a) S_a C_L(\alpha_a, M(h_a, v_a)) \quad (2)$$

其中,  $C_L(\alpha_a, M(h_a, v_a))$  为战斗机的升力系数,  $S_a$  为战斗机的参考机翼面积, 动压表示为

$$q(V_a, h_a) = \frac{1}{2} \rho(h_a) V_a^2 \quad (3)$$

战斗机模型中的  $D_a$  为战斗机受到的阻力, 且

$$D_a = q(V_a, h_a) S_a C_D(C_L(\alpha_a, M(h_a, v_a))) \quad (4)$$

其中  $C_D(C_L(\alpha_a, M(h_a, v_a)))$  为阻力系数。

### 2.2 导弹模型

$$\begin{cases} \frac{dx_m}{dt} = V_m \cos\theta_m \cos\varphi_m \\ \frac{dy_m}{dt} = V_m \cos\theta_m \sin\varphi_m \\ \frac{dh_m}{dt} = V_m \sin\theta_m \end{cases} \quad (5)$$

$$\frac{dV_m}{dt} = \frac{1}{m_m}(T_m(t) - D_m) - g\sin\theta_m \quad (6)$$

$$\frac{d\theta_m}{dt} = \frac{g}{V_m}(n_p - \cos\theta_m) \quad (7)$$

$$\frac{d\varphi_m}{dt} = \frac{n_y \cdot g}{V_m \cos\theta_m} \quad (8)$$

在上述状态方程中,导弹的运动方程的定义类似于战斗机,其中状态变量 $[x_m, y_m, h_m, V_m, \theta_m, \varphi_m]$ 分别为导弹的三维坐标、速度、航迹倾角、航迹偏航角。 $n_p, n_y$ 为导弹俯仰和偏航加速度,均与导弹的运动速度方向正交,是导弹的控制量。

$T_m$ 为导弹发动机推力,导弹发动机的工作时间一般都很短(近距导弹一般在3~5s),可以认为在战斗机实施机动规避时 $T_m(t) = 0$ ;  $D_m$ 为导弹受到的空气阻力,这与导弹的气动特性有关,对于逃逸方来讲,这是不可知的信息,为了对系统模型进行准确描述,也便于对模型进行反馈校正,用下式描述

$$D_m = a_0 m_m V_m^2 \quad (9)$$

代入式(6)得

$$\frac{dV_m}{dt} = -a_0 V_m^2 - g\sin\theta_m \quad (10)$$

### 2.3 相对运动模型

为了将导弹模型、飞机模型进行统一建模分析,并计算导弹的控制指令,需要对导弹和飞机的相对运动模型进行分析建模,图2给出了导弹与飞机的相对运动态势图。导弹与飞机的相对运动状态一般取为 $[r, \theta_r, \varphi_r]$ ,其微分方程为

$$r = \sqrt{(x_m - x_a)^2 + (y_m - y_a)^2 + (z_m - z_a)^2} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} = & \frac{(x_m - x_a)(\dot{x}_m - \dot{x}_a) + (y_m - y_a)(\dot{y}_m - \dot{y}_a)}{r} \\ & + \frac{(z_m - z_a)(\dot{z}_m - \dot{z}_a)}{r} \end{aligned} \quad (12)$$

根据图2,由几何关系可推得

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_r}{dt} = & \frac{1}{r} \left\{ -\sqrt{1 - \sin^2(\varphi_r - \varphi_a) \cos^2\theta_a} \cdot V_a \cdot \right. \\ & \left. \sin\left(\theta_r - \arctan\left(\frac{\tan\theta_a}{\cos(\varphi_r - \varphi_a)}\right)\right) + \right. \\ & \left. \sqrt{1 - \sin^2(\varphi_r - \varphi_m) \cos^2\theta_m} \cdot V_m \cdot \right. \\ & \left. \sin\left(\theta_r - \arctan\left(\frac{\tan\theta_m}{\cos(\varphi_r - \varphi_m)}\right)\right) \right\} \\ \frac{d\varphi_r}{dt} = & \frac{1}{r \cos\theta_r} \left( -V_a \cdot \sin(\varphi_r - \varphi_a) \cdot \cos\theta_a \right. \\ & \left. + V_m \cdot \sin(\varphi_r - \varphi_m) \cdot \cos\theta_m \right) \end{aligned} \quad (14)$$

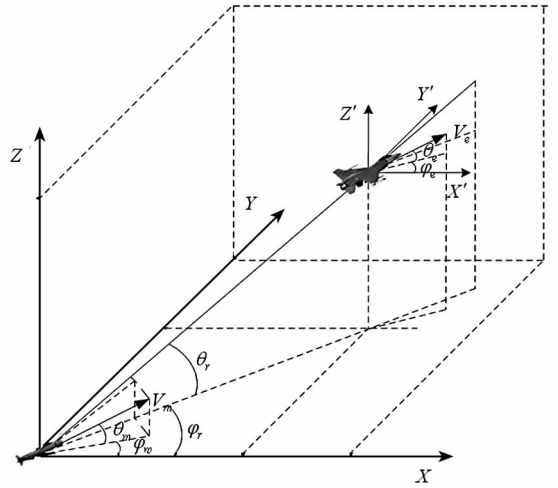


图2 弹目态势图

Fig. 2 Diagram of missile-fighter situation

### 2.4 比例导引律

比例导引是目前大多数导弹采用的导引方法,其导引指令的计算方法<sup>[14]</sup>为

$$\frac{d\theta_m}{dt} = K \frac{d\theta_r}{dt} \quad (15)$$

$$\frac{d\varphi_m}{dt} = K \frac{d\varphi_r}{dt} \quad (16)$$

其中, $K$ 为导航比。

用式(15)和式(16)替代导弹模型中的式(7)和式(8),即可得到采用比例导引的导弹模型。

### 3 滚动优化

滚动优化(Receding Horizontal Control, RHC)是NMPC的核心,其思想是在有限的时域内,通过求解一个优化问题,得到系统的最优控制序列,从而实现在整个控制时域内系统的在线闭环控制。图3给出了战斗机对抗导弹的机动规避问题的在线RHC闭环求解流程。

#### 3.1 优化模型

战斗机对抗导弹的机动规避最优控制模型可以由下式描述:

$$J(\mathbf{u}) = \varphi(x_f, t_f) + \int_{t_0}^{t_f} L(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) dt \quad (17)$$

$$\text{s. t. } \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \quad (18)$$

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, \dot{\mathbf{u}}, \ddot{\mathbf{u}}) \leq 0 \quad (19)$$

$$h(\mathbf{x}_f) = 0 \quad (20)$$

其中,系统模型(18)由式(1)、(5)、(10)、(15)、(16)、(12)、(13)、(14)构成,状态向量 $\mathbf{x} = (x_a, y_a, h_a, V_a, \theta_a, \varphi_a, x_m, y_m, h_m, V_m, \theta_m, \varphi_m, r, \theta_r, \varphi_r)$ ,控制向量 $\mathbf{u} = (\eta, \alpha_a, \mu_a)$ ,分别表示战斗

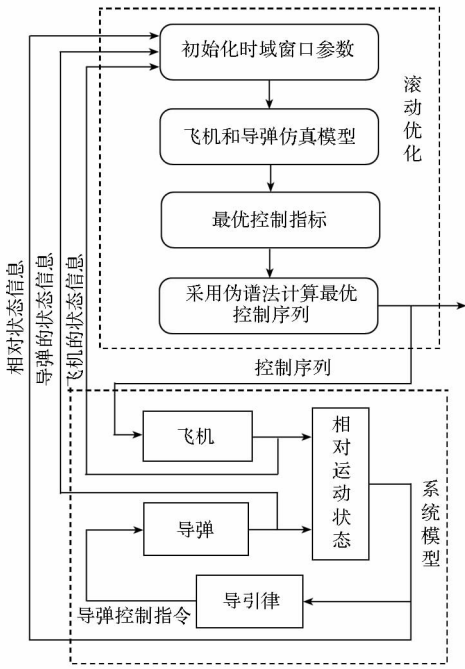


图 3 滚动优化流程  
Fig. 3 Flow of RHC

机的油门、迎角和滚转角。式(19)表示战斗机和导弹受飞行包线、敏捷性等限制,其表达式如式(21)~(33)所述。

### 3.2 约束分析

#### 3.2.1 战斗机模型约束

由于式(1)描述的战斗机的质点运动方程中没有精确地描述战斗机的三轴角速度运动情况,因此需要对战斗机的质点运动方程附加一些约束因数。

##### 1) 控制量约束

$$0 \leq \alpha \leq \alpha_{\max}, 0 \leq \eta \leq 1, -\mu_{\max} \leq \mu \leq \mu_{\max} \quad (21)$$

##### 2) 俯仰和滚转角速度约束

$$|\dot{\alpha} + \dot{\theta}_a \cos \mu + \dot{\varphi}_a \cos \theta_a \sin \mu| - Q_{\max} \leq 0 \quad (22)$$

$$|\dot{\mu}| - \dot{\mu}_{\max} \leq 0 \quad (23)$$

其中最大俯仰角速度  $Q_{\max}$  和最大滚转角速度  $\dot{\mu}_{\max}$  为战斗机的特性决定。

##### 3) 迎角和滚转角加速度约束

$$|\ddot{\alpha}| - \ddot{\alpha}_{\max} \leq 0 \quad (24)$$

$$|\ddot{\mu}| - \ddot{\mu}_{\max} \leq 0 \quad (25)$$

其中最大迎角加速度  $\ddot{\alpha}_{\max}$  和滚转角加速度  $\ddot{\mu}_{\max}$  由战斗机特性决定,通常设为常数。

##### 4) 战斗机飞行高度约束

$$h_{a,\min} - h_a \leq 0 \quad (26)$$

##### 5) 战斗机受到的过载限制

$$n_a(\alpha, h_a, V_a) - n_{a,\max} \leq 0 \quad (27)$$

式(27)定义了在当前状态下,为保证战斗机

不失速的最大迎角限制,其中过载定义为:

$$n_a = \frac{L_a}{m_a g} \quad (28)$$

#### 3.2.2 导弹模型约束

导弹的主要约束是过载约束

$$|n_p| \leq n_{m,\max}, |n_y| \leq n_{m,\max} \quad (29)$$

由式(7)和式(8)可得

$$n_p = \frac{V_m \dot{\theta}_m}{g} + \cos \theta_m \quad (30)$$

$$n_y = \frac{V_m \dot{\varphi}_m \cos \theta_m}{g} \quad (31)$$

即得

$$\left| \frac{V_m \dot{\theta}_m}{g} + \cos \theta_m \right| \leq n_{m,\max} \quad (32)$$

$$\left| \frac{V_m \dot{\varphi}_m \cos \theta_m}{g} \right| \leq n_{m,\max} \quad (33)$$

### 3.3 性能指标

要成功实现战斗机对抗导弹的机动逃逸,可以从导弹的攻击限制入手,也就是考虑将最大化脱靶距离、拦截时间、接近速度、导弹控制能量、导弹导引头离轴角、视线角速率等作为最优化指标<sup>[10]</sup>。

#### 1) 最大化脱靶距离

脱靶距离(miss distance)就是战斗机和导弹的最近距离,也就是战斗机和导弹接近速度为0时两者之间的距离。对于逃逸的战斗机而言,最终目标就是要使导弹的脱靶距离大于其杀伤半径。因此,对于导弹和战斗机的追击-逃逸问题,最直接的优化指标可取为

$$J(\mathbf{u}) = r(t_f) \quad (34)$$

其中导弹和战斗机间的距离按式(11)计算。

终端时刻  $t_f$  为接近速度为0(即相对速度与两者矢距正交)的时刻,有

$$V_r(t_f) = 0 \quad (35)$$

接近速度表示为

$$V_c = \frac{dr}{dt} \quad (36)$$

当采用 RHC 进行控制策略的解算时,为了达到脱靶距离的最大化,应在每一个时域窗口内,使得导弹与飞机的距离最大,即每一个时域内,性能指标按下式选取:

$$\tilde{J}_k(\mathbf{u}) = r(t_k + T) \quad (37)$$

其中,下标  $k$  表示第  $k$  个时域窗口,  $T$  表示时域窗口的时间长度,  $t_k$  表示第  $k$  个时域窗口的起始时刻。

#### 2) 最大化拦截时间

拦截时间 (capture time) 通常是指导弹接近战斗机, 进入导弹杀伤范围所需的时间。对于导弹和战斗机的追击—逃逸问题, 通过最大化拦截时间, 一方面可以增加导弹的能量消耗, 另一方面在导弹的速度优势不大, 且距离较远时, 能够有效实现逃逸, 而且导弹在工作到一定时间后, 会启动自毁装置。最大化拦截时间的最优化指标定义为

$$J(\mathbf{u}) = t_f \quad (38)$$

而终端时刻  $t_f$  为满足以下条件时的时间

$$r(t_f) - r_f = 0 \quad (39)$$

其中  $R_f$  为导弹的最大杀伤半径。而终端时刻约束采用式(39)确定。

与最大化脱靶距离相似, 在每一个时域窗口中, 最大化拦截时间的性能指标应按下式计算:

$$\tilde{J}_k(\mathbf{u}) = [r(t_k + T) - r_f] / V_r(t_k + T) \quad (40)$$

式中,  $t_k, T$  与式(37)中的相同;  $r_f$  表示导弹战斗部的有效作用半径。

### 3) 最大化视线角速率

由于导弹的导引头始终对准目标, 目标视线转动角速度越大, 要求导引头的转动角速度越大, 当导弹和目标的距离小于一定值后, 目标视线转动角速度将超过导引头的跟踪角速度, 此时导弹将丢失目标, 因而不能实现控制飞行。同时目标视线转动角速度的大小, 直接反映了导弹的需用过载指令的大小, 因此, 最大化视线角速率可以最大化导弹的过载指令, 从而有效地消耗导弹的能量。

视线角速率的计算公式如式(13)和(14)所示。则最优化性能指标的计算公式为

$$J(\mathbf{u}) = c_1 \dot{\theta}_r(t_f) + c_2 \dot{\varphi}_r(t_f) \quad (41)$$

其中,  $c_1$  和  $c_2$  为权重系数。

在每一个时域窗口内, 性能指标按下式计算:

$$J(\mathbf{u}) = c_1 \dot{\theta}_r(t_k + T) + c_2 \dot{\varphi}_r(t_k + T) \quad (42)$$

## 3.4 模型求解

对于该最优控制问题, 很难获得其解析解, 本文通过采用数值解法中的直接配点法——高斯伪谱法 (Gauss Pseudospectral Method, GPM) 进行模型的求解。GPM 是由 Benson 在 2005 年提出的一种数值法, 因其具有收敛速度快和求解精度高的优点, 在求解非线性最优控制问题中得到了广泛应用<sup>[15]</sup>。采用 GPM 可将式(17)~(20)转化为如下离散形式<sup>[16]</sup>:

$$\begin{aligned} \min J^N &= \frac{t_f - t_0}{2} \sum_{k=0}^N \omega_k \cdot g(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k) \\ &+ \Phi(\mathbf{x}(t_0), t_0) \end{aligned} \quad (43)$$

$$\text{s. t. } \psi_k - \frac{t_f - t_0}{2} f(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k) = 0 \quad (44)$$

$$\begin{cases} \mathbf{X}_0 = \mathbf{x}(t_0) & \mathbf{X}_N = \mathbf{x}(t_f) \\ s(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k) \leq 0 \\ k = 0, 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (45)$$

其中,  $J^N$  为性能指标;  $\psi_k - \frac{t_f - t_0}{2} f(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k)$  为系统状态方程,  $s(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k, \tau_k) \leq 0$  为路径约束;  $\mathbf{X}_k$  和  $\mathbf{U}_k$  分别为状态量和控制量 ( $k = 0, 1, 2, \dots, N$ ),  $\mathbf{X}_0$  和  $\mathbf{X}_N$  分别为初始状态和终端状态。

通过运用 GPM 进行模型离散化, 最优控制问题转化为寻找最优  $\mathbf{X}_k$  和  $\mathbf{U}_k$  ( $k = 0, 1, 2, \dots, N$ ) 和  $t_f$  使得性能指标  $J^N$  取得极小值的 NLP 问题。可以采用序列二次规划<sup>[17]</sup> (Sequential Quadratic Programming, SQP) 等多种算法进行求解。

## 4 反馈校正

在实际作战过程中, 对于导弹的气动参数和比例导引参数, 逃逸方是不可能完全了解和掌握的, 这就造成了 2.3 节中所建模型与导弹真实运动的误差。为了减少这种误差的影响, 需要根据实时测量的信息对模型进行校正。本文通过采用最大似然函数法对导弹的气动参数和导航比进行辨识<sup>[18]</sup>, 实现对模型的校正。似然函数如式(46)所示。

$$\begin{aligned} \Lambda(x) &= p(\mathbf{Z}^n | \lambda) = p[z(1), \dots, z(n) | \lambda] \\ &= \prod_{i=1}^n p[z(i) | \lambda] \end{aligned} \quad (46)$$

其中:

$$\begin{aligned} p[z(i) | \lambda] &= \frac{1}{(\sqrt{2\pi})^3 \sigma_{z_r} \sigma_{z_\theta} \sigma_{z_\varphi}} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma_{z_r}^2} [z_r(i) - r(i, \lambda)]^2} \\ &\cdot e^{-\frac{1}{2\sigma_{z_\theta}^2} [z_\theta(i) - \theta_r(i, \lambda)]^2} \cdot e^{-\frac{1}{2\sigma_{z_\varphi}^2} [z_\varphi(i) - \varphi_r(i, \lambda)]^2} \end{aligned} \quad (47)$$

$$\lambda = [a_0, K] \quad (48)$$

$$\begin{cases} z_r(i) = r(i) + w_r(i) \\ z_\theta(i) = \theta_r(i) + w_\theta(i) \\ z_\varphi(i) = \varphi_r(i) + w_\varphi(i) \end{cases} \quad (49)$$

$a_0$  的物理意义如式(10)中所示,  $K$  表示比例导引的导航比;  $z_r, z_\theta, z_\varphi$  表示相对量的实际测量值;  $w_r, w_\theta, w_\varphi$  分别表示相对距离、视线俯仰角和视线方位角的测量噪声, 其概率分布如下式所示:

$$\begin{cases} w_r(i) \sim N(0, \sigma_r^2) \\ w_\theta(i) \sim N(0, \sigma_\theta^2) \\ w_\varphi(i) \sim N(0, \sigma_\varphi^2) \end{cases} \quad (50)$$

则参数  $\lambda$  可按式(51)进行估计:

$$\hat{\lambda} = \arg \max_{\lambda} \Lambda(\lambda) = \arg \min_{\lambda} L(\lambda) \quad (51)$$

其中:

$$L(\lambda) = -\ln \Lambda(\lambda) = \frac{1}{2\sigma_r^2} \sum_{i=1}^n [z_r(i) - r(i, \lambda)]^2 + \frac{1}{2\sigma_{\theta_r}^2} \sum_{i=1}^n [z_{\theta_r}(i) - \theta_r(i, \lambda)]^2 + \frac{1}{2\sigma_{\varphi_r}^2} \sum_{i=1}^n [z_{\varphi_r}(i) - \varphi_r(i, \lambda)]^2$$

按照式(51),采用共轭梯度法进行寻优即可对导弹的气动参数和导航比进行估计,继而实现对系统模型的校正。

### 5 数值仿真

通过数字仿真验证所提方法的有效性,战斗机航空动力学参数取自 F-16A 的简化模型,其动力学参数引自文献[19]。

战斗机性能参数设置如下:

$$T_{\max} = 54597\text{N}, S = 27.88\text{m}^2, m = 9298\text{kg}, \theta_{\max} = 60^\circ, \alpha_{\max} = 32^\circ, Q_{\max} = 25^\circ/\text{s}, \ddot{\alpha}_{\max} = 40^\circ/\text{s}^2, n_{\alpha, \max} = 9, h_{a, \min} = 500\text{m}, \ddot{\mu}_{\max} = 120^\circ/\text{s}^2$$

导弹相关参数:

$$n_{m, \max} = 50, a_0 = 0.000666\text{m}^{-1}, K = 4$$

设测量噪声服从零均值正态分布,其方差取为:

$$\sigma_r^2 = 50, \sigma_{\theta_r}^2 = \sigma_{\varphi_r}^2 = 0.1$$

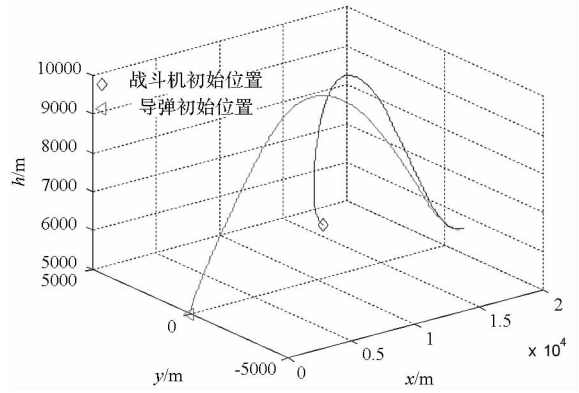
表 1 列出了模型的初始参数。此时导弹已发射,且导弹的发动机已停止工作。

在仿真时,假设导弹的最大工作时间为 30s,即认为在 30s 内,若导弹为击中飞机,则导弹自爆,因此将仿真时间设为 32s,滚动时域窗口  $T = 2\text{s}$ ,选取不同的性能指标进行仿真。仿真程序在采用 Intel Core i3 3.2GHz, 2G 内存的双核计算机平台上运行, RHC 单次计算时间小于 0.1s, 可满足实时需求。仿真结果如下:

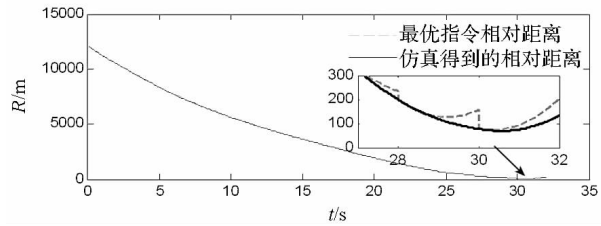
表 1 初始参数  
Tab. 1 Initial parameter

战斗机参数		导弹参数	
$x_a$	12000	$x_m$	0
$y_a$	1000	$y_m$	0
$h_a$	6000	$h_m$	5000
$V_a$	400	$V_m$	1200
$\theta_a$	0	$\theta_m$	0
$\varphi_a$	60	$\varphi_m$	30

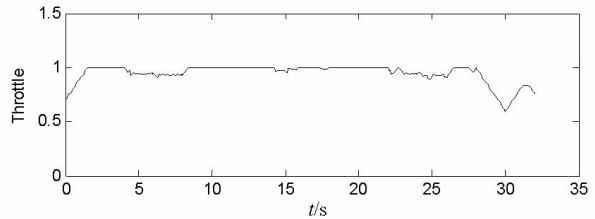
1) 最大化脱靶距离如图 4 所示。



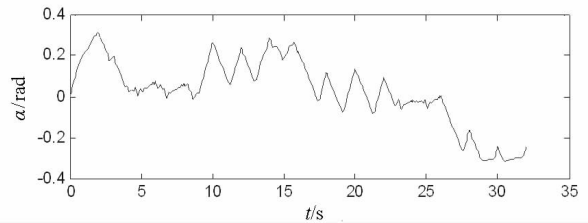
(a) 战斗机与导弹的三维轨迹



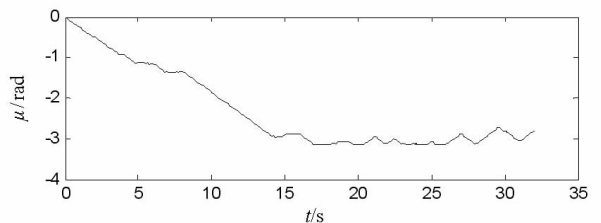
(b) 战斗机与导弹相对距离的变化



(c) 油门杆指令



(d) 迎角指令

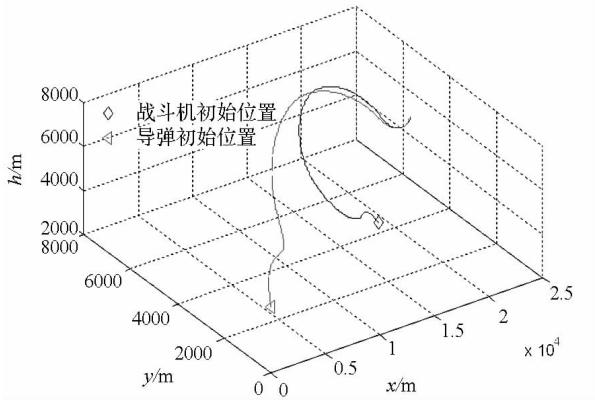


(e) 滚转角指令

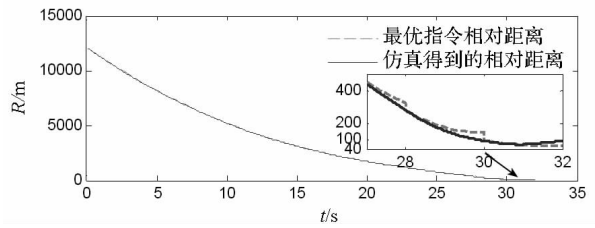
图 4 最大化脱靶距离仿真结果

Fig. 4 Simulation result of max-miss distance

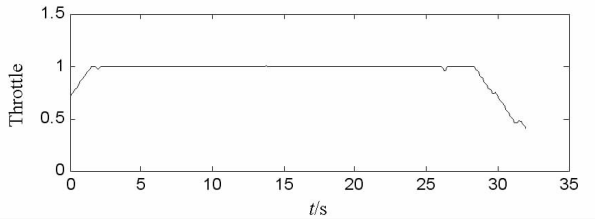
2) 最大化拦截时间如图 5 所示:



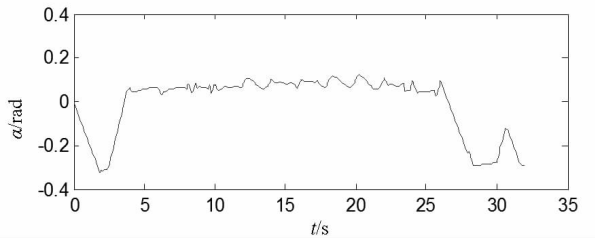
(a) 战斗机与导弹的三维轨迹



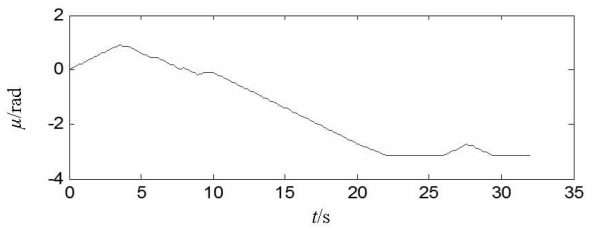
(b) 战斗机与导弹相对距离的变化



(c) 油门杆指令



(d) 迎角指令

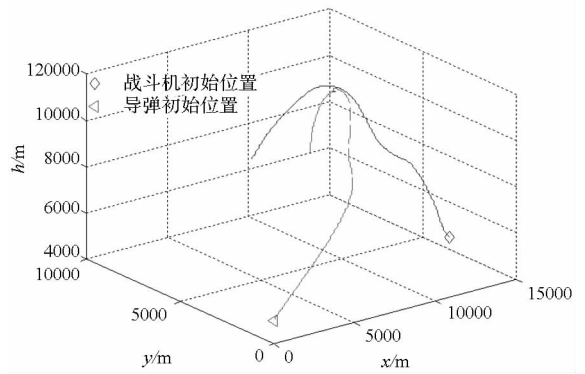


(e) 滚转角指令

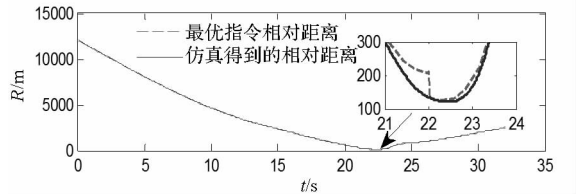
图 5 最大化拦截时间仿真结果

Fig. 5 Simulation result of max-capture time

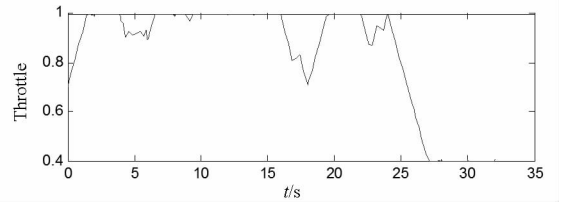
3) 最大化视线角速率如图 6 所示:



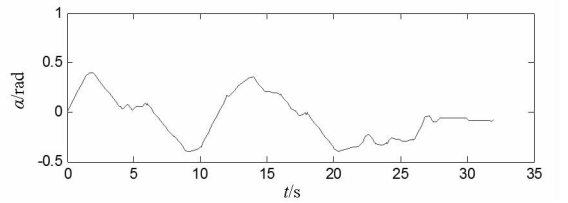
(a) 战斗机与导弹的三维轨迹



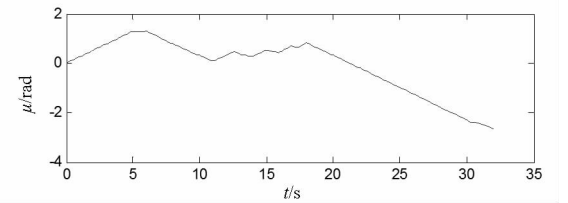
(b) 战斗机与导弹相对距离的变化



(c) 油门杆指令



(d) 迎角指令



(e) 滚转角指令

图 6 最大化视线角速率仿真结果

Fig. 6 Simulation result of max line-of-sight rate

由仿真结果可以看出,当采用最大化脱靶距离作为性能指标时,导弹的最终脱靶距离为 98m;采用最大化拦截时间为性能指标时,最终脱靶距离为 47m;采用最大化视线角速率为性能指标时,脱靶距离为 107m。这说明采用该方法可以实现战斗机对导弹的末端机动规避。

采用最大化脱靶距离和最大化拦截时间作为性能指标时,战斗机和导弹的最小距离均在

30.5s 左右达到最小,而采用最大化视线角速率作为性能指标时,在 22.6s 左右达到最小距离。

由图 4(a)、图 5(a)和图 6(a)可以看出,战斗机在规避导弹时,均先采用先爬升再下降的策略,这是因为在末端规避过程中,导弹处于无动力状态,爬高可以使得导弹不断损失动能,减小导弹速度。由图 4(c)、图 5(c)和图 6(c)可以看出,在规避导弹的过程中,战斗机的油门一直处于最大状态,以保证战斗机有足够的机动能力来实现机动规避。

## 6 结论

1)提出了基于 NMPC 的飞机末端规避导弹的机动策略求解模型,利用极大似然法处理了系统预测模型的不准确性和存在测量噪声的情况,数字仿真结果表明了所提方法的有效性。

2)战斗机在要实现对导弹的机动规避,应采取先爬高在下降的策略,即先降低导弹的动能,进而获取速度优势。

3)在机动规避导弹的过程中,战斗机的油门应一直处于最大位置。

## 参考文献 (References)

- [1] Lê N M. On determining optimal strategies in pursuit games in the plane[J]. *Theoretical Computer Science*, 1998, 197(1-2): 203-234.
- [2] 王斯财,南英,刘经纬. 导弹迎击时飞机的最佳逃逸策略研究[J]. *航空兵器*, 2009(4): 28-32.  
WANG Sicai, NAN Ying, LIU Jingwei. Optimal escape strategy of fighter against oncoming missiles [J]. *Aero Weaponry*, 2009(4): 28-32. (in Chinese)
- [3] 胡安辉,郑涛,朱石刚,等. 未知导引律导弹攻击情况下的规避路径[J]. *弹箭与制导学报*, 2010, 30(3): 32-34.  
HU Anhui, ZHENG Tao, ZHU Shigang, et al. Optimal evasion trajectory of an uncertain guided air combat missile[J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2010, 30(3): 32-34. (in Chinese)
- [4] 陈迎春,齐欢. 基于协同进化算法的导弹与飞机追逃对策[J]. *系统工程与电子技术*, 2009, 31(8): 1910-1913.  
CHEN Yingchun, QI Huan. Pursuit-evasion game between missile and airplane based on co-evolutionary algorithm[J]. *System Engineering and Electronics*, 2009, 31(8): 1910-1913. (in Chinese)
- [5] 王长青,史晓丽,王新民,等. 基于 LQ 微分对策的最优规避策略与决策算法[J]. *计算机仿真*, 2008, 25(9): 74-78.  
WANG Changqing, SHI Xiaoli, WANG Xinmin, et al. Optimal evasion strategies based on LQ differential games[J]. *Computer Simulation*, 2008, 25(9): 74-78. (in Chinese)
- [6] Imado F, Miwa S. Fighter evasive maneuvers against proportional navigation missile[J]. *Journal of Aircraft*, 1986, 23(11): 825-830.
- [7] Imado F, Miwa S. Missile guidance algorithm against high-g barrel roll maneuvers[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1994, 17(1): 123-128.
- [8] Ong S Y, Pierson B L. Optimal planar evasive aircraft maneuvers against proportional navigation missiles[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1996, 19(6): 1210-1215.
- [9] Raivio T, Ranta J. Miss distance maximization in the endgame[C]. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit Proceedings*, AIAA Paper; 2002-4947.
- [10] Karelähti J, Virtanen K, Raivio T. Near-optimal missile avoidance trajectories via receding horizon control[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(5): 1287-1298.
- [11] 焦巍,刘光斌. 非线性模型预测控制的智能算法综述[J]. *系统仿真学报*, 2008, 20(24): 6581-6586  
JIAO Wei, LIU Guangbin. Overview of intelligent algorithms in nonlinear model predictive control[J]. *Journal of System Simulation*, 2008, 20(24): 6581-6586. (in Chinese)
- [12] 张日东. 非线性预测控制及应用研究[D]. 杭州:浙江大学, 2007.  
ZHANG Ridong. Research on nonlinear model predictive control and application[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2007. (in Chinese)
- [13] 陈微. 非线性预测控制快速算法的研究与应用[D]. 合肥:中国科学技术大学, 2007.  
CHEN Wei. Study and application of nonlinear model predictive control fast algorithm [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2007. (in Chinese)
- [14] 刘兴堂. 导弹制导控制系统分析、设计与仿真[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2006.  
LIU Xingtang. The analysis, design and simulation of missile guidance and control system [M]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University Press, 2006. (in Chinese)
- [15] Gill P E, Murray W, Saunders M A. SNOPT: an sqp algorithm for large-scale constrained optimization[J]. *SIAM Journal on Optimization*, 2002, 12(4): 979-1006.
- [16] Huntington G T, Benson D, Rao A V. A comparison of accuracy and computational efficiency of three pseudo-spectral method [C]. *AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*, 2007: 6405-6429.
- [17] Dua V, Bozinis N A, Pistikopoulos E N. A multi-parametric programming approach for mixed-integer quadratic engineering problems[J]. *Computer & Chemical Engineering*, 2002, 26(4-5): 715-733.
- [18] 侯媛彬,汪梅. 系统辨识及其 MATLAB 仿真[M]. 北京:科学出版社, 2004.  
HOU Yuanbin, WANG Mei. System identification and simulation based on MATLAB [M]. Beijing: Science Press, 2004. (in Chinese)
- [19] Horie K, Conway B A. Optimal fighter pursuit-evasion maneuvers found via two-sided optimization[J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2006, 29(1): 105-112.