

特征保持的视点相关三维矢量场流线简化方法*

孔龙星, 汤晓安, 李欢

(国防科技大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:为了解决三维矢量场可视化中流线数量过多造成的遮挡与视觉混乱问题,同时保证流线能够准确描述矢量场变化规律与重要特征,提出了一种基于特征保持的视点相关三维矢量场流线简化方法。采用粒子跟踪生成3D矢量场流线集,并进行视点相关映射;对流线集进行特征保持计算;基于流线视觉效果度量对流线集进行迭代简化计算,从而实现流线集的有效简化。实验结果表明,能够有效保持矢量场的物理特征,且具有较好的流线视觉效果。

关键词:三维矢量场;流线简化;特征保持;视点相关

中图分类号:TP391 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2014)05-124-07

A view-dependent streamline simplification method for 3D vector fields based on feature-preservation

KONG Longxing, TANG Xiaolan, LI Huan

(College of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract:The streamline method is an important method in the visualization of 3D vector fields. A view-dependent streamline simplification method for 3D vector fields based on feature-preservation was proposed to solve the problems of streamline occlusion and visual confusion caused by excessive streamlines, and to ensure the streamlines could present the variation law and important features of vector fields exactly. A streamline set of 3D vector fields was generated by particle tracking and was mapped between view-dependents. A feature-preservation computation of the streamline set was implemented. The streamline set is effectively simplified by computing visual effect metric based on iteration. Experimental results show that the visual effects of the streamlines are enhanced on the basis of valid feature-preservation of vector fields.

Key words: 3D vector fields; streamline simplification; feature-preservation; view-dependent

三维矢量场是一类复杂的空间数据,常用来描述动态变化要素的瞬时采样,如海洋风场、海流、飓风等,是空气动力学及流体力学等的重要研究内容,广泛应用于航空航天、军事指挥、武器试验以及汽车制造等领域。三维矢量场因其数据复杂性,给人们的认知带来挑战,可视化是展现与理解其变化规律的有力工具。三维矢量场可视化方法主要有基于纹理的可视化方法如LIC,基于几何的可视化方法如流线,以及基于图像的可视化方法等^[1]。其中流线可视化方法是目前应用最为广泛的一种方法^[1-2]。

3D矢量场中任意一点的流线方向与该点的矢量方向一致,因此流线可以很好地揭示3D矢量场的变化规律。目前随着3D矢量场的日趋复杂,表征矢量场的流线数量大幅增加,流线之间的遮挡与视觉混乱问题日趋严重,直接影响对3D

矢量场的理解和认知,因此3D矢量场流线的简化显得尤为必要。3D矢量场流线简化的目标是既能增强视点相关流线的视觉效果,降低遮挡与视觉混乱;又能实现物理特征保持,保证流线能够准确描述矢量场变化规律与重要特征。反映流线视觉效果的指标主要为视点相关流线连续性、一致性以及遮挡率^[3];而反映矢量场物理特征的参数主要为拓扑结构^[4]以及流线曲率变化。

针对3D矢量场的流线简化问题,目前的方法主要有两种:一是自顶向下的方法,即首先尽可能多地生成覆盖全定义域范围的流线集,然后依据一定的准则对流线集进行简化。如文献[5]基于矢量场的拓扑结构特征选取流线种子点,然后利用泊松种子点填充空白区域,引入流线长度、曲率以及密度进行简化,该方法忽略了视点相关影响,容易引起流线遮挡与视觉混乱;文献[6]基于

* 收稿日期:2014-03-24

基金项目:国家部委资助项目

作者简介:孔龙星(1988—),男,山西临汾人,博士研究生,E-mail:klxymn@163.com;

汤晓安(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:xatang@nudt.edu.cn

视点相关流线曲率、长度以及遮挡率对流线进行简化,但忽略了矢量场重要的拓扑结构特征。二是自底向上的方法,即流线集生成过程中仅生成部分重要种子点流线或根据流线的特征选择性地放置流线以达到简化的目的。文献[7]引入向量场的出入流差异属性来选择流线的种子点,忽略了曲率及视点的影响;文献[8]提出了一种基于图像的流线方法,即通过在图像空间内控制流线的生成,减少和避免遮挡与视觉混乱现象,但其忽略了密度减小可能造成的临界点周围或曲率较大的重要流线的丢失。综上所述,目前3D矢量场流线简化问题通常从特定角度出发对流线进行选择与简化,不能较好地兼顾矢量场物理特征与视觉效果。

基于以上原因,本文提出了一种基于特征保持的视点相关三维矢量场简化方法。

1 基本思路

本文方法的基本思路如图1所示。

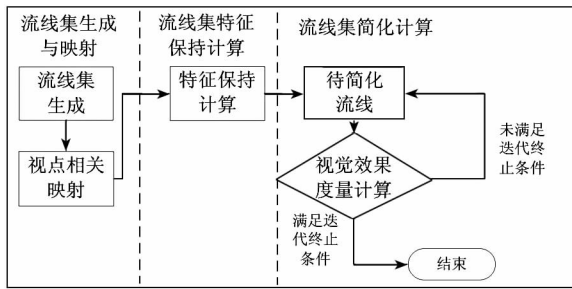


图1 方法基本思路框图

Fig.1 Diagram of basic ideas

该方法主要分为3个步骤:第一步为流线集生成与映射;第二步为流线集特征保持计算,保留满足特征保持的流线;第三步为流线集简化计算,该步骤为迭代简化过程,首先顺序选择不满足特征保持的待简化流线作为输入,然后进行视觉效果度量计算,根据其是否满足视觉效果增强要求决定是否保留流线,最后判断迭代终止条件。

2 3D矢量场流线集生成与映射

2.1 3D矢量场流线集生成

3D矢量场数学表达式为 $\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{x}) : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, 其中:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} u(\mathbf{x}) \\ v(\mathbf{x}) \\ w(\mathbf{x}) \end{pmatrix}; \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; u, v, w, x, y, z \in \mathbb{R} \quad (1)$$

\mathbf{x} 为 \mathbb{R}^3 上的空间坐标向量, $\mathbf{v}(\mathbf{x})$ 为 \mathbf{x} 处的速度

向量。3D 矢量场中满足 $\mathbf{v}(\mathbf{x}_0) = 0$ 的点 \mathbf{x}_0 称为临界点。

对于给定的3D矢量场,将其空间范围划分为 $m \times n \times k$ 个立方栅格。给出一个假定,即空间范围内的点满足 Lipschitz 条件。在该假定的前提下,根据流线存在和唯一性定理^[9],以任意立方栅格的中心为种子点,如果其速度向量不为零,则存在且唯一存在一条经过该点的流线。流线上每点切向与关联矢量场的速度方向相同,即

$$\frac{dx}{u(\mathbf{x})} = \frac{dy}{v(\mathbf{x})} = \frac{dz}{w(\mathbf{x})} \quad (2)$$

对于流线生成计算本文采用粒子跟踪方法^[9],为保证流线计算精度,采用四阶龙格-库塔(Runge-Kutta)方法,即

$$\begin{cases} \mathbf{k}_1 = \Delta t \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}_n) \\ \mathbf{k}_2 = \Delta t \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}_n + \mathbf{k}_1/2) \\ \mathbf{k}_3 = \Delta t \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}_n + \mathbf{k}_2/2) \\ \mathbf{k}_4 = \Delta t \cdot \mathbf{v}(\mathbf{x}_n + \mathbf{k}_3) \\ \mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + (\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4)/6 \end{cases} \quad (3)$$

不同位置种子点生成的流线往往存在重合,为了减少计算复杂度,对存在流线经过的立方栅格其中心点不再作为新的种子点。由此得到一个包含 num 条流线的初始流线集 S 。

2.2 流线集视点相关映射

假定视点位置 $V = (V_x, V_y, V_z)$,以视点位置作为观察坐标系的原点,我们可以确定一条观察轴 Z_{view} (习惯上用 Z 值表示物体的远近),从而利用右手坐标系得到观察坐标系的 X_{view} 轴和 Y_{view} 轴,世界坐标系(World Coordinate, WC)到观察坐标系的变换(View Coordinate, VC)^[10]如图2所示。

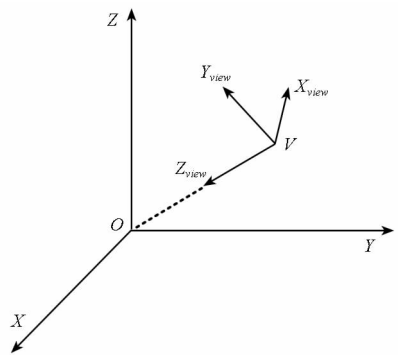


图2 世界坐标系到观察坐标系的变换

Fig.2 Transformation from WC to VC

以流线集 S 中任意一条流线 s_i 为目标流线,对于 s_i 中的任意一点 $P = (P_x, P_y, P_z)$,通过世界坐标系到观察坐标系的变换关系,可以将点 P 从

世界坐标系转换到观察坐标系中得到 $Pv = (Pv_x, Pv_y, Pv_z)$ 。最后通过正投影,观察坐标系中点 Pv 的投影坐标为 $x_p = Pv_x, y_p = Pv_y$, 而其 Z 坐标值 Pv_z 则用于判断其与流线集中其他点之间的遮挡关系。

3 流线集特征保持计算

特征保持计算主要目的是判断流线是否反映矢量场重要物理特征,确保不丢失重要流线。矢量场的拓扑结构主要由临界点、连接临界点的积分曲线以及曲面组成,反映了矢量场的主要结构,因此临界点周边的流线往往与矢量场重要特征密切相关^[4]。同时 3D 矢量场中流线的弯曲程度越大表明该流线往往与重要的物理特征相关(如涡旋等),因而此类流线也需要特别关注^[5]。

本节思路为对于流线集中的流线分别进行拓扑特征保持计算以及曲率变化特征保持计算。这里记保留流线集为 S_R , 初始值为空;记待计算流线集为 S_p , 初始值为 S 。

1) 拓扑特征保持计算

遍历 S_p 中流线,若其趋近于临界点,则将该流线存入 S_R , 并从 S_p 中移除该流线。

2) 曲率变化特征保持计算

通常衡量流线弯曲程度的度量为流线的曲率,曲率变化越大表明流线的弯曲程度越大。

对于流线 $s_i \in S_p$, 如图 3 所示其可以表示为一系列的流线片段 $\{P_1P_2, \dots, P_{m-1}P_m\}$, 图 3 是为方便理解故用二维空间的流线代替三维空间的流线,在计算中仍以三维空间的流线为对象。

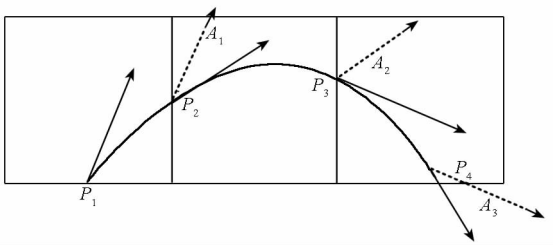


图 3 流线几何曲率

Fig. 3 Geometry curvature of streamline

根据微分几何中的曲率定义,流线上点 P_i 的曲率 $\kappa(P_i), 1 \leq i \leq m$, 可以近似表示为

$$\begin{cases} \kappa(P_1) = 0; \\ \kappa(P_i) = \frac{A_i}{\|P_i - P_{i-1}\|_2}; 2 \leq i \leq m \end{cases} \quad (4)$$

其中 A_i 表示点 P_i 与点 P_{i-1} 两点处切线正正的夹角, $\|P_i - P_{i-1}\|_2$ 是点 P_i 与点 P_{i-1} 之间的欧式距离。根据式(4), s_i 的曲率变化度量值

$Cur(s_i)$ 与初始流线集平均曲率变化度量值 $Ave_cur(S)$ 如式(5)、(6)所示。

$$Cur(s_i) = \sum_{i=1}^m \kappa(P_i) \quad (5)$$

$$Ave_cur(S) = \left(\sum_{j=1}^{num} Cur(s_j) \right) / num \quad (6)$$

遍历 S_p 中流线 s_i , 若 $Cur(s_i)$ 大于 $Ave_cur(S)$, 则将该流线存入 S_R , 并从 S_p 中移除该流线。

4 流线集简化计算

根据流线集特征保持计算结果,定义待简化流线集为 S_p , 流线集简化计算主要是基于迭代法判断 S_p 中流线是否保留。迭代计算输入为当前流线集 S_c (初始值为 S , 流线个数记为 N)、待简化流线 $s_i \in S_p$ 。

本节思路为首先计算待简化流线的视觉效果度量值以确定待简化流线是否保留,然后判断迭代终止条件。而流线视觉效果度量主要通过视点相关下流线的连续性、一致性以及遮挡率衡量^[3]。

1) 连续性变化度量计算

流线连续性描述流线的长度信息,从视觉角度出发与短流线相比,倾向于使用连续的长流线^[3]。对于待简化流线 $s_i \in S_p$, 其视点相关流线的长度 $Len(s_i)$ 与当前流线集 S_c 平均长度 $Ave_len(S_c)$ 如式(7)、(8)所示。

$$Len(s_i) = m \quad (7)$$

$$Ave_len(S_c) = \left[\sum_{j=1}^N Len(s_j) \right] / N \quad (8)$$

其中 m 为流线所占视窗栅格点数, $s_j \in S_c$ 。

根据式(7)、(8), 视点相关流线连续性变化度量值 $f_{con}(s_i)$ 如式(9)所示。

$$f_{con}(s_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } Ave_len(S_c) < Ave_len(S_c - s_i) \\ 0 & \text{if } Ave_len(S_c) \geq Ave_len(S_c - s_i) \end{cases} \quad (9)$$

式(9)表示在流线简化过程中,若简化流线 s_i 后, S_c 平均长度变大则表明 S_c 连续性变好, $f_{con}(s_i)$ 赋予 1; 反之 S_c 连续性变差, $f_{con}(s_i)$ 赋予 0。

2) 一致性变化度量计算

流线一致性描述当前流线集 S_c 中流线之间的分布状态,从视觉角度出发,分布均匀的流线集可视化效果较好^[3]。本文用 Hausdorff 测度来衡量流线之间的距离,即对于 S_c 中任意 2 条流线 $s_i, s_j, i, j \in [1, N]$, 其 Hausdorff 距离^[11] 可以定

义为

$$d_H(s_i, s_j) = \sup \{ \inf [d(x, y) | y \in s_j] | x \in s_i \} \quad (10)$$

其中 $d(x, y) = \|x - y\|_2$ 表示 \mathbb{R}^2 内的欧式距离。

基于式(10),对于待简化流线 s_i ,可以找到除自身之外最邻近的2条流线 s_{i1}, s_{i2} ,这里本文近似将某一流线与最邻近的2条流线之间的 Hausdorff 距离之和作为衡量该流线及周边流线分布状态的参数。因此基于信息熵理论可以计算视点相关流线分布度量值 $f_{dis}(S_C)$ 如式(11)所示。

$$f_{dis}(S_C) = - (1/\log_2 N) \sum_{i=1}^N (p_i \log_2 p_i) \quad (11)$$

其中, $p_i = [d_H(s_i, s_{i1}) + d_H(s_i, s_{i2})]/D_s$, 并且 $D_s = \sum_{i=1}^N [d_H(s_i, s_{i1}) + d_H(s_i, s_{i2})]$ 。从式(11)中可以看出该函数值越趋向于1,则流线集全局分布越趋近于一致。同理可以得到删除流线 s_i 的流线分布度量值 $f_{dis}(S_C - s_i)$ 。

根据式(11),视点相关流线一致性变化度量值 $f_u(s_i)$ 如式(12)所示。

$$f_u(s_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } f_{dis}(S_C) < f_{dis}(S_C - s_i) \\ 0 & \text{if } f_{dis}(S_C) \geq f_{dis}(S_C - s_i) \end{cases} \quad (12)$$

式(12)表示在流线简化过程中,若简化流线 s_i 后 S_C 分布更趋近于均匀则表明 S_C 一致性变好, $f_{con}(s_i)$ 赋予1;反之, S_C 一致性变差, $f_{con}(s_i)$ 赋予0。

3) 遮挡率变化度量计算

流线遮挡率描述视点相关下任意流线被流线集中其他流线遮挡的程度。对于待简化流线 $s_i \in S_p$,可以用 m 个栅格点 $\{p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{im}\}$ 表示。对于任意点 $p_{ij}, 1 \leq j \leq m$,其深度信息 $Dep(p_{ij})$ 可通过视点相关流线集映射关系得到,该信息主要用于计算流线遮挡率。如果其深度信息 $Dep(p_{ij})$ 大于流线集中其他任意一条流线映射到该点处的深度信息,则代表点 p_{ij} 被遮挡,记为 $O(p_{ij}) = 1$;反之, $O(p_{ij}) = 0$ 。流线 s_i 的遮挡率 $Occ(s_i)$ 与当前流线集 S_C 的平均遮挡率 $Ave_occ(S_C)$ 如式(13)、式(14)所示。

$$Occ(s_i) = \left(\sum_{j=1}^m O(p_{ij}) \right) / m \quad (13)$$

$$Ave_occ(S_C) = \left(\sum_{j=1}^N Occ(s_j) \right) / N \quad (14)$$

根据式(13)、式(14),视点相关流线遮挡率变化度量值 $f_{occ}(s_i)$ 如式(15)所示。

$$f_{occ}(s_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } Ave_occ(S_C) > Ave_occ(S_C - s_i) \\ 0 & \text{if } Ave_occ(S_C) \leq Ave_occ(S_C - s_i) \end{cases} \quad (15)$$

式(15)表示在流线简化过程中,若简化流线 s_i 后流线集平均遮挡率变低则 $f_{occ}(s_i)$ 赋予1;反之, $f_{occ}(s_i)$ 赋予0。

4) 流线视觉效果度量计算

根据式(9)、式(12)、式(15),计算流线视点相关视觉效果度量值 $f_{view}(s_i)$ 如式(16)所示。

$$f_{view}(s_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } f_{con}(s_i) \cap f_u(s_i) \cap f_{occ}(s_i) \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (16)$$

若 $f_{view}(s_i)$ 等于1表明在不满足物理特征保持的前提下,简化该流线能够增强矢量场视觉效果,则删除该流线,并从当前流线集 S_C 以及待简化流线集 S_p 中移除该流线,然后判断迭代终止条件;否则说明该流线虽然不满足物理特征保持,但流线的简化会降低视觉效果,因此需要保留该流线。

5) 迭代终止条件

流线集迭代简化计算过程终止条件为迭代次数超过初始待简化流线集中流线个数。若满足迭代终止条件,则当前流线集 S_C 为本文简化方法得到的简化流线集。

5 实验与结果分析

本文实验主要采用仿真数据与实测数据两类数据,采用仿真数据的目的是我们事先可以获得矢量场特征等先验知识。实验思路为基于本文方法对两类数据进行简化,并与文献[5-6]方法进行对比。实验平台为 Matlab。

1) 仿真数据实验

仿真数据来自于文献[11],其为一个源点(0,0,0)到一个汇点(1,1,1)的三维矢量场数据,数据共包含8个临界点。实验中设置采样间隔将三维矢量场数据定义域范围划分为 $10 \times 10 \times 10$ 个立方栅格,设置四阶 Runge - Kutta 积分步长 $\Delta t = 0.1$,得到如图4所示实验结果,图中黑色线条表示临界点附近流线,白色线条表示其他流线。图4(a)表示包含193条流线的初始流线集;图4(b)表示本文方法简化结果,经简化后流线数量减少为71条,其中黑色流线即临界点附近流线共13条;图4(c)表示文献[5]方法简化结果,其简化后流线集个数为73条,文献[5]方法与视点无关,可以观察到其遮挡率比图4(b)高;图4(d)表示文献[6]方法简化结果,其简化后流线集个数为73条,文献[6]方法未考虑流线集的拓扑结构特征,其简化后临界点附近流线个数为0。

仿真数据实验结果对比如表1所示。

表 1 仿真数据实验结果对比

Tab. 1 Experimentetal results comparison of simulation data

	初始流 线集	本文 方法	文献[5] 方法	文献[6] 方法
流线个数	193	71	73	73
临界点附 近流线个数	13	13	13	0
平均曲率	0.5131	0.5922	0.5842	0.5792
平均长度	22.2280	24.6620	24.3256	24.5234
一致性指数	0.9671	0.9877	0.9901	0.9949
平均遮挡率	0.5739	0.3677	0.4226	0.3706

2) 实测数据实验

实测数据为飓风 Isabel 实测数据,该数据为 IEEE Visualization 2004 Contest 测试数据,由美国国家大气研究中心提供,其主要是对西经 $83^{\circ}W \sim 62^{\circ}W$ 、北纬 $23.7^{\circ}N \sim 41.7^{\circ}N$ 、高度 $0.035km$ 到 $19.835km$ 空间范围的风场进行等间距测量,得到一个包含 $500 \times 500 \times 100$ 个矢量的复杂风场数据。

实验中设置采样间隔将三维矢量场数据定义域范围分割为 $10 \times 10 \times 10$ 个立方栅格,同时设置流线生成中四阶 Runge - Kutta 方法的积分步长 $\Delta t = 1$,得到如图 5 所示实验结果,同样图中黑色

线条表示临界点附近流线,白色线条表示其他流线。图 5(a)表示未经过简化的流线集,其中包含 487 条流线;图 5(b)表示本文方法简化结果,经简化后流线数量减少为 177 条,其中黑色线条表示临界点附近流线共 99 条;图 5(c)表示文献[5]方法简化结果,经简化后流线数量减少为 171 条;图 5(d)表示文献[6]方法简化结果,其简化后流线集数量减少为 173 条,黑色线条表示临界点附近流线,共 42 条,从图中可以观察到与图 5(b)相比,黑色线条即临界点附近流线大大减少。

实测数据实验结果对比如表 2 所示。

表 2 实测数据实验结果对比

Tab. 2 Experimental results comparison of measured data

	初始流 线集	本文 方法	文献[5] 方法	文献[6] 方法
流线个数	487	177	171	173
临界点附近 流线个数	99	99	99	42
一致性指数	0.9522	0.9792	0.9901	0.9848
平均长度	17.2382	24.4068	23.6241	25.5731
平均曲率	1.3337	2.6253	2.5324	2.4355
平均遮挡率	0.5149	0.3259	0.3998	0.3584

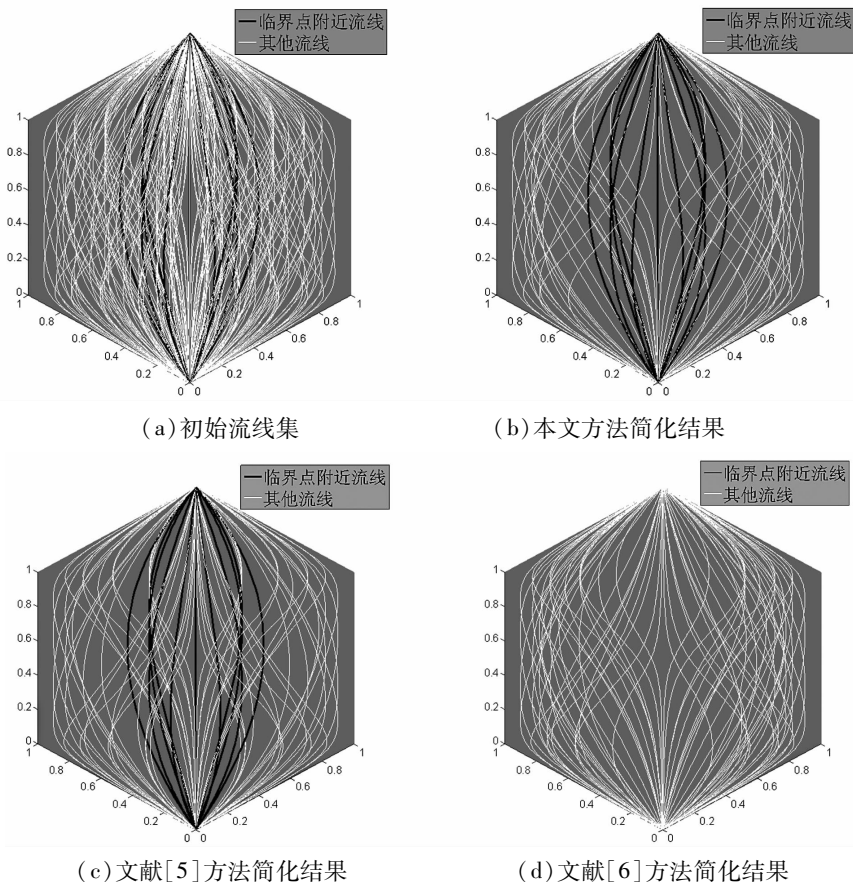


图 4 仿真数据实验结果

Fig. 4 Experimental results of simulation data

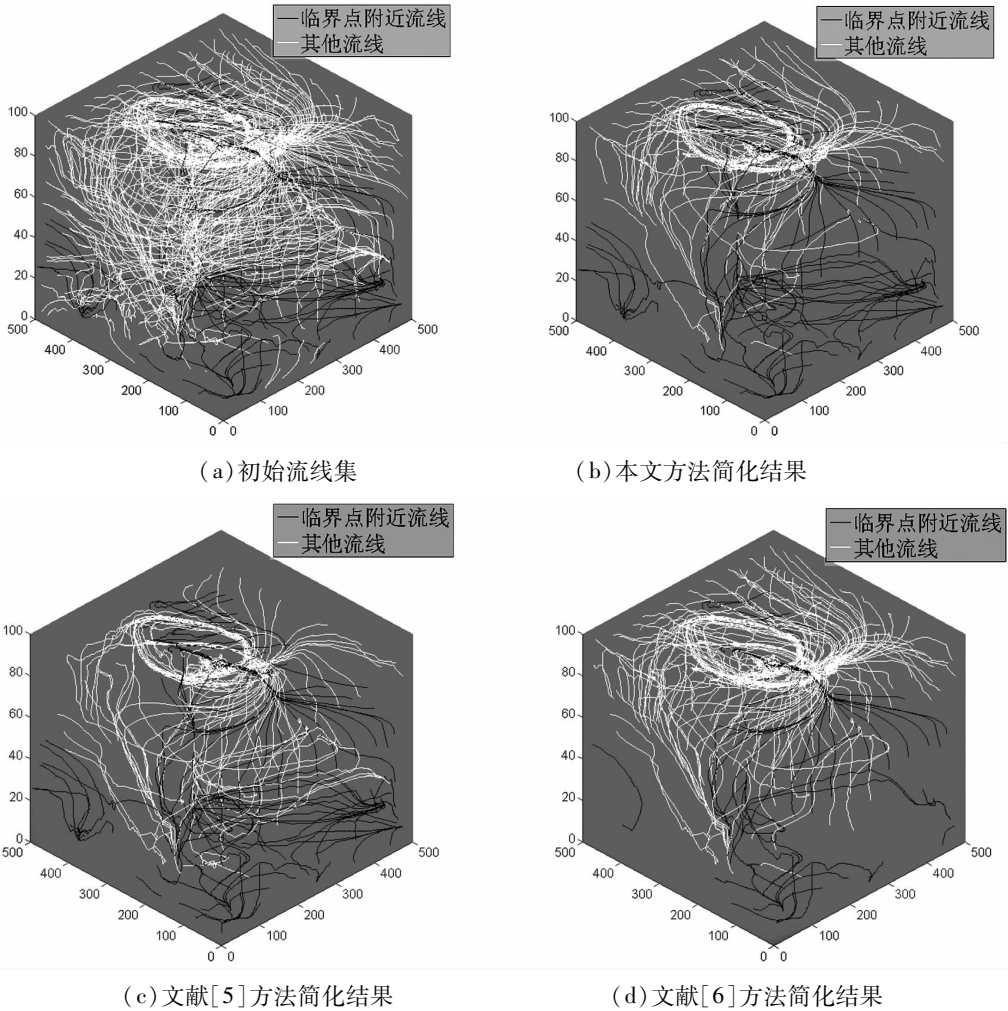


图5 实测数据实验结果

Fig. 5 Experimental results of measured data

3) 实验结果分析

从图4、表1、图5以及表2可以看出:

① 本文方法可以全部保留临界点附近流线,保证临界点附近重要特征不会丢失,同时流线集平均曲率变大,满足曲率变化特征保持;

② 本文方法可以大大减少流线数量,流线遮挡率相应降低;

③ 应用本文方法流线平均长度变大,符合流线连续性要求,同时流线更趋近于一致。

④ 文献[5]方法在简化过程中未考虑视点相关,导致其简化后遮挡率比本文方法高。从其他角度出发,文献[5]与本文方法相当。

⑤ 文献[6]方法在简化过程中未考虑矢量场的拓扑结构特征,导致简化后的流线中临界点附近的流线大量减少。从其他角度出发,文献[6]与本文效果相当。

综上所述,本文方法能够保持反映物理特征的重要流线;同时可以大大减少流线数量,降低遮挡率,流线集更趋向于连续与一致,提高了矢量场

流线的视觉效果。其局限性主要体现在流线迭代简化过程涉及较多的数学计算,效率方面需要进一步提高。

6 结论

本文提出了一种基于特征保持的视点相关三维矢量场流线简化方法。该方法在保证矢量场重要特征流线的基础上降低了遮挡率,提高了连续性与一致性,取得了较好的视觉效果。采用一类仿真数据及一类实测 Isabel 飓风数据展开实验,实验结果验证了方法的有效性。进一步研究集中在如何提高计算效率,如基于并行架构的计算方法等。

参考文献 (References)

- [1] Ma J, Wang C, Shene C K. Coherent view-dependent streamline selection for importance-driven flow visualization[C]//Proceedings of SPIE, 2013, 8654.
- [2] Lu K, Chaudhuri A, Lee T Y, et al. Exploring vector fields with distribution-based streamline analysis[C]//Visualization

- Symposium (PacificVis), IEEE Pacific, 2013:257-264.
- [3] Verma V, Kao D, Pang A. A flow-guided streamline seeding strategy[C]//Proceedings of the conference on Visualization, 2000:163-170.
- [4] 吴晓莉,史美萍,贺汉根. 基于特征提取的三维流线分布算法[J]. 国防科学技术大学学报,2008,30(2):102-106.
WU Xiaoli, SHI Meiping, HE Hangen. Feature extracting based 3D streamline placement algorithm [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2008, 30(2): 102-106. (in Chinese)
- [5] Ye X H, Kao D, Pang A. Strategy for seeding 3D streamlines[C]//Proceedings of the IEEE Visualization, 2005: 471-478.
- [6] Marchesin S, Chen CK, Ho C, et al. View-dependent streamlines for 3D vector fields [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2010, 16(6): 1578-1586.
- [7] 王少荣,吴迪,汪国平. 一种流线放置方法[J]. 软件学报, 2012,23(Suppl. (2)):42-52.
- WANG Shaorong, WU Di, WANG Guoping. Streamline placement strategy[J]. Journal of Software, 2012,23(Suppl. (2)):42-52. (in Chinese)
- [8] Li L Y, Shen H W. Image-based streamline generation and rendering [J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2007,13(3):630-640.
- [9] 徐华勋. 复杂流场特征提取与可视化方法研究[D]. 长沙:国防科学技术大学,2011.
XU Huaxun. Extraction and visualization for complex flow field feature [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2011. (in Chinese)
- [10] Hearne D, Baker M P. Computer graphics with OpenGL[M]. 3rd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2004.
- [11] Rossl C, Theisel H. Streamlines embedding for 3D vector field exploration[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2012, 18(3): 407-420.

(上接第 43 页)

- [8] 徐文福,何勇,王学谦,等. 航天器质量特性参数的在轨辨识方法[J]. 宇航学报,2010,31(8):1906-1914.
XU Wenfu, HE Yong, WANG Xueqian, et al. On orbit identification of mass characteristic parameters for spacecraft[J]. Journal of Astronautics,2010,31(8):1906-1914. (in Chinese)
- [9] 刘伟霞,熊智,郁丰,等. 组合航天器转动惯量在轨两步辨识标定[J]. 中国空间科学技术,2013(4):32-40.
LIU Weixia, XIONG Zhi, YU Feng, et al. On-orbit calibration technique based on the two-step moment of inertia identification of the combination spacecraft[J]. Chinese Space Science and Technology, 2013(4):32-40. (in Chinese)
- [10] 荆武兴,韦文书,高长生. 基于陀螺测量信息的航天器突变参数识别方法[J]. 系统工程与电子技术,2013,35(9):1928-1932.
JING Wuxing, WEI Wenshu, GAO Changsheng. Identification of the mutation parameters for the spacecraft based on gyros [J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(9):1928-1932. (in Chinese)
- [11] Sekhavat P, Karpenko M, Ross I M. UKF-based spacecraft parameter estimation using optimal excitation [C]. AIAA Guidance, Navigation, and Conference, Chicago, Illinois, United States,2009.
- [12] Vandyke M C, Schwartz J L, Hall C D. Unscented Kalman filtering for spacecraft attitude state and parameter estimation[J]. Advances in the Astronautical Sciences,2005,119:217-228.
- [13] Ross I M, Fahroo F. Pseudospectral knotting methods for solving optimal control problems[J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics,2004,27(3):397-405.
- [14] Benson D A, Huntington G T, Thorvaldsen T P, et al. Direct trajectory optimization and costate estimation via an orthogonal collocation method [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics,2006,29(6):1435-1440.
- [15] Rao A V, Benson D A, Darby C L, et al. Algorithm 902: GPOPS, A Matlab software for solving multiple-phase optimal control problems using the Gauss pseudospectral method[J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2010, 37(2): 22-39.
- [16] Garg D, Patterson M A, Darby C L, et al. Direct trajectory optimization and costate estimation of finite-horizon and infinite-horizon optimal control problems using a radau pseudospectral method [J]. Computational Optimization and Applications,2011,49(2):335-358.
- [17] Garg D, Hager W W, Rao A V. Pseudospectral methods for solving infinite-horizon optimal control problems [J]. Automatica,2011,47(4):829-837.