

## 航天器转动惯量参数在轨辨识的最优激励\*

杨雅君, 廖 瑛, 刘翔春

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**根据矩阵分析理论研究了转动惯量参数的可辨识性问题,从姿态动力学方程导出关于未知参数的线性回归模型,将回归矩阵的条件数作为参数可辨识度的定量指标,以可辨识度最大为目标函数建立最优控制模型;应用解最优控制问题的伪谱法,计算控制力矩陀螺的指令轨线,使得惯量参数的辨识精度和收敛速度显著提高;在仿真中采用双无迹卡尔曼滤波算法进行参数辨识,结果验证了所提出的最优激励设计方法可以改善参数辨识性能,同时该方法对先验信息误差具有鲁棒性。

**关键词:**在轨辨识;转动惯量;可辨识度;回归模型;最优控制伪谱法;双无迹卡尔曼滤波

**中图分类号:**V443.5 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2014)05-039-05

## Optimal excitation trajectories for spacecraft's moment of inertia parameters on-orbit estimation

YANG Yajun, LIAO Ying, LIU Xiangchun

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** On the basis of matrix analytical theory, the identifiability of inertial moment parameters was studied. A linear regression model in term of the unknown parameters was derived from attitude dynamics equations; the condition number of regression matrix was defined as the quantitative index of identifiability degree; taking the maximum of identifiability degree as objective function, an optimal control model was built. The pseudospectral optimal control was employed to solve the command trajectory of control moment gyro and to improve the identification precision and convergence velocity. The method of dual-unscented Kalman filter identified parameters under simulated circumstances. Results demonstrate that the optimal excitation design can improve the performance of parameter's identification and has high robustness to inaccurate priori information.

**Key words:** on-orbit identification; moment of inertia; identifiability degree; regression model; pseudospectral optimal control; dual-unscented kalman filter

转动惯量参数在航天器姿态控制中扮演着十分重要的角色,包含转动惯量参数的控制律具有较高的控制精度和较小的需用控制量,而不准确的转动惯量参数会导致控制性能下降甚至失稳。因此,航天器在发射前要进行地面测量试验标定质量特性参数,保证控制算法有效。在轨运行一段时间后,由于工质消耗等原因,航天器的质量特性参数与发射时相比具有较大差异,一些特殊的空间任务,如载荷释放、在轨装配、空间捕获、空间对接等也会使系统构型发生巨大改变。此时,要继续保持姿态控制稳定,就需要进行在轨辨识,以获得控制算法需要的惯量参数。

Bergmann 最早提出了在轨辨识的概念,之后众多学者围绕该问题进行了深入的研究<sup>[1-7]</sup>,形成了几种成熟的辨识方案:参数滤波方案<sup>[3-4]</sup>、最

小二乘方案<sup>[1-2]</sup>以及非线性规划方案<sup>[5]</sup>。一些具体的辨识算法还得到了在轨实测数据的检验<sup>[6-7]</sup>。国内学者也在该领域开展了部分研究,并取得了一些成果:文献[8]将参数估计问题转化为非线性全局优化问题并采用粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)方法求解,同时辨识出质量、质心位置和转动惯量;文献[9]提出了一种两步辨识方法,先估计出转动惯量比参数,再辨识滚动轴转动惯量值,基于转动惯量比参数和滚动轴转动惯量参数计算出转动惯量矩阵参数;文献[10]对非线性动态方程进行泰勒展开,忽略高阶项后建立线性回归模型,采用迭代最小二乘法计算质量特性参数,并利用条件数和奇异值分解理论对回归矩阵进行分析,研究了待估质量参数的可辨识性和可辨识度。

\* 收稿日期:2014-03-28

基金项目:上海航天科技创新基金资助项目(SAST201251)

作者简介:杨雅君(1987—),男,云南勐腊人,博士研究生,E-mail:yajunsand@163.com;

廖瑛(通信作者),女,教授,博士,博士生导师,E-mail:liaoqing1104@163.com

通过大量的仿真计算发现,无论采用何种辨识方案,算法收敛速度和辨识精度都严重依赖于系统输入的激励,对同一种算法,不同的激励输入会导致不同的收敛速度和辨识精度。本文针对控制力矩陀螺(Control Moment Gyro, CMG)作用下的大型组合体航天器,提出了一种优化执行机构控制指令的方法,使得在优化控制指令的激励下,辨识算法的收敛速度和估计精度显著提高。仿真采用双无迹卡尔曼滤波(Dual Unscented Kalman Filter, DUKF)算法进行参数估计,对比正弦信号和优化信号激励下辨识性能差异,并验证了所采用的最优激励设计方法对未知参数先验信息具有鲁棒性。

## 1 姿态运动模型

由多个刚体组成的组合体系统中,主刚体质量为  $m_0$ , 相对自身质心的惯量矩阵为  $J_0$ , 各个子刚体相对自身质心的惯量矩阵为  $J_j$ , 质量为  $m_j$ , 整个组合体平台系统的惯量矩阵为

$$J = \sum_{j=0}^N J_j + \sum_{j=1}^N m_j (r_j^T r_j E - r_j r_j^T) - \frac{\rho^T \rho E - \rho \rho^T}{M} \quad (1)$$

其中,  $\rho = \sum_{j=1}^N m_j r_j$ ,  $r_j$  为子刚体质心到主刚体质心的位置矢量,  $M$  为系统总质量,  $E$  为 3 阶矩阵, 所有的张量  $J_j$  和矢量  $r_j$  均描述在同一个坐标系下, 通常选择主刚体固连体坐标系为计算坐标系。

若各子刚体之间没有相对线位移, 则组合体平台可视为陀螺体, 系统动力学方程为

$$J\dot{\omega} + \omega \times J\omega = T_e + T_{act} \quad (2)$$

式中,  $\omega$  为航天器的角速度;  $T_e$  为干扰力矩;  $T_{act}$  为控制力矩, 假设执行机构为控制力矩陀螺, 则  $T_{act}$  为

$$T_{act} = -\dot{h}_{CMG} - \omega \times h_{CMG} \quad (3)$$

其中,  $h_{CMG}$  为控制力矩陀螺的角动量。参考文献 [11] 的设计, 考虑控制力矩陀螺有 4 个转子, 每个转子的角动量幅值均为  $h$ , 4 个转子的框架角 (gimbal angle) 分别为  $\delta_1$ 、 $\delta_2$ 、 $\delta_3$  和  $\delta_4$ , 框架角转动轴与  $x-y$  平面的夹角为  $\beta$ , 可以写出本体坐标系下  $\dot{h}_{CMG}$  和  $h_{CMG}$  分别为

$$h_{CMG} = h \begin{bmatrix} -c\beta s\delta_1 - c\delta_2 + c\beta s\delta_3 + c\delta_4 \\ c\delta_1 - c\beta s\delta_2 - c\delta_3 + c\beta s\delta_4 \\ s\beta s\delta_1 + s\beta s\delta_2 + s\beta s\delta_3 + s\beta s\delta_4 \end{bmatrix}$$

$$\dot{h}_{CMG} = h \begin{bmatrix} -c\beta c\delta_1 & s\delta_2 & c\beta c\delta_3 & -s\delta_4 \\ -s\delta_1 & -c\beta c\delta_2 & s\delta_3 & c\beta c\delta_4 \\ s\beta c\delta_1 & s\beta c\delta_2 & s\beta c\delta_3 & s\beta c\delta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\delta}_1 \\ \dot{\delta}_2 \\ \dot{\delta}_3 \\ \dot{\delta}_4 \end{bmatrix}$$

其中,  $c = \cos(\lambda)$ ,  $s = \sin(\lambda)$ 。在中心刚体本体坐标系下, CMG 的配置如图 1 所示。

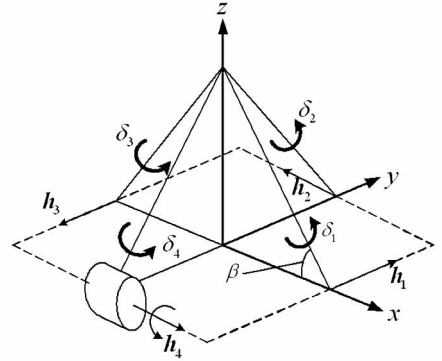


图 1 控制力矩陀螺安装示意图

Fig. 1 Schematic of CMG assembled

考虑到辨识过程中姿态机动幅度较大, 为避免出现奇异, 采用四元数描述组合体平台姿态, 运动学方程为

$$\dot{q} = \frac{1}{2} \Omega(q) \omega$$

$$q_v^T q_v + q_4^2 = 1 \quad (4)$$

其中,  $q$  为四元数,  $q_v$  为四元数的矢量部分,  $q_4$  为四元数的标量部分, 矩阵函数  $\Omega(q)$  为

$$\Omega(q) = [-q_v \quad q_4 E - q_v^*]^T$$

由于四元数是一种冗余的姿态参数, 独立变量个数为 3, 因此采用四元数描述的姿态运动模型是一个微分-代数方程组 (Differential-Algebraic Equations, DAE)。

## 2 基于 UKF 滤波算法的状态-参数估计器

无迹卡尔曼滤波的特点是采用 UT 变换计算随机变量的统计信息, 可以将非线性系统的统计信息保留到 2 阶。当需要进行参数估计时, 可以将待估参数作为扩展状态量, 把描述参数变化的动态方程扩充到原状态方程组中。但状态维数的增加不仅使滤波过程中的矩阵求逆运算变得困难, 还可能造成状态协方差矩阵负定。一种解决方法是构造状态-参数双滤波器 (state-parameter dual filter) [12]。

### 2.1 状态估计器 (state estimator)

采用四元数作为滤波状态量, 在 UT 变换时, 会造成四元数的 Sigma 采样点不满足归一化条件的矛盾。为此定义误差四元数  $\delta q$

$$\delta q_k = q_{k+1} \otimes q_k \quad (5)$$

式中, 符号  $\otimes$  表示四元数乘法。

以误差四元数的矢量部分  $\delta q_v$  和角速度  $\omega$  作为滤波状态量  $x = [\delta q_v \quad \omega]$ , 设误差四元数矢量

部分  $\delta q_v$  的 Sigma 点为  $\delta q_v^S$ , 则根据四元数的归一化条件, 误差四元数  $\delta q$  的 Sigma 点为

$$\delta q^S = [(\delta q_v^S)^T \sqrt{1 - (\delta q_v^S)^T \delta q_v^S}]^T \quad (6)$$

再根据定义式(5), 利用  $\delta q^S$  和前一时刻的四元数均值  $\hat{q}_k$  计算姿态四元数的 Sigma 点  $q^S$ , 此时  $q^S$  可以保证归一化条件, 将  $q^S$  代入到动态方程(4)中进行状态递推, 以完成 UT 变化计算。

状态估计器的状态方程组可写为

$$\begin{bmatrix} \omega_{k+1} \\ \delta q_{v \ k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(\omega_k, J, T_{act}, \Delta t) \\ g(\omega_k, \delta q_{v \ k}, \Delta t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_\omega \\ w_q \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中,  $f(\omega_k, J, T_{act}, \Delta t)$  为式(2)数值积分后得到的非线性函数,  $\omega_k$  为  $k$  时刻角速度;  $\Delta t$  为时间步长;  $w_\omega$  为干扰力矩和离散化误差等未建模项组成的分量, 假设为零均值高斯白噪声,  $w_\omega \sim N(0, \sigma_\omega^2)$ ,  $g(\omega_k, \delta q_{v \ k}, \Delta t)$  为式(4)~(6)组成的非线性函数,  $\delta q_{v \ k}$  为  $k$  时刻误差四元数矢量部分;  $w_q$  为零均值过程噪声,  $w_q \sim N(0, \sigma_q^2)$ 。

设组合体航天器上安装有星敏感器或地磁敏感器, 在惯性系中的两个矢量  $v_1$  和  $v_2$  可以被敏感器测量到, 测量方程为

$$y_k = \begin{bmatrix} R(\omega_k, \delta q_{v \ k}) v_1 \\ R(\omega_k, \delta q_{v \ k}) v_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中,  $R(\omega_k, \delta q_{v \ k})$  为矩阵函数, 表示惯性系与组合体本体坐标系间方向余弦矩阵。

### 2.2 惯量参数估计器(inertia parameter estimator)

惯量矩阵作为待估计参数, 定义参数估计器的状态矢量为

$$\theta = [J_{xx} \ J_{yy} \ J_{zz} \ J_{xy} \ J_{xz} \ J_{yz}]^T$$

考虑机动过程中组合体构型无变化, 则参数估计器的状态方程可以写为

$$\theta_{k+1} = \theta_k + w_\theta \quad (9)$$

式中,  $\theta_k$  为  $k$  时刻的待估参数矢量;  $w_\theta$  为零均值高斯白噪声,  $w_\theta \sim N(0, \sigma_\theta^2)$ 。

选择状态估计器输出的角速度估计值作为参数估计器的观测量, 观测方程为

$$\omega_k = f(\omega_{k-1}, \theta_k, T_{act}, \Delta t) \quad (10)$$

式中,  $f(\cdot)$  的定义与式(7)相同。从式(7)~(10)可见, 双滤波算法中, 状态估计器和参数估计器之间有数据交互, 如图2所示。

## 3 基于伪谱法的最优激励设计

### 3.1 惯量参数的可辨识度

姿态动力学方程式(2)可以改写为关于惯量参数的回归模型的形式

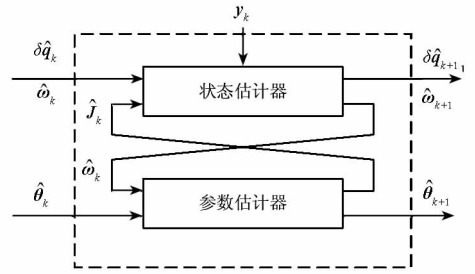


图2 双滤波算法计算框图

Fig.2 Schematic of dual UKF

$$\varphi \cdot \theta = T_{act} + T_e \quad (11)$$

式中, 矩阵  $\varphi$  称为回归矩阵(regression matrix), 矩阵各元素为

$$\varphi = [N : \Pi] \quad (12)$$

其中,  $N$  和  $\Pi$  如式(13)和(14)所示,  $\dot{\omega}_x, \dot{\omega}_y$  和  $\dot{\omega}_z$  表示本体角速度各分量的导数。

$$N = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_x & -\omega_y \omega_z & \omega_y \omega_z \\ \omega_x \omega_z & \dot{\omega}_y & -\omega_x \omega_z \\ -\omega_x \omega_y & \omega_x \omega_y & \dot{\omega}_z \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \dot{\omega}_y - \omega_x \omega_z & \dot{\omega}_z + \omega_x \omega_y & \omega_y^2 - \omega_z^2 \\ \dot{\omega}_x + \omega_y \omega_z & \omega_z^2 - \omega_x^2 & \dot{\omega}_z - \omega_x \omega_y \\ \omega_x^2 - \omega_y^2 & \dot{\omega}_x - \omega_y \omega_z & \dot{\omega}_y + \omega_x \omega_z \end{bmatrix} \quad (14)$$

如果可以测量角速度、角加速度和激励力矩信号, 并进行两次以上的测量采样, 就可以构建一个超定的线性方程组(overdetermined linear equations)

$$\Phi \cdot \theta = Y + \Delta Y \quad (15)$$

式中,

$$\Phi = [\varphi_1^T \ \varphi_2^T \ \dots \ \varphi_N^T]^T, Y = [T_1^T \ T_2^T \ \dots \ T_N^T]^T$$

$\varphi_i$  和  $T_i$  表示第  $i$  个测量时刻的回归矩阵和激励力矩。

惯量参数可以用最小二乘法公式进行估计

$$\hat{\theta} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T Y \quad (16)$$

根据矩阵分析理论, 最小二乘解  $\hat{\theta}$  对回归矩阵的摄动  $\Delta \Phi$  的敏感度, 可以用任意范数表示的条件数  $\text{cond}(\Phi)$  进行定量描述。条件数越大, 解对摄动越敏感, 即使是微小的摄动也会导致巨大的误差; 条件数越接近于1, 解对摄动越不敏感。由此可见, 确定测量采样频率后, 参数估计的精度与测量过程中运动状态的变化轨迹密切相关。

根据以上分析可见, 回归矩阵  $\Phi$  的条件数提供了一种度量待估参数可辨识性的指标, 据此定义转动惯量参数的可辨识度为

$$\kappa = 1/\text{cond}(\Phi) \quad (17)$$

二范数表示的条件数可以根据奇异值分解(SVD)

计算

$$\text{cond}(\Phi) = \sigma_1 / \sigma_b \quad (18)$$

其中,  $\sigma_1$  是最大奇异值,  $\sigma_b$  是最小奇异值。 $\Phi$  矩阵的奇异值分解为

$$U^T \Phi = S V^T \quad (19)$$

式中,  $S = \begin{bmatrix} \Sigma \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  $U$  和  $V$  为相应维数的正交矩阵;  $\Sigma$  为对角阵, 元素依次为  $\Phi$  矩阵奇异值的递增排列  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_b > 0$ 。

### 3.2 最优激励计算模型

针对所研究的 CMG 驱动下的组合体航天器平台, 引入参数可辨识度概念后, 在轨辨识最优激励问题可以被描述为: 设计激励函数  $u(t) = [\dot{\delta}_1 \ \dot{\delta}_2 \ \dot{\delta}_3 \ \dot{\delta}_4]^T$ , 在  $u(t)$  作用下产生状态轨迹  $[\omega(t) \ \dot{\omega}(t)]$ , 使系统的可辨识度  $\kappa(\omega, \dot{\omega}, t_1, \dots, t_N)$  最大。这是一个最优控制问题, 其数学描述为

$$\max \kappa(\omega, \dot{\omega}, t_0, t_1, \dots, t_f) \quad (20)$$

$$\begin{cases} \dot{\omega} = J^{-1}(-\dot{h}_{\text{CMG}} - \omega \times h_{\text{CMG}} - \omega \times J\omega) \\ \omega(t_0) = \omega_0 \\ \omega(t_f) = \omega_f \end{cases} \quad (21)$$

s. t.  $\begin{cases} \dot{\delta}_i \leq \dot{\delta}_i(t) \leq \dot{\delta}_u, & i = 1, \dots, 4 \\ \delta_i \leq \delta_i(t) \leq \delta_u, & i = 1, \dots, 4 \end{cases}$

式中,  $\omega_0$  和  $\omega_f$  分别为初始约束和终端约束;  $\dot{\delta}_i$  和  $\dot{\delta}_u$  分别为 CMG 控制量的下限和上限;  $\delta_i$  和  $\delta_u$  表示 CMG 框架角限制。

求解上述最优控制问题, 需要先给出待估参数  $J$  的一个粗略估值, 通过 CAD 技术和公式(1)可以粗略估算组合体的惯量矩阵  $J^*$ , 先验值  $J^*$  与真实值  $J$  间可能存在很大的误差。采用先验值  $J^*$  综合出的最优激励  $u(t)$  是否对先验误差具有鲁棒性, 将在第 4 部分进行讨论。

### 3.3 伪谱法求解最优激励

复杂的非线性最优控制问题需要采用数值方法求解, 将问题转化为参数优化问题。具体的方法分为两类: 间接转换法和直接转换法。间接转换法基于 Pontryagin 极大值原理将最优控制问题转化为 Hamilton 边值问题(Hamilton Boundary Value Problem, HBVP), 求出控制量的表达式, 该表达式一般为关于伴随变量和状态的函数, 通过参数化求解 HBVP 问题获得最优状态和最优控制量。

本文所要解决的最优控制问题的目标函数并不是状态变量的显示表达, 因而不能采用间接转换法求解。伪谱法是一种近几年发展成熟的直接

转换法<sup>[13]</sup>, 该方法的特点是用全局正交多项式离散化特定时间节点(node) 的状态量和控制量, 无须数值积分, 因而提高了计算效率, 作为一种基于有限元思想的配置点法, 由于采用了正交配置<sup>[14]</sup>, 可以以较少的离散时间节点得到较高的拟合精度。根据离散点类型的不同, 又分为 Legendre 伪谱法(LPM)、Gauss 伪谱法(GPM)、Chebyshev 伪谱法(CPM)、Radau 伪谱法(RPM)等。本文在求解最优激励时借助了基于 Matlab 软件的第 3 方工具箱 GPOPS<sup>[15]</sup>, GPOPS 采用了 RPM 方法<sup>[16-17]</sup> 求解最优控制问题。

## 4 仿真算例

### 4.1 最优激励信号仿真计算

仿真计算中, 所采用的转动惯量真值  $J$  和先验值  $J^*$  如表 1 所列。

表 1 航天器转动惯量参数

Tab. 1 Elements of spacecraft moment of inertial

惯量元素	真值(kg · m <sup>2</sup> )	先验值(kg · m <sup>2</sup> )
$J_{xx}$	2756	1837
$J_{yy}$	12177	8118
$J_{zz}$	10677	7118
$J_{xy}$	240	160
$J_{xz}$	750	500
$J_{yz}$	375	250

设机动持续时间为 100s, 测量周期 0.1s。根据第 3 部分所述方法, 利用待估参数的先验值  $J^*$  计算出 CMG 控制量  $\dot{\delta}_i(t)$  的最优轨迹如图 3 所示, 根据优化得到的目标函数值计算回归矩阵条件数为

$$\text{cond}(\Phi) = 1/\kappa = 3.8604$$

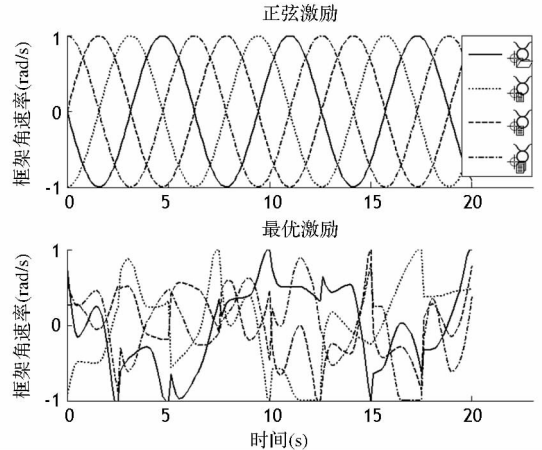


图 3 正弦输入信号与最优输入信号

Fig. 3 The sinusoid excitation and the optimal excitation

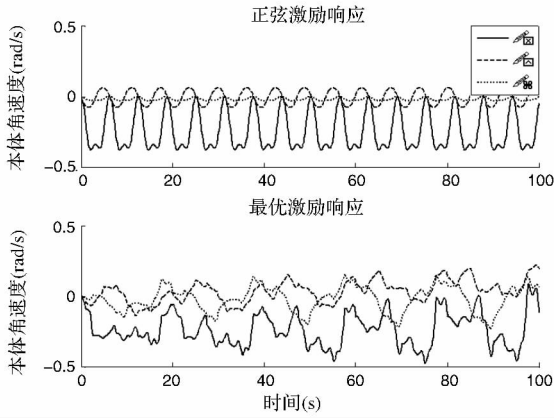


图 4 角速度轨迹对比

Fig. 4 Comparison of angular velocity trajectory

将优化激励  $\dot{\delta}_i(t)$  代入到动力学模型中进行积分,数值运算时转动惯量取真值  $\mathbf{J}$ ,得到角速度变化轨迹如图 4 所示,此时根据数值积分结果计算得回归矩阵条件数为

$$\text{cond}(\Phi) = \sigma_1/\sigma_b = 3.4428$$

为进行对比,同样对一组正弦控制信号作用下的动力学模型进行了仿真和分析,正弦控制信号轨迹及激发的角速度变化轨迹也在图 3 和 4 中,根据数值积分结果计算得到的回归矩阵条件数为

$$\text{cond}(\Phi) = \sigma_1/\sigma_b = 6.8801 \times 10^5$$

#### 4.2 参数估计性能对比

采用第二部分所述的 DUKF 算法,分别对正弦激励和最优激励作用下的组合体转动惯量进行估计,图 5 给出了转动惯量参数总的估计误差变化时间历程。总估计误差 (Total Error, TE) 定义为

$$\text{TE} = \sqrt{(\hat{\theta} - \theta)^T (\hat{\theta} - \theta)}$$

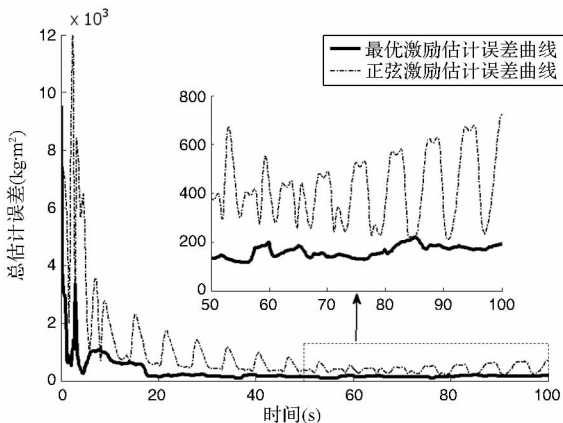


图 5 参数估计总误差变化时间历程

Fig. 5 Error history of total estimation

从仿真结果可见,与正弦激励相比,在最优激励的作用下,转动惯量参数的估计值能更快地收

敛向真值,相同时间内,采用最优激励获得的估计值更准确;虽然本文提出的最优激励设计方法需要待估参数的先验值,但该方法具有较强的抗先验误差的鲁棒性,在先验值与真实值相比具有 50% 误差的情况下,参数可辨识度指标并未受到影响,滤波结果也表明,所得到的最优激励轨迹仍适用于真实对象。

#### 5 结论

通过本文的研究,可以获得如下结论:1) 采用回归矩阵的条件数度量待估计参数的可辨识性,这个定义不仅在最小二乘估计的意义下有效,也在贝叶斯最优估计的意义下有效,正确反映了未知参数的可辨识性与运动状态变化轨迹密切相关的特性。2) 最优激励设计方法将参数估计的最优激励问题转化为最优控制问题,应用伪谱法进行求解,所得到的最优激励轨迹对待估参数先验值误差具有很强的鲁棒性,说明该方法具有一定的工程适用性。3) 采用最优激励进行参数估计具有收敛速度快,估计精度高的优点,可以提高现有辨识算法的计算效率和可靠性。

采用 GPOPS 工具箱求解本文的最优控制轨迹耗时较长,在 PC 机上综合一组轨迹需要约 60min,可见要实现该方法的工程应用,需要进一步研究提高伪谱法的计算效率。

#### 参考文献 (References)

- [1] Tanygin S, Williams T. Mass property estimation using coasting maneuvers[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1997, 20(4):625-632.
- [2] Palimaka J, Burlton B V. Estimation of spacecraft mass properties using angular rate gyro data[C]. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992:21-26.
- [3] Bergmann E, Dzielski J. Spacecraft mass property identification with torque-generating control [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1990, 13(1):99-103.
- [4] Bergmann E V, Walker B K, Levy D R. Mass property estimation for control of asymmetrical satellites [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1987, 10(5):483-491.
- [5] Psiaki M L. Estimation of a spacecraft's attitude dynamics parameters by using flight data [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2005, 28(4):594-603.
- [6] Feldman A. In-flight estimation of cassini spacecraft inertia tensor and thruster magnitude [J]. Advances in the Astronautical Sciences, 2006, 124:35-54.
- [7] Wilson E, Sutter D W. Spacecraft on-board mass and thruster property identification with spheres flight experiments [C]. Information Technology at Aerospace: Advancing Contemporary Aerospace Technologies and Their Integration, Arlington, VA, United States, 2005.

(下转第 130 页)

- Symposium (PacificVis), IEEE Pacific, 2013:257-264.
- [3] Verma V, Kao D, Pang A. A flow-guided streamline seeding strategy[C]//Proceedings of the conference on Visualization, 2000:163-170.
- [4] 吴晓莉,史美萍,贺汉根. 基于特征提取的三维流线分布算法[J]. 国防科学技术大学学报,2008,30(2):102-106.  
WU Xiaoli, SHI Meiping, HE Hangen. Feature extracting based 3D streamline placement algorithm [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2008, 30(2): 102-106. (in Chinese)
- [5] Ye X H, Kao D, Pang A. Strategy for seeding 3D streamlines[C]//Proceedings of the IEEE Visualization, 2005: 471-478.
- [6] Marchesin S, Chen CK, Ho C, et al. View-dependent streamlines for 3D vector fields [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2010, 16(6): 1578-1586.
- [7] 王少荣,吴迪,汪国平. 一种流线放置方法[J]. 软件学报, 2012,23(Suppl. (2)):42-52.
- WANG Shaorong, WU Di, WANG Guoping. Streamline placement strategy[J]. Journal of Software, 2012,23(Suppl. (2)):42-52. (in Chinese)
- [8] Li L Y, Shen H W. Image-based streamline generation and rendering [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2007,13(3):630-640.
- [9] 徐华勋. 复杂流场特征提取与可视化方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2011.  
XU Huaxun. Extraction and visualization for complex flow field feature [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)
- [10] Hearm D, Baker M P. Computer graphics with OpenGL[M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004.
- [11] Rossl C, Theisel H. Streamlines embedding for 3D vector field exploration[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2012, 18(3): 407-420.

## (上接第 43 页)

- [8] 徐文福,何勇,王学谦,等. 航天器质量特性参数的在轨辨识方法[J]. 宇航学报,2010,31(8):1906-1914.  
XU Wenfu, HE Yong, WANG Xueqian, et al. On orbit identification of mass characteristic parameters for spacecraft[J]. Journal of Astronautics,2010,31(8):1906-1914. (in Chinese)
- [9] 刘伟霞,熊智,郁丰,等. 组合航天器转动惯量在轨两步辨识标定[J]. 中国空间科学技术,2013(4):32-40.  
LIU Weixia, XIONG Zhi, YU Feng, et al. On-orbit calibration technique based on the two-step moment of inertia identification of the combination spacecraft[J]. Chinese Space Science and Technology, 2013(4):32-40. (in Chinese)
- [10] 荆武兴,韦文书,高长生. 基于陀螺测量信息的航天器突变参数识别方法[J]. 系统工程与电子技术,2013,35(9):1928-1932.  
JING Wuxing, WEI Wenshu, GAO Changsheng. Identification of the mutation parameters for the spacecraft based on gyros [J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(9):1928-1932. (in Chinese)
- [11] Sekhavat P, Karpenko M, Ross I M. UKF-based spacecraft parameter estimation using optimal excitation [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Conference, Chicago, Illinois, United States,2009.
- [12] Vandyke M C, Schwartz J L, Hall C D. Unscented Kalman filtering for spacecraft attitude state and parameter estimation[J]. Advances in the Astronautical Sciences,2005,119:217-228.
- [13] Ross I M, Fahroo F. Pseudospectral knotting methods for solving optimal control problems[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics,2004,27(3):397-405.
- [14] Benson D A, Huntington G T, Thorvaldsen T P, et al. Direct trajectory optimization and costate estimation via an orthogonal collocation method [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics,2006,29(6):1435-1440.
- [15] Rao A V, Benson D A, Darby C L, et al. Algorithm 902: GPOPS, A Matlab software for solving multiple-phase optimal control problems using the Gauss pseudospectral method[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2010, 37(2): 22-39.
- [16] Garg D, Patterson M A, Darby C L, et al. Direct trajectory optimization and costate estimation of finite-horizon and infinite-horizon optimal control problems using a radau pseudospectral method [J]. Computational Optimization and Applications,2011,49(2):335-358.
- [17] Garg D, Hager W W, Rao A V. Pseudospectral methods for solving infinite-horizon optimal control problems [J]. Automatica,2011,47(4):829-837.