

## 四足机器人对角小跑动态控制\*

谢惠祥, 罗自荣, 尚建忠

(国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**基于虚拟模型控制方法,根据四足机器人单腿雅克比矩阵得到支撑相与摆动相的控制法则。为实现机器人躯体的完全控制,提出了一种控制目标分解的方法,将四足机器人躯体的控制目标分解到每条支撑腿的控制上。通过构建每条支撑腿的虚拟构件,并将虚拟构件产生的虚拟力转换为期望关节力矩,从而实现支撑腿的虚拟模型控制;实时规划摆动足的运动轨迹,利用虚拟构件连接摆动腿的足端与期望的摆动轨迹,实现摆动腿的虚拟模型控制。在设定四条腿的相位轮换规律的基础上,对一个四足机器人二维平面模型进行对角小跑步态下的速度控制及抗干扰仿真试验。仿真结果证明该控制方法能够有效控制机器人躯体的高度、速度及倾角,实现四足机器人对角小跑运动的动态控制并具有一定的抗冲击干扰能力。

**关键词:**四足机器人;虚拟模型控制;对角小跑步态;运动控制

**中图分类号:**TP242 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2014)04-0146-06

## Dynamic control for quadrupedal trotting locomotion

XIE Huixiang, LUO Zirong, SHANG Jianzhong

(College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Based on Virtual Model Control method, the control laws of the single leg for stance phase and swing phase were obtained from the single leg Jacobian of the quadruped robot. In order to realize the full body control, a decomposed method was proposed, which decomposes the body control objectives of the quadruped robot into each standing leg control. The virtual components of each standing leg were set up, and the virtual forces were transformed into desired joint torques to achieve the virtual model control for standing leg. The swing foot trajectories were planned in real time and the virtual components were used to connect the swing foot and the planned trajectories, so that the virtual model control for swing leg was realized. Based on the switching rule of the leg phase sequence, simulations about velocity control and disturbance rejection were studied with a planar quadruped model using trotting gait. The simulation results verified that the proposed control method is effective in height, speed and pitch angle control of the body, can achieve dynamic control of the quadrupedal trotting locomotion, and is robust for disturbance rejection.

**Key words:** quadruped robot; virtual model control; trotting gait; locomotion control

足式机器人是多输入、多输出的非线性动力学系统,要实现其平衡控制具有很大的难度。目前比较常见的足式机器人控制方法主要有3种:零力矩点(Zero Moment Point, ZMP)控制方法、中枢神经模式(Central Pattern Generator, CPG)控制和虚拟模型控制(Virtual Model Control, VMC)。

基于ZMP的控制方法能够实现足式机器人稳定步行、通过崎岖地形甚至抵抗冲击干扰<sup>[1-2]</sup>。但是该方法由于需要实时规划质心与足端轨迹,再通过逆运动学求解各关节运动轨迹,计算量大、效率低,因此只适用于低速步行。而且对于点式足底的四足机器人,在没有明显支撑多边形的步态下(如对角小跑)无法满足ZMP控制条件。基

于CPG的控制方法能够实现腿部节律运动与步态转换<sup>[3-5]</sup>,但是CPG网络不能很好地和高层控制决策与底层反馈信号融合,且缺少对机器人躯体姿态的有效控制。

Pratt等<sup>[6]</sup>提出了VMC方法,实现了双足机器人的动态步行控制<sup>[7-8]</sup>。Chew等<sup>[9]</sup>在VMC的基础上加入了学习算法,实现控制参数的自我整定。VMC方法综合考虑了机器人躯体位置、速度及姿态的控制,并且不涉及逆运动学求解与关节轨迹跟踪,控制效率较高。陈佳品等<sup>[10]</sup>将VMC方法应用到四足机器人上,但是只限于虚拟模型的理论推导,没有相关的仿真或实验验证。Ajallooeian等<sup>[11]</sup>利用VMC进行机体姿态控制的

\* 收稿日期:

基金项目: 国家高技术研究发展计划资助项目(2011AA040801)

作者简介: 谢惠祥(1985—),男,广西贵港人,博士研究生, E-mail: xhx-nudt@hotmail.com;

尚建忠(通讯作者),男,博士,教授,博士生导师, E-mail: jianzhongshang@gmail.com

同时利用 CPG 进行腿部节律运动控制, Havoutis 等<sup>[12]</sup>在液压四足机器人 HyQ 中利用虚拟模型思路来实现腿部的主动顺应性。

上述 VMC 应用均涉及对多足支撑相的全局 Jacobian 矩阵的推导。其目的是在多足支撑的状态下,将关节速度空间完全映射到工作速度空间,即将所有的虚拟力映射成关节力矩,以实现对机器人躯体所有自由度的同时控制。这种做法需要对多个单腿 Jacobian 矩阵进行联立求解,当关节自由度数或支撑腿数量较多时会导致求解非常复杂。若将机器人躯体多个自由度的控制分解到单个腿的控制上,则只需要单个腿的 Jacobian 矩阵就能计算得到相应腿的关节力矩。且不同的支撑相均运用简单的 Jacobian 矩阵进行运算,可有效简化求解过程并提高计算效率。

## 1 虚拟模型控制

### 1.1 虚拟模型控制的原理

VMC 是一种直觉控制方式。其核心思想是通过假想的虚拟构件(如弹簧、阻尼器、轴承等)将机器人某作用点与外部环境进行连接,产生相应的虚拟力来“驱使”机器人实现期望的运动。这些虚拟力通过 Jacobian 矩阵计算得到期望的关节力矩,作为关节控制的输入,驱动机器人运动以产生和虚拟构件一样的作用效果。VMC 的应用关键在于两点:一是在每个需要控制的自由度上构造恰当的虚拟构件以产生合适的虚拟力;二是在不同的相位状态利用相应的 Jacobian 矩阵计算期望的关节力矩。

在足式机器人运动控制中,常用的虚拟构件主要是弹簧与阻尼器。其本构方程为

$$f_u = k_u(u_d - u) + c_u(\dot{u}_d - \dot{u}) \quad (1)$$

式中,  $f_u$  为虚拟构件产生的虚拟力,  $k_u$  和  $c_u$  分别为弹性和阻尼系数,  $u$  和  $\dot{u}$  为相应坐标的实时位移和速度, 下标  $d$  表示期望值。如果要控制机器人某一点保持在期望的位置(例如质心高度控制), 则同时施加弹簧和阻尼构件; 若要控制机器人达到某期望速度(例如水平移动速度控制), 则只施加阻尼构件(令  $k_u = 0$ )。从式(1)可以看出, 虚拟构件产生的虚拟力直接与高层的控制决策(期望位移与期望速度)联系在一起, 易于实现复杂运动。

虚拟力与期望力矩之间的转换关系为

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{J}^T \mathbf{F}_{vm} \quad (2)$$

式中,  $\boldsymbol{\tau}$  为期望的关节力矩列向量,  $\mathbf{J}^T$  为作用坐

标系到反作用坐标系的 Jacobian 矩阵的转置矩阵,  $\mathbf{F}_{vm}$  为虚拟力列向量。

### 2.2 单腿 Jacobian 矩阵

四足机器人二维模型的单腿结构如图 1 所示, 具有髋关节与膝关节两个旋转自由度, 关节旋转角度分别为  $\theta_1$  和  $\theta_2$ , 大腿与小腿的长度分别为  $L_1$  和  $L_2$ 。图 1 中的髋部坐标系  $Hxz$  的原点固定在髋关节旋转中心,  $x$  轴沿着机器人躯体长度方向并指向前(图 1 中的右方向),  $z$  轴垂直于  $x$  轴且正方向朝上。利用 DH 法可以求得足端  $P$  点(点式足底)在髋部坐标系  $Hxz$  下的 Jacobian 矩阵

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} L_1 c_1 + L_2 c_{1+2} & L_2 c_{1+2} \\ L_1 s_1 + L_2 s_{1+2} & L_2 s_{1+2} \end{pmatrix} \quad (3)$$

式中,  $s_1$ 、 $c_1$ 、 $s_{1+2}$  与  $c_{1+2}$  分别表示  $\sin\theta_1$ 、 $\cos\theta_1$ 、 $\sin(\theta_1 + \theta_2)$  与  $\cos(\theta_1 + \theta_2)$ 。

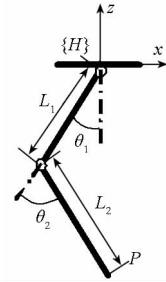


图 1 单腿模型

Fig. 1 Single leg model

由于式(3)是足端在髋部坐标系下的描述, 即力作用在足端  $P$  点, 髋部坐标系为反作用坐标系。当腿处于摆动相时, 将相应的虚拟力  $\mathbf{F}_{vm}$  直接作用在足端(用 VMC 控制摆动足)。根据作用力与反作用的关系, 若想要施加一个虚拟力  $\mathbf{F}_{vm}$  在髋部(腿处于支撑相时), 则等价于施加  $-\mathbf{F}_{vm}$  在足端。因此, 虚拟力与关节力矩转换关系变为

$$\boldsymbol{\tau} = \begin{cases} (-\mathbf{J}^T) \mathbf{F}_{vm} & \text{支撑相} \\ \mathbf{J}^T \mathbf{F}_{vm} & \text{摆动相} \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{F}_{vm}$  为虚拟力列向量, 当腿处于支撑相时  $\mathbf{F}_{vm}$  作用在髋部, 当处于摆动相时,  $\mathbf{F}_{vm}$  作用在足端。

## 2 虚拟模型的分解

在二维空间中, 四足机器人躯体具有 3 个自由度, 即水平移动、竖直移动及竖直平面内旋转自由度。要实现对机器人这 3 个自由度的完全控制, 需要在躯体质心处施加 3 个虚拟构件, 即水平方向的阻尼器、竖直方向的弹簧阻尼器及竖直平面内的旋转弹簧阻尼器, 如图 2 中虚线表示的虚拟构件。这些虚拟构件均跟随着机器人移动, 其

中水平阻尼构件以期望速度( $\dot{x}_d$ )“牵引”着机器人水平运动。

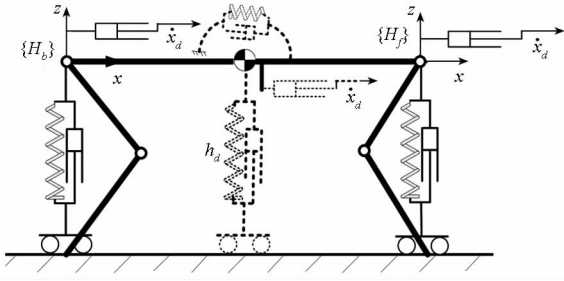


图 2 虚拟模型分解——支撑腿虚拟模型控制

Fig. 2 Decomposition of the virtual components—virtual model control for standing legs

本文采用的是对角小跑步态,即任意时刻均有前后两条腿处于支撑相(假设不存在四足腾空状态),可将作用在质心的这组虚拟构件分解到前后两条支撑腿的髋部,分解后的虚拟构件如图 2 中实线表示的虚拟构件。

分解的原则是,作用在前后髋部的水平阻尼构件的阻尼系数均是分解前的一半,且均具有分解前的期望速度( $\dot{x}_d$ ),以保证躯体平行移动;质心的高度控制分解为前后髋部的高度控制,其弹性与阻尼系数均等于分解前的一半,且一般情况下设置前后髋部的期望高度均等于质心的期望高度( $h_d$ )。这样分解后可以省去躯体旋转自由度的虚拟构件,因为若前后髋部的高度控制具有相同的期望高度,机器人躯体会在前后两个垂直虚拟构件的作用下保持与地面平行,满足大多数任务要求。当特殊任务要求机器人躯体时刻保持水平(或者某一特定倾角)时,可以根据倾角误差来判断调整的方向(前倾或后仰),通过增大或减小前后支撑腿髋部的期望高度来实现倾角的调整。

注意分解前作用在质心处的虚拟构件是以绝对坐标系为参考,而分解后的虚拟构件的作用方向是沿着髋部坐标系的坐标轴方向。这是因为根据式(2)计算关节力矩,虚拟力和 Jacobian 矩阵必须是在同一个参考系下的描述,而本文利用的单腿 Jacobian 矩阵是以髋部坐标系为参考系。尽管分解前后的参考系不同,但是只要控制机器人躯体倾角在较小幅度范围内波动,分解前后的虚拟构件作用效果可视为一致。另外,在实际应用中,足端在髋部坐标系下的相对高度容易通过正运动学求得,也就是分解后  $z$  方向的虚拟构件的实时长度。而若是在绝对坐标系下描述,当地面高低不平时,则需要增加额外的传感器进行绝对高度测量。

根据式(1),分解后作用于每个支撑腿髋部的虚拟构件所产生的虚拟力( $f_x, f_z$ )为

$$\begin{pmatrix} f_x \\ f_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ z_d - z \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_x & 0 \\ 0 & c_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_d - \dot{x} \\ \dot{z}_d - \dot{z} \end{pmatrix} \quad (5)$$

式中,下标  $x$  和  $z$  分别表示沿着髋部坐标系的  $x$  轴和  $z$  轴方向的量, $\dot{x}_d$  由高层控制器给定, $\dot{z}_d$  为髋部  $z$  方向的期望速度,一般设置为零。将此虚拟力代入式(4)即求得每个支撑腿的关节力矩,从而实现对机器人躯体姿态的控制。

### 3 摆动腿控制

摆动腿的控制同样是利用 VMC 方法。将虚拟构件(弹簧-阻尼组合)一端连接到足端,另一端连接到足端摆动轨迹的期望点。当这个期望点沿着规划的轨迹移动,摆动腿的足端就会被虚拟构件产生的虚拟力“牵引”沿着这个轨迹运动。这组虚拟的弹簧-阻尼构件可以分解为分别沿着髋部坐标系的  $x$  轴与  $z$  轴方向的两组弹簧-阻尼构件,如图 3 所示。

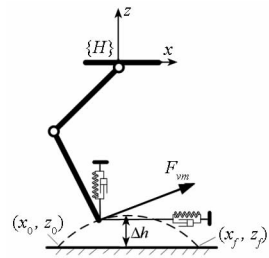


图 3 摆动腿虚拟模型控制

Fig. 3 Virtual model control for swing leg

足端运动轨迹是在髋部坐标系下的描述,根据机器人每一步抬腿瞬间的状态信息进行实时规划。如图 3 虚线所示,足端摆动轨迹有三个关键要素:起点( $x_0, z_0$ )、终点( $x_f, z_f$ )与抬腿高度  $\Delta h$ 。其中起点可根据抬腿瞬间的关节角度利用正运动学求得,抬腿高度  $\Delta h$  可根据地形设置为常数。终点的  $z$  轴坐标  $z_f$  可设置为常数(如期望高度  $h_d$ )或者等于起点坐标值  $z_0$ 。终点的  $x$  轴坐标  $x_f$  利用 Raibert<sup>[13]</sup>的方法根据下式进行计算

$$x_f = \frac{1}{2} \dot{x} T_s - k_v (\dot{x}_d - \dot{x}) \quad (6)$$

式中, $\dot{x}$  为抬腿瞬间髋部沿着  $x$  轴方向的速度, $T_s$  为支撑相周期, $k_v$  为速度差增益, $\dot{x}_d$  为抬腿瞬间  $x$  轴方向的期望速度。若机器人按照固定步频运动,则摆动相周期  $T_s$  为常数,根据式(6)便可求得每一次迈步的期望落脚点。确定了起点、终点及期望抬腿高度,利用特定曲线方程或者插值方法,可以规划得到期望的摆动足轨迹。

可用于轨迹规划的曲线方程有高阶多项式、三角函数多项式、摆线函数等等。这里选择摆线函数作为曲线规划方程,在髋部坐标系  $\{H\}$  下规划的摆动曲线坐标  $(x, z)$  为

$$\begin{cases} x = \frac{s}{2\pi}(\varphi - \sin\varphi) + x_0 \\ z = z_0 + \frac{\Delta h}{2}(1 - \cos\varphi) \end{cases} \quad (7)$$

式中,  $s = x_f - x_0$  为每一步的步幅,  $\varphi = 2\pi t/T_s$  为周期角( $t$  为摆动时间, 抬腿瞬间为 0, 到达轨迹终点时刻为  $T_s$ )。规划好的轨迹坐标作为足端虚拟构件的期望点, 输入到式(1) 计算得到相应的虚拟力, 再根据式(4) 求得摆动腿的关节力矩。在这样的力矩驱动下, 摆动足将沿着规划的轨迹运动。

该控制方法不需要进行逆运动学的求解与关节运动轨迹的规划及跟踪, 因此具有较高的计算效率。根据式(6) 实时计算得到的期望落脚点, 能根据机器人的状态实时调整每一步的步幅大小, 提高机器人自适应能力。

### 4 仿真试验验证

令两对处于对角线上的腿分别为 A 组与 B 组。假设不存在四足支撑相和四足腾空相, 也就是当 A 组的两条腿均着地时 B 组立刻抬起进入摆动相, 反之亦然。因此理论上任何时刻都只有两条对角腿处于支撑相。

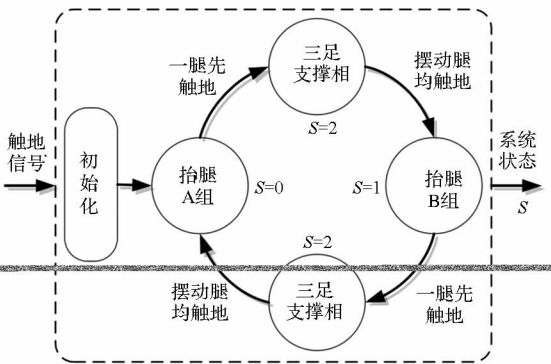


图4 步态时序

Fig. 4 Gait sequence

对角小跑步态时序如图4所示。当系统状态变为抬腿指令( $S = 0, 1$ ), 同一组的两条腿被强制从支撑相同时切换至摆动相。但是由于运动过程中躯体的晃动, 无法保证两条摆动腿同时着地, 先着地的一条腿将提前进入支撑相(切换至支撑相控制), 因此会出现三足支撑相。由于处于支撑相的腿均具有相同的控制法则及控制目标(相同的期望值), 互相之间不会产生内力冲突, 且在躯体倾角得到有效控制的情况下, 三足支撑相的时

间会非常短。

仿真试验在 SimMechanics 环境下进行, 四足机器人二维模型在平坦地面上采用对角小跑步态行进, 并假设足底与地面不发生打滑。本文所有的仿真试验均用相同的控制参数, 不同之处仅在于期望速度与外加干扰力。仿真对象模型采用匀质量杆搭建, 模型参数及控制参数如表1所示。其中控制参数是在对虚拟弹簧、阻尼构件的系数估计基础上, 经过手动调节试验确定。若改变模型腿部质量大小, 只需重新整定摆动相的虚拟弹簧和阻尼系数。

表1 模型参数与控制参数

Tab. 1 Model parameters and control parameters

名称	参数值	名称	参数值
整体质量	20kg	$[k_x, k_z]$ 支撑相	[0, 7000]
躯体长度	0.6m	$[c_x, c_z]$ 支撑相	[400, 300]
期望高度	0.36m	$[k_x, k_z]$ 摆动相	[2000, 7000]
大腿长/质量	0.2m/0.5kg	$[c_x, c_z]$ 摆动相	[50, 200]
小腿长/质量	0.25m/0.5kg	$T_s$	0.35s

#### 4.1 匀速小跑仿真

控制四足机器人在保持质心高度一定的同时, 在没有外加干扰力的前提下进行匀速小跑仿真试验。

仿真结果如图5所示。仿真开始时刻机器人处于静止站立(四足站立)状态, 从  $t = 0$  时刻开始对角小跑加速至期望速度(0.6m/s), 然后保持恒定的期望速度向前小跑。图5中四足机器人的姿态是根据仿真记录得到的各个关节绝对坐标值画出, 其中粗实线表示右前腿与左后腿, 粗虚线表示左前腿与右后腿。从速度曲线变化可以看出, 匀速小跑的最大速度误差约为 0.1m/s, 平均速度误差约为 0.03m/s。倾角曲线表明机器人倾角在一个较小范围内波动变化(约  $-0.015 \sim 0.025\text{rad}$ ), 同时其质心高度也在小幅度上下波动(0.34 ~ 0.35m)。从足端轨迹可以看出, 随着速度的加快, 根据式(6) 计算得到的期望落脚点距离髋部越远, 在绝对坐标系下描述的步幅也越大。此次仿真实验中期望抬腿高度  $\Delta h$  设为 0.05m, 实际抬腿高度约为 0.047m, 表明摆动足的控制能够有效地实现抬腿高度控制。

#### 4.2 速度控制仿真

控制四足机器人在保持质心高度一定的同时, 进行水平方向的速度控制仿真试验(无外加干扰力), 包括水平方向加速、减速及向后行进。

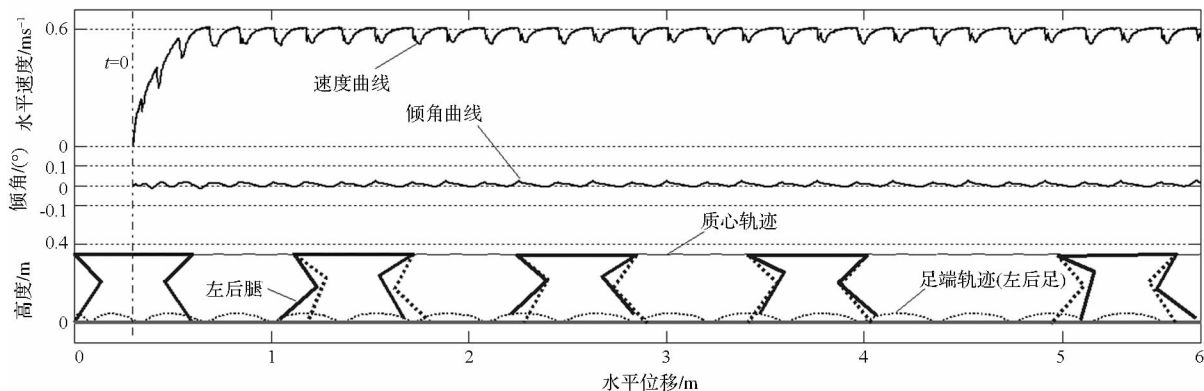


图 5 匀速对角小跑仿真结果

Fig. 5 Simulation results of trotting at a constant speed

仿真结果的速度曲线如图 6 所示。

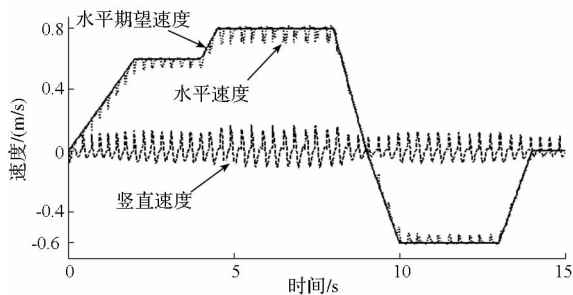


图 6 速度变化曲线

Fig. 6 Velocity curves

从图 6 可以看出,机器人在水平方向上能够很好地跟踪水平期望速度。只要给定合理的期望速度,机器人就能够实现加速、减速及停止(速度为零时机器人保持原地踏步)。而且机器人的对称结构使得向后行进(负的速度)和向前行进一样容易实现。随着速度的增大,相应步幅也增大,从而导致着地冲击增大,因而机器人质心在竖直方向上的速度波动幅度也相应增大。本次试验的最大速度为 0.8m/s,更快的行进速度可以通过加快步频来实现。但是在实际应用中,加快步频意味着需要加快腿的摆动速度,因此机器人最大行进速度会受最大关节转速的限制。

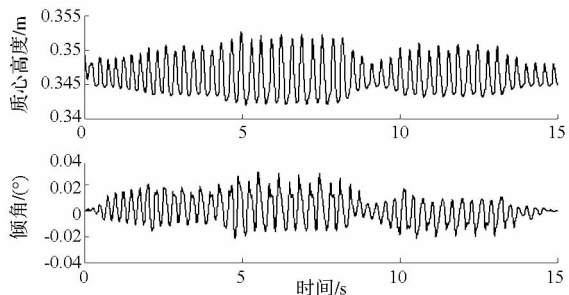


图 7 质心高度及倾角变化曲线

Fig. 7 The height of COG and pitch angle

仿真试验中机器人质心高度及躯体倾角变化

曲线如图 7 所示。机器人质心的期望高度设为 0.36m,在重力作用下虚拟弹簧构件会被压缩并在一定长度范围内上下波动,最大波动幅值约为 0.01m。适当增大垂直方向的虚拟构件的弹性及阻尼系数,可以减小波动的幅值,但是腿部刚度增强会导致与地面的冲击增大,对机器人机械结构产生不利影响。机器人躯体倾角变化范围在  $-0.02 \sim 0.03\text{rad}$ ,即  $-1.15^\circ \sim 1.72^\circ$ ,证明了通过前后支撑腿高度来控制倾角的方法可行。

从以上仿真结果可以看出,本文的控制方法只用改变机器人的期望运动速度就能很好地实现一定范围内的速度控制。这是因为在需要加速的阶段,期望速度与当前速度差增大,根据虚拟模型本构方程式(1)计算得到更大的虚拟力来“牵引”机器人加速,然后根据式(2)会计算得到新的关节力矩来驱动机器人实现这个加速运动。从步幅的大小来看,当机器人运动速度趋于稳定后,根据式(6),高的运动速度下计算得到更大的步幅,低速对应了小步幅,零速度则对应了零步幅(原地踏步),从而实现了在固定步频下根据速度自动调节步幅大小。

### 4.3 抗冲击干扰仿真

在机器人保持 0.6m/s 前进速度的前提下,于机器人质心处分别施加水平向前与向后的干扰力。两次试验施加的干扰力的大小均为 50N,从 3s 时刻开始,作用时间为 0.5s。

向前干扰试验的结果如图 8 所示,图中竖直点划线表示干扰力的开始与结束时刻。在水平向前干扰力的作用下,机器人的前进速度增大。控制器根据式(5)计算得到一个负的(向后)水平虚拟力来抵消这个速度误差,即抵抗向前干扰力的作用,阻止向前速度进一步增大。水平干扰力对竖直速度几乎没有影响。倾角曲线显示机器人

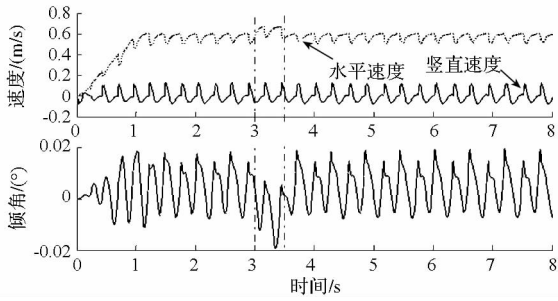


图8 向前干扰试验结果(+50N,0.5s)

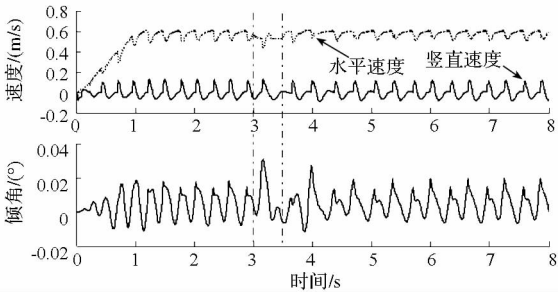
Fig. 8 Simulation results of forward disturbance  
(+50N, 0.5s)

图9 向后干扰试验结果(-50N,0.5s)

Fig. 9 Simulation results of backward disturbance  
(-50N, 0.5s)

躯体倾角在干扰期间偏向负值,即躯体向前倾,这是因为在向前干扰力作用下机器人获得了顺时针方向的扭矩。干扰结束后,机器人很快恢复至正常行进状态。

向后干扰的试验结果如图9所示。在反方向干扰力的作用下,机器人前进速度小幅度减小且躯体稍向后仰,并同样在干扰结束后很快恢复正常行进状态。

从本质上分析,外界冲击干扰导致机器人的状态发生变化,如行进速度、躯体高度等与期望值之间的误差增大,从而由直觉控制法则计算得到的虚拟力和期望力矩也发生变化。在新的期望力矩作用下,机器人的行为趋于抵消状态误差恢复到期望状态,因此直觉控制方法能够主动抑制干扰,具有较强的鲁棒性。在实际应用中,机器人能承受的最大扰动受最大关节力矩及地面摩擦力的限制。

## 5 结论

(1) 通过将作用在质心处的虚拟构件合理分解到前后支撑腿的髌部,省去了四足机器人多足支撑相的全局 Jacobian 矩阵的推导,只需要单腿模型就能实现 VMC 的应用。

(2) 利用 Raibert 的方法计算摆动腿每一步

的期望落脚点,并实时规划足端摆动轨迹,同样是通过 VMC 对摆动腿进行直觉控制,不需要进行关节运动轨迹的规划与跟踪,运算效率高且能够根据机器人的行进速度自动调整步幅大小。

(3) 仿真试验结果证明该控制方法能够有效地实现四足机器人躯体的高度、速度及倾角控制,并且具有一定的抗冲击干扰能力。

## 参考文献 (References)

- [1] Kalakrishnan M, Buchli J, Pastor P, et al. Learning, planning, and control for quadruped locomotion over challenging terrain[J]. The International Journal of Robotics Research, 2011, 30 (2): 236 - 258.
- [2] Prahlad V, Dip G, Meng-Hwee C. Disturbance rejection by online ZMP compensation [J]. Robotica, 2008, 26 (1): 9 - 17.
- [3] Ijspeert A. Central pattern generators for locomotion control in animals and robots: A review[J]. Neural Networks, 2008, 21(4): 642 - 653.
- [4] Kimura H, Fukuoka Y, Cohen A. Adaptive dynamic walking of a quadruped robot on natural ground based on biological concepts[J]. The International Journal of Robotics Research, 2007, 26(5): 475 - 490.
- [5] Santos C, Matos V. Gait transition and modulation in a quadruped robot: A brainstem-like modulation approach [J]. Robotics and Autonomous Systems, 2011, 59(9): 620 - 634.
- [6] Pratt J, Dilworth P, Pratt G. Virtual model control of a bipedal walking robot [C]//Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Robotics and Automation, April, Albuquerque, New Mexico; IEEE, 1997: 193 - 198.
- [7] Pratt J, Chew C, Torres A, et al. Virtual model control: an intuitive approach for bipedal locomotion [J]. The International Journal of Robotics Research, 2001, 20(2): 129 - 143.
- [8] Chew C, Pratt J, Pratt G. Blind walking of a planar bipedal robot on sloped terrain [C]//Proceedings of the 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation, May, Detroit, Michigan, USA; IEEE, 1999: 381 - 386.
- [9] Chew C, Pratt G. Dynamic bipedal walking assisted by learning [J]. Robotica, 2002, 20(5): 477 - 491.
- [10] 陈佳品, 程君实, 席裕庚. 基于虚拟模型的四足机器人直觉控制 [J]. 上海交通大学学报, 2002, 36 (8): 1150 - 1154.  
CHEN Jiapin, CHENG Junshi, XI Yugeng. Intuitive control of a quadruped walking robot based on virtual model [J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2002, 36 (8): 1150 - 1154. (in Chinese)
- [11] Ajalloeian M, Pouya S, Sproewitz A, et al. Central pattern generators augmented with virtual model control for quadruped rough terrain locomotion [C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), May, Karlsruhe, Germany; IEEE, 2013: 3321 - 3328.
- [12] Havoutis I, Semini C, Buchli J, et al. Quadrupedal trotting with active compliance [C]//IEEE International Conference on Mechatronics (ICM), February, Vicenza, Italy; IEEE, 2013: 610 - 616.
- [13] Raibert M. Legged robots that balance [M]. MIT Press, Cambridge, MA, 1986.