

## 改进 MPSP 的高超声速滑翔飞行器滑翔段制导\*

国海峰, 黄长强, 丁达理, 肖红

(空军工程大学 航空航天工程学院, 陕西 西安 710038)

**摘要:**针对多约束条件下高超声速滑翔飞行器滑翔段再入制导问题, 提出一种改进的预测-校正制导方法。该方法基于模型预测静态规划(MPSP), 将三维轨迹快速在线生成方法作为初值生成器, 解决了 MPSP 制导方法提供猜测值困难、对于初始偏差需要重新计算参考轨迹的问题。建立了基于能量的运动学模型, 推导了 MPSP 预测-校正制导律。探讨了初始下降段对滑翔段的影响因素, 针对滑翔段初值干扰和气动参数摄动问题, 进行了数字仿真。仿真结果表明, 改进的 MPSP 预测-校正制导方法能够有效利用精确的猜测值, 提高了计算效率, 对于初值和气动摄动具有较强的鲁棒性。

**关键词:**高超声速; 滑翔; 预测-校正; 制导律; 初值生成器; 鲁棒性

**中图分类号:** V448.235 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2014)04-0033-08

## The gliding phase guidance for hypersonic gliding vehicle based on improved MPSP

GUO Haifeng, HUANG Changqiang, DING Dali, XIAO Hong

(Aeronautics and Astronautics Engineering College, Air force Engineering University, Xi'an 710038, China)

**Abstract:** Aiming at the reentry guidance of hypersonic gliding vehicle considering multi-constraints, the research proposes an improved predictor-corrector guidance law, which is based on model predictive static programming(MPSP). The initial value generator was founded by using the rapid generation of three dimensional trajectory, which solves the MPSP problem of providing guess history difficultly and refreshing nominal trajectory for the initial perturbation. The kinematic model of the hypersonic gliding vehicle was built based on energy, and the predictor-corrector guidance based on MPSP was deduced. The influence factors from the initial decent phase to the gliding phase were investigated. The digital simulation was carried out in gliding phase considering perturbations of the initial values and aerodynamic parameters. The results turn out that the improved MPSP predictor-corrector method have the advantages of precise initial guess values, computational efficiency and strong robustness to the perturbations.

**Key words:** hypersonic; gliding; predictor-corrector; guidance; initial value generator; robustness

为了实现常规快速全球打击的任务目标, 美军以高超声速助推滑翔弹头路线先后启动了多个临近空间武器研制计划, 并相继转入装备研发阶段, 有关高超声速计划基于助推滑翔的技术, 着眼于未来快速全球打击、控制空间以及远程力量投送和时敏目标打击等作战意图, 兼顾了多个技术发展方向<sup>[1]</sup>。高超声速滑翔飞行器利用高升阻比实现滑翔飞行, 具有较强的横向机动能力, 是远程快速精确打击的有效武器, 其制导方法已经成为当前研究的热点和难点。

高超声速滑翔飞行器的制导方法一般分为标准轨迹制导和预测-校正制导<sup>[2]</sup>。标准轨迹制导过度的依赖参考轨迹, 往往不能精确的在线跟

踪, 鲁棒性和自适应能力较差; 预测-校正制导着眼于实时终端与理论终端之间的误差, 具有较高的落点精度, 并且对再入初始条件不敏感, 具有较强的鲁棒性。

近年来, Padhi 将模型预测控制(Model Predictive Control, MPC)与近似动态规划(Approximate Dynamic Programming, ADP)结合起来, 提出了模型预测静态规划方法(Model Predictive Static Programming, MPSP)<sup>[3]</sup>。该方法将最优控制理论引入到制导框架中, 对于最优控制问题中的典型的两点边值问题, 只需要静态协态矢量来更新控制量, 且协态矢量可以通过使用敏感度矩阵来递归计算。目前, MPSP 理论已经

\* 收稿日期: 2014-01-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61004124)

作者简介: 国海峰(1985—), 男, 山东泰安人, 博士研究生, E-mail: guohai Feng12345@sina.com;

黄长强(通信作者), 男, 教授, 博士, 博士生导师, E-mail: hcqgh12345@sina.com

应用到飞行器再入制导<sup>[4-5]</sup>,巡航导弹中制导<sup>[6]</sup>,以及带落角约束的末制导<sup>[7]</sup>,具有较好的应用价值和发展前景。

文献[8]应用 MPSP 方法研究了可重复使用飞行器(RLV)的预测-校正制导问题,但是在 MPSP 方法理论推导中始终假定初始值误差为零,并且不能给出精确的控制量猜测值,难以应对复杂的飞行任务。

如果初始状态存在偏差,则按照原来的控制量猜测值进行飞行,飞行器肯定不会到达终端位置,这就需要对运动方程重新进行积分,产生新的状态值并送到预测-校正回路中,这样便存在两个问题:如何保证控制量猜测值的精度,以保证飞行器到达终端位置;重新积分增加了计算量。

针对以上问题,本文对 MPSP 方法进行了改进,将文献[9]中的三维轨迹快速生成方法引入到 MPSP 预测-校正制导中,作为初值生成器,生成状态量和控制量的猜测值,作为 MPSP 的初始启动器。将此方法应用于带随机干扰的高超声速滑翔飞行器预测-校正制导中,验证了算法的有效性和鲁棒性。

### 1 问题描述

改进的 MPSP 预测-校正制导方法框图如图 1 所示。基本原理为:将带干扰的初始值代入三维轨迹快速生成算法中,产生状态量和控制量,作为初始猜测值代入预测方程中进行预测,将预测生成的终端值与理论终端值进行比较,如果不满

足要求,则对控制量进行更新,然后代入运动方程中计算新的状态量,直到满足要求时输出状态量与控制量。此方法能够有效利用精确的初始猜测值,提高了预测-校正制导的精度和鲁棒性。

## 2 基于能量的滑翔段制导模型描述

### 2.1 高超声速滑翔飞行器运动学模型

考虑地球自转引起的牵连加速度和哥氏加速度,忽略侧滑角,建立基于能量  $e = 1/r - V^2/2$  的高超声速滑翔飞行器无量纲三维运动学模型<sup>[10]</sup>

$$\begin{cases} \dot{r} = \sin\gamma/D \\ \dot{\theta} = \frac{\cos\gamma\sin\psi}{Dr\cos\varphi} \\ \dot{\varphi} = \frac{\cos\gamma\cos\psi}{Dr} \\ \dot{\gamma} = \frac{1}{DV^2} \left[ L\cos\sigma + \left( V^2 - \frac{1}{r} \right) \frac{\cos\gamma}{r} + 2\omega V\cos\varphi\sin\psi \right. \\ \quad \left. + \omega^2 r\cos\varphi(\cos\gamma\cos\varphi + \sin\gamma\sin\varphi\cos\psi) \right] \\ \dot{\psi} = \frac{1}{DV^2} \left[ \frac{L\sin\sigma}{\cos\gamma} + \frac{V^2}{r}\cos\gamma\sin\psi\tan\varphi \right. \\ \quad \left. - 2\omega V(\cos\varphi\tan\gamma\cos\psi - \sin\varphi) \right. \\ \quad \left. + \frac{\omega^2 r}{\cos\gamma}\sin\varphi\cos\varphi\sin\psi \right] \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $r = R/R_e$  为无量纲化地心距,  $R_e$  为地球平均半径,  $R$  为有量纲化的地心距;  $\theta$  为经度、 $\varphi$  为纬度;  $V = \sqrt{2(1/r - e)}$  为无量纲化地球相对速度;  $\gamma$  为弹道倾角;  $\psi$  为弹道偏角;  $\sigma$  为倾侧角;  $\omega = W/\sqrt{R_e/g_0}$ 、 $W$  分别为无量纲化和有量纲化地球自转角速度;  $g = g_0 \left( \frac{R_e}{R} \right)^2$  为无量纲化重力加速度,  $g_0$  为地球表面的重力加速度。

无量纲升力  $L$  和阻力  $D$  的计算公式为

$$L = 0.5\rho V^2 SC_L Re/m \quad (2)$$

$$D = 0.5\rho V^2 SC_D Re/m \quad (3)$$

其中,  $S$  为气动参考面积;  $\rho$  为大气密度;  $m$  为质量。升力系数  $C_L$  与阻力系数  $C_D$  采用 CAV-H 气动数据表格插值拟合生成<sup>[11]</sup>。当马赫数大于 8 时,气动力系数可以写成攻角  $\alpha$  的函数<sup>[12]</sup>

$$C_L = C_{L0} + C_{L1}\alpha \quad (4)$$

$$C_D = C_{D0} + C_{D1}\alpha + C_{D2}\alpha^2 \quad (5)$$

其中,  $C_{L0}$ 、 $C_{L1}$ 、 $C_{D0}$ 、 $C_{D1}$  和  $C_{D2}$  为常数。

### 2.2 约束条件

在滑翔段主要考虑以下约束条件:

(1) 动压约束

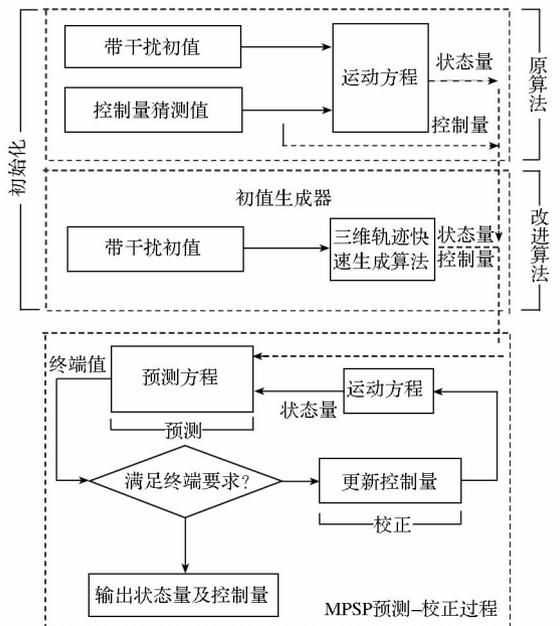


图 1 改进的 MPSP 预测-校正制导原理图

Fig. 1 Improved MPSP predictor-corrector guidance

$$q = 0.5\rho V^2 g_0 R_e \leq q_{\max} \quad (6)$$

(2) 热流密度约束

$$\dot{Q} = 2^{0.5} C q^{0.5} V^{2.15} \leq \dot{Q}_{\max} \quad (7)$$

(3) 过载约束

$$n = qS \sqrt{C_L^2 + C_D^2} / mg \leq n_{\max} \quad (8)$$

其中,下标 max 代表最大允许值,  $C$  为鼻头曲率常数。这三个约束为“硬约束”,在生成轨迹时应当首先满足。

(4) 准平衡滑翔约束

准平衡滑翔条件 (Quasi-Equilibrium Glide Condition, QEGC) 约束

$$L \cos \sigma - \frac{1}{r^2} + \frac{V^2}{r} \leq 0 \quad (9)$$

为“软约束”,不需要严格满足。

(5) 终端约束

$$r_f = r_d, V_f = V_d, \gamma_f = \gamma_d \quad (10)$$

其中,  $r_d, V_d$  和  $\gamma_d$  分别为终端期望地心距、期望速度和期望弹道倾角。

### 2.3 标准预测方程转换

一旦起始能量  $e_0$  和终端能量  $e_f$  确定,给定一个  $r$  就可以求出  $V$  值。因此,能量的引入减少了一个状态量。令状态量  $\mathbf{X} = [r, \theta, \varphi, \gamma, \psi]^T$ , 控制量  $\mathbf{U} = [\alpha, \sigma]^T$ , 方程可以写成  $\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{U})$ , 利用欧拉法对方程进行离散化处理

$$\begin{cases} \mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{F}_k(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k) \\ \mathbf{Y}_k = \mathbf{X}_k \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $\mathbf{F}_k(\mathbf{X}_k, \mathbf{U}_k) = \dot{\mathbf{X}}_k \Delta e + \mathbf{X}_k$ ;  $k = 1, \dots, N-1$  为划分节点;  $\Delta e = (e_f - e_0) / (N-1)$  为能量步长;  $\mathbf{Y}_k$  为输出状态量。

需要指出的是,在进行轨迹快速生成时,使用固定的攻角方案,在再入初期主要是防热的需求,选择较大攻角飞行,中段攻角逐渐减小,末段采用固定小攻角飞行,在进行预测-校正制导时攻角只做微调处理。

## 3 MPSP 预测-校正制导律设计

### 3.1 敏感度矩阵的求解

MPSP 预测-校正制导的原理是:利用现有的状态量和控制量,来获取新的控制量,使得最终的输出  $\mathbf{Y}_N$  无限接近期望的终端值  $\mathbf{Y}_N^d$ , 在这一过程中使控制代价最小。

将  $\mathbf{Y}_N$  在  $\mathbf{Y}_N^d$  上泰勒级数展开,并忽略高阶项,将输出误差  $\Delta \mathbf{Y}_N = \mathbf{Y}_N - \mathbf{Y}_N^d$  改写为

$$\Delta \mathbf{Y}_N \cong d\mathbf{Y}_N = \left[ \frac{\partial \mathbf{Y}_N}{\partial \mathbf{X}_N} \right] d\mathbf{X}_N \quad (12)$$

根据方程(1),第  $k+1$  步的状态量误差为

$$d\mathbf{X}_{k+1} = \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_k}{\partial \mathbf{X}_k} \right] d\mathbf{X}_k + \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_k}{\partial \mathbf{U}_k} \right] d\mathbf{U}_k \quad (13)$$

根据式(13),第  $N-1$  步的输出误差为

$$d\mathbf{Y}_{N-1} = \left[ \frac{\partial \mathbf{Y}_N}{\partial \mathbf{X}_N} \right] \left( \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_{N-1}}{\partial \mathbf{X}_{N-1}} \right] d\mathbf{X}_{N-1} + \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_{N-1}}{\partial \mathbf{U}_{N-1}} \right] d\mathbf{U}_{N-1} \right) \quad (14)$$

如此迭代求解,可以得到

$$d\mathbf{Y}_N = \mathbf{A} d\mathbf{X}_1 + \mathbf{B}_1 d\mathbf{U}_1 + \mathbf{B}_2 d\mathbf{U}_2 + \dots + \mathbf{B}_{N-1} d\mathbf{U}_{N-1} \quad (15)$$

其中,

$$\mathbf{A} = \left[ \frac{\partial \mathbf{Y}_N}{\partial \mathbf{X}_N} \right] \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_{N-1}}{\partial \mathbf{X}_{N-1}} \right] \dots \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_1}{\partial \mathbf{X}_1} \right] \quad (16)$$

$$\mathbf{B}_k = \left[ \frac{\partial \mathbf{Y}_N}{\partial \mathbf{X}_N} \right] \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_{N-1}}{\partial \mathbf{X}_{N-1}} \right] \dots \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_{k+1}}{\partial \mathbf{X}_{k+1}} \right] \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_k}{\partial \mathbf{U}_k} \right] \quad (17)$$

原 MPSP 算法中由于利用带干扰初值对运动方程积分一次,得到了新的状态量和控制量,消除了初始状态误差,因此可以假设初始状态误差  $d\mathbf{X}_1$  始终为零。而利用三维快速轨迹在线生成方法直接生成状态量和控制量,可以直接求出初始终端误差  $d\mathbf{Y}_N$ , 而不需要利用公式(15)求解,只需要利用公式(16)和(17)计算  $\mathbf{A}$  和  $\mathbf{B}_k$ 。

由公式(17)可知,敏感度矩阵  $\mathbf{B}_k$  的计算相当繁琐,这将会是 MPSP 计算效率的主要障碍,但是可以通过递归方法反向求解,求解过程为

$$\text{Step 1: 定义 } \mathbf{B}_{N-1}^0 = \left[ \frac{\partial \mathbf{Y}_N}{\partial \mathbf{X}_N} \right];$$

$$\text{Step 2: 由后向前递归计算 } \mathbf{B}_k^0 = \mathbf{B}_{k+1}^0 \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_{k+1}}{\partial \mathbf{X}_{k+1}} \right]$$

( $k = N-2, N-3, \dots, 1$ ), 则  $\mathbf{B}_k = \mathbf{B}_k^0 \left[ \frac{\partial \mathbf{F}_k}{\partial \mathbf{U}_k} \right]$ 。

由此,得出了实际轨迹的预测表达式(13)和输出终端误差的表达式(15)。

### 3.2 控制量更新

如果终端误差不满足要求,MPSP 方法引入最优控制理论对控制量进行校正,重新预测终端状态。对于公式(15),各个控制变量误差  $d\mathbf{U}_k$  之间独立,对于这样一个不完全约束方程,解并不是唯一的,因此可以利用最优化理论使得如下性能指标最小来求解  $d\mathbf{U}_k$ , 设代价函数为

$$J = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} (d\mathbf{U}_k)^T \mathbf{R}_k (d\mathbf{U}_k) \quad (18)$$

其中,权重矩阵取值为  $\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} R_\alpha & 0 \\ 0 & R_\sigma \end{bmatrix}$ ,  $R_\alpha = 1 + w_1 e^{(-r_1 \alpha_k^2)} + w_2 e^{(-r_2 (\alpha_{\max} - \alpha_k^2))}$ ,  $R_\sigma = 1 + w_3 e^{(-r_3 \sigma_k^2)}$

$$+ w_4 e^{(-r_4(\sigma_{\max} - \sigma_k^e))}.$$

其中,  $w_i, r_i; i=1, \dots, 4$  为调节系数;  $\alpha_k^e, \sigma_k^e$  为当前攻角和倾侧角;  $\alpha_{\max}, \sigma_{\max}$  为最大允许攻角和倾侧角。

如此选择代价函数的目的就是要让制导命令尽可能不要偏离控制量猜测值, 也就使得所预测的轨迹尽可能的处于再入走廊的范围内。此外, 代价函数中权重函数  $R_k$  的选取也保证了控制量指令的更新也不会超出控制量的上下边界: 当控制量接近边界时, 相应的权重函数  $R_k$  也会变大, 要想使得代价函数最小, 那么就使得  $dU_k$  变小, 权重函数的指数形式保证了控制量更新后轨迹处于再入走廊的范围内。

约束条件式(15)与代价函数式(18)组成了受限的静态优化问题, 定义扩展代价函数

$$\bar{J} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{N-1} (dU_k)^T R_k (dU_k) + \lambda^T (dY_N - \sum_{k=1}^{N-1} B_k dU_k) \quad (19)$$

其中,  $\lambda$  为 Lagrange 乘子, 最优必要性条件

$$\frac{\partial \bar{J}_k}{\partial dU_k} = -R_k dU_k - B_k^T \lambda = 0 \quad (20)$$

$$\frac{\partial \bar{J}_k}{\partial \lambda} = dY_N - \sum_{k=1}^{N-1} B_k dU_k = 0 \quad (21)$$

由式(20)可得

$$dU_k = -R_k^{-1} B_k^T \lambda \quad (22)$$

将式(22)代入式(21)可得

$$\lambda = -A_\lambda^{-1} dY_N \quad (23)$$

其中,  $A_\lambda = -[\sum_{k=1}^{N-1} B_k R_k^{-1} B_k^T]$ 。将式(23)代入式(22)可得

$$dU_k = -R_k^{-1} B_k^T A_\lambda^{-1} dY_N \quad (24)$$

在每一个制导周期内, 第  $k$  步控制量更新为

$$U_k = U_k^0 - dU_k \quad (25)$$

其中,  $U_k^0$  为前一个制导周期的控制量。

由于在控制量更新中使用了小误差近似理论, 需要迭代多次以使得终端状态  $Y_N$  无限接近期望的终端值  $Y_N^d$ , 在保证控制作用最小的同时使终端误差最小, 定义收敛率

$$E_Y = \|Y_N - Y_N^d\|_{\max} / \|Y_N^d\|_{\max} \quad (26)$$

其中,  $Y_N^d$  为第  $N^{\text{th}}$  能量步,  $Y_N^d$  为终止期望输出状态。当  $E_Y < 0.01$  时, 算法终止, 并输出状态值。

## 4 改进的 MPSP 预测 - 校正算法流程

Step 1: 初值生成器。

为了启动预测 - 校正制导回路, 需要产生初

始状态量和控制量的猜测值, 考虑带干扰的滑翔段初始状态值, 利用三维轨迹快速生成算法产生一条参考轨迹。

Step 2: 计算输出误差  $dY_N$

预测轨迹, 求出  $dY_N$ 。如果  $dY_N$  大于允许误差门限, 进行下一步; 如果在误差允许范围内, 算法停止, 输出状态量和控制量。

Step 3: 计算敏感度矩阵  $B_k$ 。

Step 4: 计算  $R_k$  和  $A_\lambda$ 。

Step 5: 计算  $dU_k$  和更新控制量  $U_k$ , 假设  $U_k^0 = U_k$ , 将  $U_k$  代入三维运动方程计算  $Y_N$ , 转到 Step 2。

## 5 滑翔段初始猜测值的快速产生

再入走廊定义了飞行器的可飞区域, 同时也定义了控制量的允许范围, 是滑翔段轨迹满足过程约束的保证。上边界由式(6)~(8)给出, 下边界由式(9)组成, 计算公式为

$$\begin{cases} h_1 = h_s \ln(0.5\rho_0 V^2 g_0 R_e / q_{\max}) \\ h_2 = h_1 + h_s \ln(S \sqrt{C_L^2 + C_D^2} q_{\max} / n_{\max}) \\ h_3 = h_s \ln(kq^2 \rho_0 V^{6.3} (g_0 R_e)^{3.15} / \dot{Q}_{\max}^2) \\ h_4 = \text{HEQC}(V) \end{cases} \quad (27)$$

其中,  $h_i, i=1 \sim 4$  分别代表了动压、过载、热流和准平衡滑翔约束边界高度, HEQC 为式(9)的隐函数求解函数。  $\rho_0$  和  $h_s$  为海平面的大气密度和高度。

式(27)定义了再入走廊上下边界的高度和速度, 一旦高度和速度给定, 根据式(9)也同时求出了  $\sigma$  的允许范围。

利用文献[9]的思想, 将再入轨迹划分为初始下降段和平衡滑翔段。选取 CAV-H 作为仿真对象,  $m = 907\text{kg}$ ,  $S = 0.4838\text{m}^2$ , 初始值高度为 120km, 经度为 118°, 纬度为 0°, 速度为 7200m/s, 弹道倾角为 0°, 弹道偏角为 0°, 经度为 118°, 纬度为 32°; 终端经度为 225°, 纬度为 5°; 最大热流密度为 1000kW/m<sup>2</sup>, 最大过载为 3, 最大动压 120kPa。快速生成三维轨迹, 地心距与高度如图 2 所示, 显示了再入走廊上边界和下边界中的初始下降轨迹、滑翔轨迹及分割点。

由图 2 可以看出, 再入轨迹处于再入走廊下边界的上方, 满足所有过程“硬约束”条件, 滑翔段基本上贴着再入走廊上边界飞行。此外, 由于此方法的快速性使得其可以作为在线轨迹生成使用。

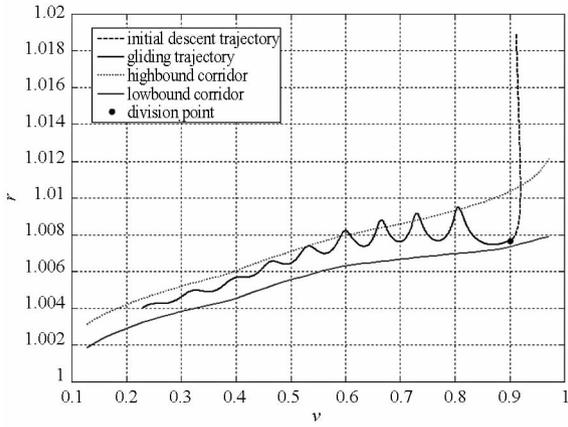


图2 速度 - 地心距

Fig. 2 Velocity vs. geocentric distance

度与地心距轨迹如图3所示。

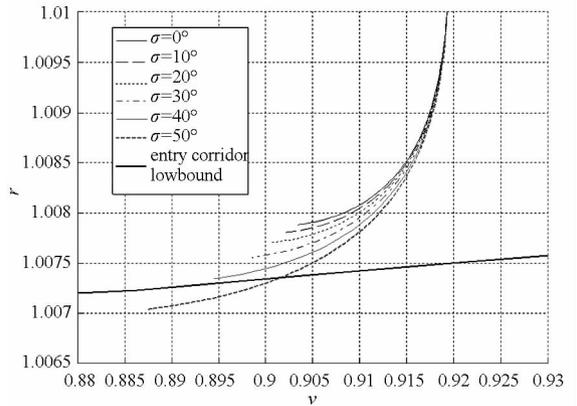


图3 不同倾侧角对应的初始下降段轨迹

Fig. 3 Initial descent phase trajectories with different bank angles

## 6 滑翔段影响因素分析

由于初始下降段大部分的高度都在 60km 以上,空气密度较小,无法提供足够的升力,因此,初始下降段采用固定倾侧角的无控飞行,制导律的设计只在滑翔段进行。

但是由于初始下降段是滑翔段的前一阶段,初始下降段参数的选取对滑翔段初值有较大影响,为了验证制导方法的鲁棒性,需要探讨初始下降段对滑翔段初始数据的影响,为滑翔段仿真初值偏差提供依据。

### 6.1 初始下降段固定倾侧角的选取

初始下降段与滑翔段交接点处地心距与速度函数的斜率相等,定义为<sup>[13]</sup>

$$\left| \left( \frac{dr}{dV} \right)_{3DOF} - \left( \frac{dr}{dV} \right)_{QEGC} \right| \leq \delta \quad (28)$$

其中,δ 为一个较小的正数,由式(1)可知

$$\left( \frac{dr}{dV} \right)_{3DOF} = \frac{V}{-D - \sin\gamma/r^2} \quad (29)$$

对式(9)求导,可以得到

$$\left( \frac{dr}{dV} \right)_{QEGC} = \frac{2V[K\rho(\bar{r}(V))\bar{r}^2(V) + \bar{r}(V)]^2}{K\bar{r}^2(V)(\partial\rho/\partial r) + 2K\rho(\bar{r}(V))\bar{r}(V) + 1} \quad (30)$$

其中,  $K = R_e SC_L / 2m$ ,  $\bar{r}(V)$  为由式(9)决定的  $r$  关于  $V$  的函数,  $\partial\rho/\partial r$  为密度关于地心距的偏导数。

由再入走廊的定义可知,初始下降段首先受到的约束为热流约束,而初始下降段使用固定的倾侧角,倾侧角选择越小,初始下降段与平衡滑翔段交接时轨迹离热流约束越远,越安全,但是达到平衡滑翔时轨迹的振幅越大,无法达到平衡滑翔状态,因此,初始下降段倾侧角的选择至关重要。

选取  $\sigma_0 = 0^\circ:10^\circ:50^\circ$ ,得到初始下降段的速

由图3可以看出,  $\sigma_0$  越大,末端速度越小,初始下降段的轨迹越长,末端轨迹越接近再入走廊下边界热流密度约束。当  $\sigma_0 = 50^\circ$  时,初始下降段已经超出了下边界,无法满足初始下降段与滑翔段交接的要求。因此初始下降段存在一个最大允许倾侧角  $\sigma_{0max}$ ,使得初始下降段末端无限接近热流约束边界,可以利用二分法对  $\sigma_{0max}$  求解。

### 6.2 初始下降段初始弹道倾角对滑翔段初始状态的影响

式(9)假设  $\gamma = 0, \dot{\gamma} = 0$ ,定义了 QEGC,而 EGC 假设弹道倾角为定值的小角度飞行,文献[14]详细推导了 QEGC 与 EGC 的数学表达式,比较了两者的本质区别。高超声速滑翔飞行器从空间释放或者由地面火箭助推到某一高度释放,在与平台分离时难以准确满足初始弹道倾角的要求,而由于滑翔段弹道倾角的小角度假设导致其微小的变化也将对滑翔段产生较大影响。

选择初始下降段  $\sigma_0 = 30^\circ, \gamma_0 = 0^\circ:1^\circ:3^\circ$ ,得出初始下降段纵向轨迹如图4所示。当  $\gamma_0 = 2^\circ$  时,初始下降段轨迹已经接近了再入走廊下边界,而  $\gamma_0 = 3^\circ$  时初始下降段轨迹已经超出了再入走廊下边界,不满足热流密度约束。初始弹道倾角的微小变化就会使得初始下降段与滑翔段交接时的状态产生较大偏差,这将是滑翔段初始参数变化的主要原因,也是要求制导律具有一定鲁棒性的原因。

### 6.3 初始下降段气动摄动对滑翔段初始状态的影响

由于初始下降段大部分高度在 60km 以上,大气密度摄动对初始下降段轨迹基本不产生影响,此处仅考虑气动系数  $C_L$  和  $C_D$  的摄动的影

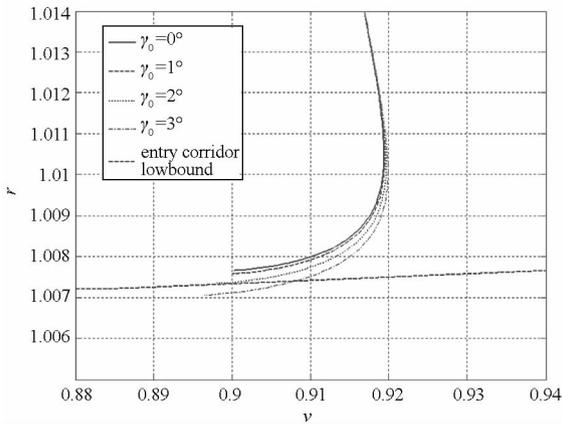


图 4 不同初始弹道倾角对应的初始下降段轨迹

Fig. 4 Initial descent phase trajectories with different initial incline angles

响,同时还必须考虑终端状态是否满足再入走廊下界。

选择  $\sigma_0 = 30^\circ$ ,  $\gamma_0 = 0^\circ$ , 气动系数摄动  $\pm 20\%$ , 得出 8 种极端情况下的初始下降段终端误差即滑翔段初始状态误差如表 1 所示, 其中  $VV$  为有量纲速度。

表 1 滑翔段初始条件偏差

Tab. 1 Perturbation of initial states of gliding phase

case	$C_L$	$C_D$	$R/m$	$V(m/s)$	$\gamma/^\circ$	$\psi/^\circ$	$\theta/^\circ$	$\varphi/^\circ$
1	20%	20%	1436.64	-0.017	-0.0033	-0.1119	-0.2379	0.0022
2	20%	0	1417.54	24.95	0.1068	-0.1348	-0.1526	0.0041
3	20%	-20%	1414.42	51.91	0.2186	-0.1576	-0.0667	0.0061
4	0	20%	-29.69	-35.66	-0.0212	-0.0026	-0.0094	-0.0001
5	0	-20%	-1717.29	31.36	0.1161	-0.0240	0.0869	0.0019
6	-20%	20%	-1717.29	-75.69	-0.2028	0.1756	0.1403	-0.0060
7	-20%	0	-1753.47	-40.47	-0.0830	0.1505	0.2280	-0.0043
8	-20%	-20%	-1771.77	-2.10	0.0396	0.1251	0.3165	-0.0027

由表 1 可以得出如下结论:

(1) 大气密度摄动对初始下降段轨迹影响很小, 可忽略不计。

(2) 气动参数摄动对角度影响很小, 只明显影响地心距和速度。

(3) 地心距最大偏差出现在  $C_L$  在和  $C_D$  同时偏差 -20%, 速度最大偏差出现在  $C_L$  偏差 -20%、 $C_D$  偏差 20%。

## 7 改进的预测-校正制导仿真分析

### 7.1 改进的 MPSP 制导过程分析

由于 MPSP 算法对状态方程离散化处理产生了一定的误差, 必须通过迭代求解来消除误差, 根据终端误差来决定迭代次数。选择表 1 中 case8 的条件为初始条件, 首先利用三维轨迹快速生成

算法生成参考轨迹, 然后对轨迹进行预测, 求解终端误差, 如果不满足精度要求, 进行迭代求解, 一般迭代两次到三次就可以达到要求。

预测-校正制导过程仿真结果如图 5 所示, 图中显示了参考轨迹、预测轨迹和三次校正轨迹。由仿真结果可以看出, 由于初始条件相对于参考轨迹有一定的偏差, 首先进行预测, 然后进行迭代校正轨迹, 在第一次迭代后的终端输出误差就已经减少到误差允许的范围, 第二次迭代后的终端结果已经收敛, 第三次迭代后终端误差达到阈值要求, 并且由于校正过程式的计算可以递归求解, 耗费的时间很小。

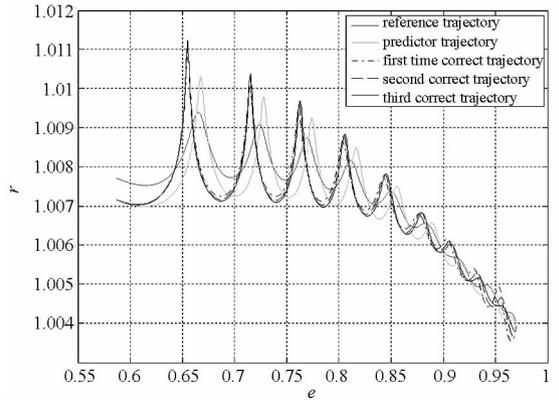


图 5 预测-校正制导过程轨迹曲线

Fig. 5 Trajectories of predictor-corrector process

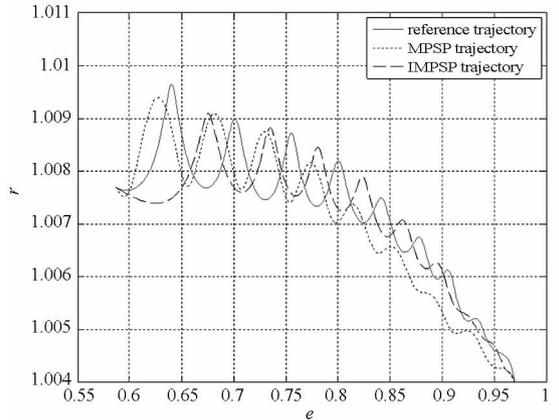


图 6 MPSP 与 IMPSP 制导轨迹比较

Fig. 6 Trajectories of MPSP and IMPSP guidance

不考虑气动参数扰动, 选取第 5 节中的初始值, 改进的 MPSP (IMPSP) 制导方法与 MPSP 制导方法所生成的轨迹如图 6 所示。由于 IMPSP 方法相对于 MPSP 方法更能有效地利用初始猜测值, 因此前者所生成的轨迹相对于后者更接近于参考轨迹。终端误差如表 2 所示, 可以看出, IMPSP 制导方法具有更高的制导精度。由计算时间可知, 两种方法都具备在线实施的条件, 但 IMPSP 方法相对于 MPSP 方法由于省去了一次积

分,计算时间大大提高,具备在线制导的条件。

表2 MPSP 与 IMSP 制导终端状态

Tab.2 Terminal states of MPSP and IMSP guidance

方法	$\theta/^\circ$	$\varphi/^\circ$	$\gamma/^\circ$	$\psi/^\circ$	$r$	$t/s$
期望	3.878	0.137	-0.027	2.317	1.004	\
MPSP	3.799	0.259	-0.013	2.176	1.004	14.63
IMSP	3.877	0.138	-0.025	2.318	1.004	5.20

### 7.2 不同干扰初始条件下的仿真

选取滑翔段初始条件高度为 48945m,初始经度为 143.7°,初始纬度为 34.5°,初始速度为 7112m/s,初始弹道倾角为 -0.36°,初始弹道偏角为 88.8°。根据 6.3 节提供的初始猜测值,得到无干扰情况下的滑翔段终端值如表 3 所示。选取表 1 中的 8 种情况作为初始值偏差进行预测-校正制导,仿真结果如图 7 和图 8 所示。

表3 初始值和终端值

Tab.3 Initial values and final values

Variables	Initial Value	Final Value
$R/m$	48945	25445
$\theta/^\circ$	143.75	222.23
$\varphi/^\circ$	34.49	7.84
$V/(m/s)$	7112	7979
$\gamma/^\circ$	-0.36	-1.53
$\psi/^\circ$	88.79	132.78

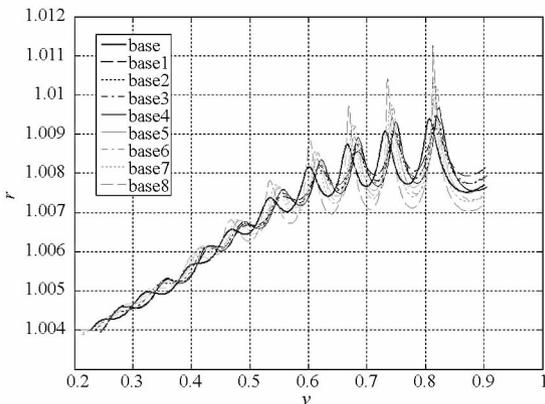


图7 不同初始条件下的轨迹

Fig.7 Trajectories with different initial values

从图 7 可以看出,不同干扰初始状态下预测-校正轨迹围绕无干扰轨迹波动,其终端速度和终端高度具有很好的收敛精度,此算法对初始条件偏差具有一定的鲁棒性。由图 8 可以看出,针对不同的干扰初始条件,为了达到一定的终端误差,倾侧角进行了调整,但并没有超出由再入走廊

形成的倾侧角边界,因此生成的轨迹在再入走廊内。

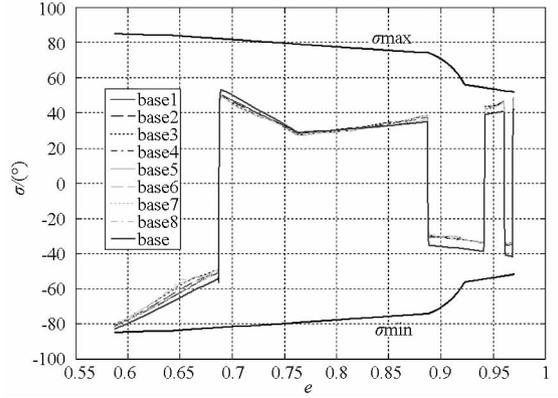


图8 不同初始条件下倾侧角曲线

Fig.8 Bank angles with different initial values

### 7.3 气动参数摄动情况下的仿真

选取 case8 的条件为初始条件,终端高度为 2512m,终端精度和纬度分别为 225.29°和 4.64°。取大气密度  $\rho$ 、 $C_L$  和  $C_D$  摄动  $\pm 20\%$ ,随机生成 27 组误差组合,校正过程迭代两次,仿真结果如图 9 ~ 图 11 所示。

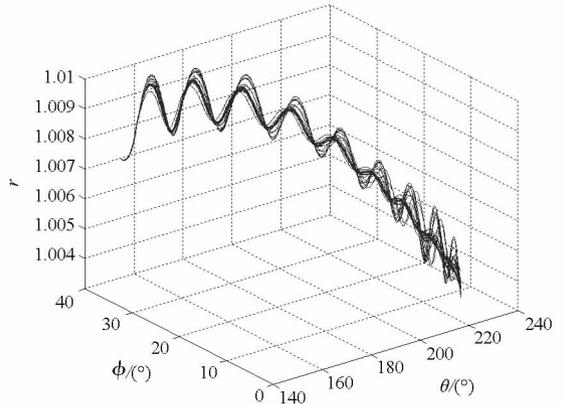


图9 气动参数摄动情况下的轨迹

Fig.9 Trajectories of parameters perturbation

由图 9 可以看出,气动参数摄动轨迹围绕未摄动轨迹波动,但终端高度均能保持在预期的高度,误差不超过 0.2km,证明了改进的 MPSP 预测校正制导律对气动模型误差具有较强鲁棒性。

图 10 显示了终端位置,其中实心圆为未受干扰终端值,可以看出终端经度误差在  $\pm 0.2^\circ$  以内,终端纬度误差在  $\pm 0.1^\circ$  以内,折合成地面距离大约为 24.8km,终端位置控制在一定的范围内,对气动参数摄动具有鲁棒性。图 11 为终端弹道倾角和弹道偏角图,这两个值决定了末制导段交接班的精度,决定了末制导阶段的打击效果。可以看出,弹道倾角最大误差为  $-3^\circ$ ,弹道偏角最大误差为  $\pm 0.2^\circ$ ,满足末制导交接班要求。

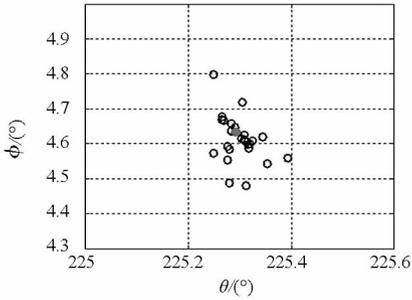


图 10 终端位置

Fig. 10 Terminal position

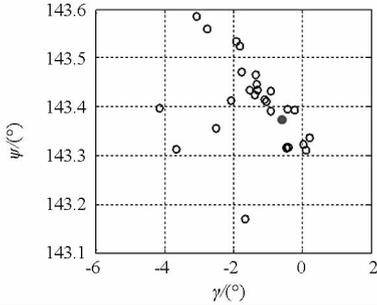


图 11 终端角度

Fig. 11 Terminal angles

## 8 结 论

(1) 影响滑翔段的主要因素为初始下降段的初始弹道倾角, 其次为气动模型误差。

(2) 改进的 MPSP 预测校正制导的预测模型建立在三维参考轨迹快速生成的基础上, 充分利用了先验知识, 提高了预测 - 校正的精度和速度。

(3) MPSP 采用离散化的数值模型, 直接给出制导指令的表达式。既具备数值方法的准确性, 又具备解析方法的快速性。

(4) 改进的 MPSP 预测 - 校正算法在每个制导周期只需迭代 2 ~ 3 次, 迭代过程基本不耗费计算时间, 具备了在线实施的可能性。

(5) 改进的 MPSP 预测 - 校正制导律对初始状态误差和气动模型误差具有较强的鲁棒性。

## 参考文献 (References)

[1] 李文杰, 牛文. 高超声速打击武器突防能力浅探[J]. 飞航导弹, 2013, 7: 8 - 11.  
LI Wenjie, NIU Wen. Some shallow researches on penetration ability of the hypersonic strike weapon[J]. Winged Missiles Journal, 2013, 7: 8 - 11. (in Chinese)

[2] 李惠峰. 高超声速飞行器制导与控制技术[M]. 北京: 中国宇航出版社, 2012: 320 - 325.  
LI Huifeng. The guidance and control technology for hypersonic vehicle[M]. Beijing: China Aerospace Press, 2012: 320 - 325. (in Chinese)

[3] Padhi R, Kothari M. Model predictive static programming: a computationally efficient technique for suboptimal control design[J]. International Journal of Innovative Computing, Information and Control, 2009, 5(2): 399 - 411.

[4] Chawla C, Sarmah P, Padhi R. Suboptimal reentry guidance of a reusable launch vehicle using pitch plane maneuver[J]. Aerospace Science and Technology, 2010, 14: 377 - 396.

[5] Sarmah P, Chawla C, Padhi R. A nonlinear approach for Reentry guidance of reusable launch vehicles using model predictive static programming[C]//Proceedings of the 16<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation, Ajaccio, June 25 - 27, 2008.

[6] Dwivedi P N, Bhattacharyya A, Padhi R. Computationally efficient suboptimal mid-course guidance using model predictive static programming (MPSP)[C]//Proceedings of the 17<sup>th</sup> World Congress, Korea: The International Federation of Automatic Control, July 6 - 11, 2008.

[7] Oza H B, Padhi R. Impact-angle-constrained suboptimal model predictive static programming guidance of air-to-ground missiles[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2012, 35(1): 153 - 164.

[8] Halbe O, Mathavaraj S, Padhi R. Energy based suboptimal reentry guidance of a reusable launch vehicle using model predictive static programming[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Toronto, Ontario Canada, August 2 - 5, 2010.

[9] SHEN Zuojun, LU Ping. Onboard generation of three-dimensional constrained entry trajectories[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2003, 26(1): 111 - 121.

[10] L U Ping. Gliding guidance of high L/D hypersonic vehicles[C]//Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, Boston, MA, August 19 - 22, 2013.

[11] Phillips T H. A common aero vehicle (CAV) model, description, and employment guide[R]. Schafer Corporation for AFRL and AFSPC, 2003.

[12] 赵汉元. 飞行器再入动力学与制导[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997: 182 - 183.  
ZHAO Hanyuan. Spacecraft reentry dynamics and guidance[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 1997: 182 - 183. (in Chinese)

[13] XUE Songbai, LU Ping. Constrained predictor-corrector entry guidance[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(4): 1273 - 1281.

[14] LU Ping. Asymptotic analysis of quasi-equilibrium glide in lifting entry flight[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2006, 29(3): 662 - 670.