

预制缺陷柱壳结构的等效裂纹分析方法*

申志彬,张维星

(国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

摘要:针对传统有限元法在分析预制缺陷柱壳时出现的应力/应变计算精度不足、无法有效指导工程实践的问题,提出了一种具有高冗余度的等效裂纹分析方法。将预制缺陷视作典型裂纹,基于奇异裂纹元法对其进行裂纹稳定性分析,并根据稳定性分析结果来评估预制缺陷柱壳的结构完整性。通过该方法得到的分析结果具有比常规有限元分析更高的可靠性,对于导弹线式爆炸分离装置等工作环境恶劣、风险系数较高的预制缺陷柱壳结构而言,该方法有助于提升其设计的安全裕度,具有一定的工程实用性。

关键词:预制缺陷;奇异裂纹元;线式爆炸分离装置;结构完整性;等效裂纹分析

中图分类号: O346.1 V421.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-2486(2014)05-155-07

Equivalent crack analysis method of the cylindrical shell with prefabricated defects

SHEN Zhibin, ZHANG Weixing

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Focusing on the problem that the traditional finite element analysis results of the cylindrical shell with prefabricated defects could not be applied on the engineering practice effectively due to the low computing precision of stress and strain, an equivalent crack analysis method with high redundancy was proposed. Treat the prefabricated defects as typical crack, and analyze the crack stability with the singular crack element method, then assess the structural integrity of the cylindrical shell with prefabricated defects according to the analytical results of the crack stability. The analysis result obtained through this new method is more reliable than the traditional finite element method, and it is practical in promoting the safety margin of the engineering design, especially for the prefabricated defects of cylindrical shell structure working in severe environment with high risk coefficient like linear explosive separation device of the missile.

Key words: prefabricated defects; singular crack element; linear explosive separation device; structural integrity; equivalent crack analysis.

预制缺陷柱壳被广泛应用于导弹分离装置、杀伤爆破战斗部等武器装备构件上^[1-2],其主要作用是通过在壳壁上预制切口、凹槽等缺陷,来实现对柱壳破裂位置及破裂规律的特殊控制,以达到预期的战术技术指标^[3]。

预制缺陷的存在不仅改变了柱壳的几何形状,而且直接影响结构的应力分布规律,使得缺陷处产生很强的应力集中。研究表明,若柱壳外表面存在微小缺陷,即使其深度不到厚度尺寸的1/100,也会产生超出无缺陷时数十倍的等效塑形应变^[4]。而且预制缺陷越接近理想尖裂纹,缺陷处的应力集中程度就越严重^[5]。在工程中,预制缺陷柱壳对应力集中的利用和防治是设计人员经常要碰到的问题。以导弹线式爆炸分离装置为例,在导爆索爆炸产生的冲击载荷作用下,环向削弱

槽产生很强的应力集中,使得柱壳能够沿该处断裂,实现弹体的解锁分离;但是在导弹分离前的飞行过程中,又要确保分离装置有足够的连接强度和刚度,使得在复杂载荷作用下预制缺陷处产生的应力集中不影响分离装置的结构完整性^[6],即既要分离可靠,又要连接可靠。

国内外学者针对预制缺陷柱壳开展了多方面的研究。张世文等^[7]采用含微缺陷的圆管模型分析了缺陷方向和位置对圆管膨胀破裂的影响;吴成等^[8]以内刻V形槽战斗部圆柱壳体为研究对象,利用数值模拟方法得到了应力集中系数与内刻槽圆柱壳体几何结构参量关系的函数表达式,并推导出内刻槽圆柱壳体的临界断裂应变判据;Hiroe等^[9]研究了几种不同形式预制切口柱壳在爆炸载荷作用下的断裂情况,分析了切口预

* 收稿日期:2014-03-25

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(11132012);国防科学技术大学科研计划资助项目(JC13-01-03)

作者简介:申志彬(1983—),男,河南鹤壁人,讲师,博士,E-mail:zb_shen@yeah.net

制位置、对称情况以及内部载荷对柱壳破裂的影响,并将切口效应引入柱壳断裂能计算公式中。

到目前为止,针对预制缺陷柱壳的研究基本集中在冲击载荷作用下柱壳的破坏问题,而对于复杂静态载荷下柱壳的结构完整性则鲜有关注。由于预制缺陷处会产生较大的应力集中,在利用传统有限元法处理这类问题时,得到的应力解精度不高^[10],利用这些结果指导工程实践可能导致灾难性后果。本文提出将预制缺陷当作裂纹处理,并以导弹线式爆炸分离装置为例,利用奇异裂纹元法对其进行裂纹稳定性分析,然后根据稳定性分析结果评估预制缺陷柱壳的结构完整性。

1 预制缺陷柱壳的常规有限元分析

1.1 有限元模型

本文以一种典型的预制缺陷柱壳——安装在导弹头罩部位的柔性导爆索线式爆炸分离装置为研究对象,对其进行有限元分析。该分离装置主要由两部分组成:分离面和保护罩,二者由 120 个均布螺栓连接在一起。鉴于分离装置的循环对称结构,沿环向截取整体的 1/120 进行建模,利用商业有限元软件 MSC. Patran 建立的有限元模型如图 1 所示。

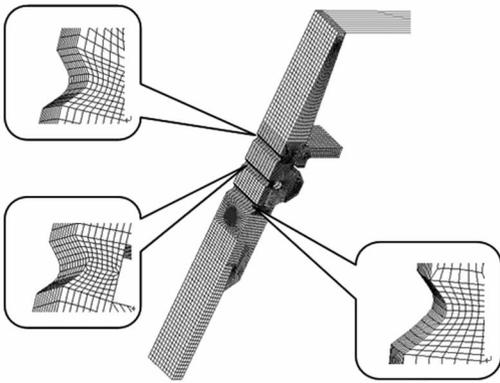


图 1 分离装置的有限元模型

Fig. 1 The finite element model of the separation device

从有限元模型中可以看出,分离面上共有 3 个预制切槽:1 个削弱槽和 2 个止裂槽,三者的局部放大图如图 1 所示。止裂槽分布在削弱槽两侧,以利于分离面在爆炸时被顺利切断且不会使裂纹扩展到弹体其他部位;保护罩有利于柔性导爆索的安装和固定,并且在爆炸分离时能阻挡爆炸碎片进入弹体内部。最终的有限元模型共划分单元 28 110 个,节点 34 271 个。采用多点约束 (MPC) 中的 RBE2 单元来表征分离壳体与保护罩之间的螺栓连接,并且考虑二者之间接触面的接触效应。此外,为了提高分析的精度,对预制缺陷

处和螺栓所在位置进行网格加密处理。

线式爆炸分离装置的两部分结构分别采用不同的材料,其中分离面材料为 ZL205A - T6,保护罩材料为铝合金 6061 - T652,两种材料的力学性能参数如表 1 所示。

表 1 分离装置的材料参数

Tab. 2 The material parameters of the separation device

	弹性模量 E (MPa)	泊松比 ν	密度 ρ (g/cm^3)	热膨胀系数 α ($1/\text{K}$)
分离面	70 000	0.30	2.82	2.2×10^{-5}
保护罩	68 900	0.33	2.7	2.36×10^{-5}

1.2 结构完整性分析

分别针对水平静止放置、飞行中承受最大过载、飞行中承受风载 3 种工况下的线式爆炸分离装置进行结构完整性分析。

综合考虑 3 种工况下分离装置的边界条件,对有限元模型施加轴向位移约束和环向位移约束。同时,将作用在导弹弹体上的发动机推力、气动力、重力等经过传递和分配,分解为作用在模型横截面上的轴向力、剪力、弯矩和外压。经过分解后作用在模型上的载荷值如表 2 所示。

表 2 不同工况下作用在模型上的载荷

Tab. 2 The loads in different load cases

	轴压 (N)	剪力 (N)	弯矩 ($\text{N} \cdot \text{m}$)	外压 (MPa)
工况一	0	16.7	39.745	0
工况二	347	250	21.114	0.06
工况三	222	306	166.7	0.075

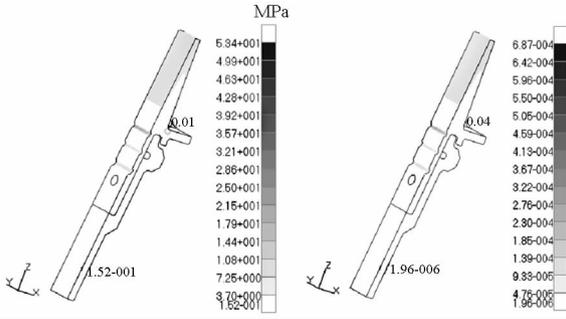
在第一种工况下,分离装置的应力/应变云纹图如图 2 所示。削弱槽和止裂槽处均出现了应力集中,其中上止裂槽位置的应力集中程度相对较高。有限元模型上最大的应力为 53.4MPa,应变为 0.0687%,均出现在保护罩顶端与分离面接触的位置。

在第二种工况下,分离装置的应力/应变云纹图如图 3 所示。和第一种工况相比,削弱槽和止裂槽处均出现了更大的应力集中。上止裂槽位置的应力为 226MPa,应变为 0.28%,分别为有限元模型上最大的应力和应变。

在第三种工况下,分离装置的应力/应变云纹图如图 4 所示。从云纹图可知,上止裂槽位置的应力集中程度最高,该处应力为 272MPa,应变为 0.336%。

1.3 结果讨论

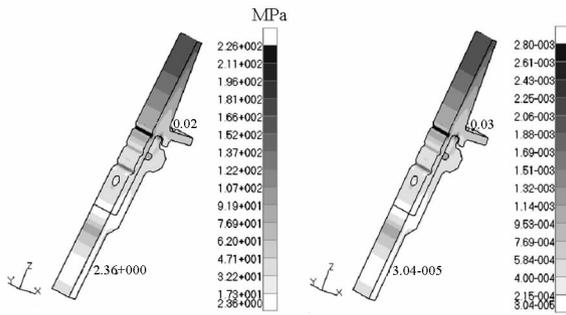
ZL205A - T6 材料的极限抗拉强度 σ_b 为



(a) 应力云纹图 (b) 应变云纹图

图2 第一种工况下的 Von Mises 应力/应变云纹图

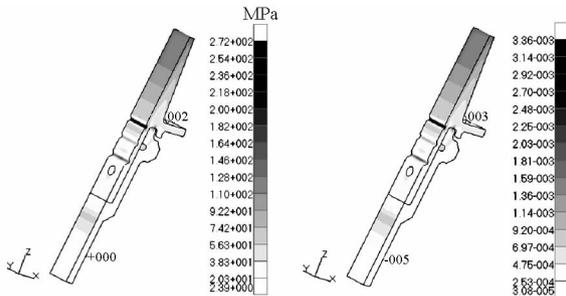
Fig.2 The Von Mises stress/strain distribution in the first load case



(a) 应力云纹图 (b) 应变云纹图

图3 第二种工况下的 Von Mises 应力/应变云纹图

Fig.3 The Von Mises stress/strain distribution in the second load case



(a) 应力云纹图 (b) 应变云纹图

图4 第三种工况下的 Von Mises 应力/应变云纹图

Fig.4 The Von Mises stress/strain distribution in the third load case

460MPa, 铝合金 6061 - T652 材料的极限抗拉强度为 310MPa。对比以上各组分析结果, 由于 3 种工况下的 Von Mises 应变值很小, 故不予考虑, 而应力值均小于相应材料的抗拉强度。按照材料力学的强度理论, 可以得出分离装置满足完整性要求, 不会发生结构破坏的结论。

但是在工程应用中, 有时却会发生满足完整性要求的分离装置出现意外破坏的现象, 直接影响到其正常分离。主要原因在于: 在传统的有限元理论中, 通过插值得到的位移解在全域是连续

的, 但应力解和应变解在单元间一般是不连续的, 往往需要通过单元/节点平均或应力磨平的方式进行后处理; 另一方面, 在边界上应力解一般也与力的边界条件不完全符合^[10]。由此可知, 通过有限元分析得到的应力/应变值并不精确, 而这种不精确在应力集中位置表现得尤为明显。由于预制缺陷处产生了很强的应力集中, 导致有限元分析结果与实际工作状态中的应力/应变值相差较大。

为了克服以上缺陷, 尽可能避免由于数值分析而引起的工程失误, 常用方法是通过加密网格来提高计算精度, 但是这样会使计算量大增而精度提高的并不多, 无法满足工程应用的要求。本文提出将预制缺陷视作典型裂纹处理, 对其进行裂纹稳定性分析。由于一般的裂纹比预制缺陷更危险, 更容易引起结构破坏, 因此只要裂纹稳定, 即可充分说明原预制缺陷处也是安全的。这种分析方法对于线式爆炸分离装置等对连接可靠性有特殊要求的构件而言具有很强的现实意义。

2 预制缺陷柱壳的等效裂纹分析

2.1 内嵌裂纹尖端的奇异裂纹元法

根据断裂力学中的 Williams 理论, 裂纹尖端的应力、应变和位移均可以表示成为应力强度因子 K 、极坐标 r 和 θ 的函数, 其中, 应力和位移的表达式如下:

$$\sigma_{ij}^N = \frac{K_N}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^N(\theta) \quad (1)$$

$$u_i^N = K_N \sqrt{\frac{r}{\pi}} g_i^N(\theta) \quad (2)$$

式(1)、(2)中, r 和 θ 为以裂尖为原点的极坐标, $N = \text{I, II, III}$ 分别表示 I 型、II 型和 III 型裂纹, σ_{ij}^N ($i, j = 1, 2, 3$) 和 u_i^N ($i = 1, 2, 3$) 分别为应力分量和位移分量, $f_{ij}^N(\theta)$ 和 $g_i^N(\theta)$ 为 θ 的表达式。由式(1)、(2)可知, 在裂纹尖端 $r \rightarrow 0$ 时应力趋于无穷大, 这一性质即应力的奇异性。为确保有限元计算结果的收敛性, 需要将解析的裂尖渐进行为套入内插函数, 使裂尖位移具有 \sqrt{r} 项, 从而使得应力场具有 $1/\sqrt{r}$ 阶奇异性^[11]。

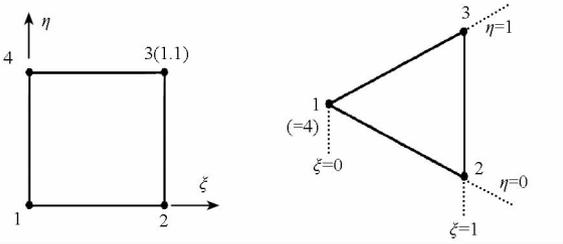
如图 5(a) 所示为四节点四边形单元, 构建其沿 1-4 边使位移具有 \sqrt{r} 阶的形函数为:

$$N_1(\xi, \eta) = (1 - \sqrt{\xi})(1 - \eta) \quad (3)$$

$$N_2(\xi, \eta) = \sqrt{\xi}(1 - \eta) \quad (4)$$

$$N_3(\xi, \eta) = \sqrt{\xi}\eta \quad (5)$$

$$N_4(\xi, \eta) = (1 - \sqrt{\xi})\eta \quad (6)$$



(a) 四节点四边形单元 (b) 三角形奇异等参单元

图 5 塌缩四边形单元的 1-4 边构建奇异单元

Fig. 5 The construction of singular element through collapsing the edge 1-4 of the quadrilateral element

通过塌缩四边形单元 1-4 边, 将节点 1 与节点 4 重合在一起, 形成了图 5(b) 所示的三角形奇异等参单元。单元内部从节点 1 所在的缝端出发的任何一条射线均具有 \sqrt{r} 阶行为, 也即应力具有 $1/\sqrt{r}$ 阶奇异性。三角形单元中节点 1 的形函数由原四边形单元节点 1 和节点 4 的形函数叠加而成, 如式(7)所示。

$$N_1(\xi, \eta) \leftarrow N_1(\xi, \eta) + N_4(\xi, \eta) = 1 - \sqrt{\xi} \quad (7)$$

节点 2 和 3 的形函数与原四边形单元保持一致。

根据二维三角形奇异单元的形函数构造方法, 相应地推导出三维奇异单元的形函数。

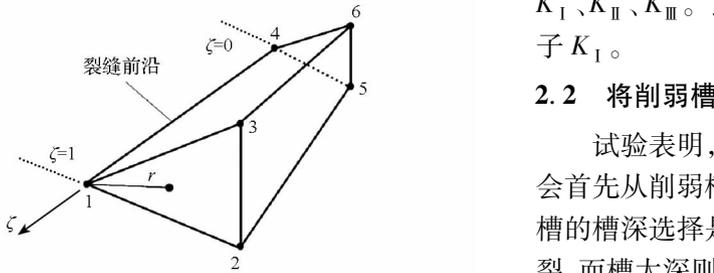


图 6 六节点楔形体奇异等参单元

Fig. 6 Sphenoid singular isoparametric element with 6 nodes

图 6 所示为三维六节点楔形体奇异等参单元, 其裂缝前沿具有奇异性。相应的形函数如下式:

$$N_1(\xi, \eta, \zeta) = N_1(\xi, \eta)\zeta \quad (8)$$

$$N_2(\xi, \eta, \zeta) = N_2(\xi, \eta)\zeta \quad (9)$$

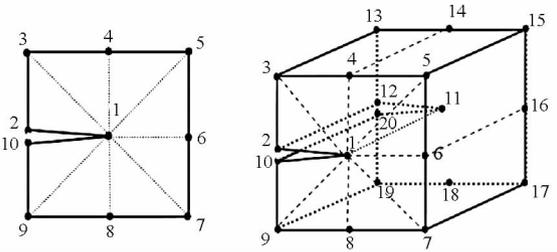
$$N_3(\xi, \eta, \zeta) = N_3(\xi, \eta)\zeta \quad (10)$$

$$N_4(\xi, \eta, \zeta) = N_1(\xi, \eta)(1 - \zeta) \quad (11)$$

$$N_5(\xi, \eta, \zeta) = N_2(\xi, \eta)(1 - \zeta) \quad (12)$$

$$N_6(\xi, \eta, \zeta) = N_3(\xi, \eta)(1 - \zeta) \quad (13)$$

图 7(a) 所示为二维奇异裂纹单元, 简称平面裂纹元, 由 8 个三角形奇异单元环绕奇异点 (节点 1) 构成, 奇异点重合构成了裂纹元的裂尖。图 7(b) 所示为三维奇异裂纹单元, 简称体裂纹元, 由 8 个六节点楔形体奇异等参单元绕奇异边 (1-11 边) 构成, 奇异边重合成为体裂纹元的裂尖。



(a) 平面裂纹元 (b) 体裂纹元

图 7 平面裂纹元和体裂纹元

Fig. 7 The planar crack element and solid crack element

在数值计算过程中, 将包含裂尖的单元用奇异裂纹元代替, 其他单元仍使用常规单元。将奇异裂纹元的刚度矩阵与常规单元刚度矩阵相组集, 即可得到整体刚度矩阵。采用与常规有限元法相同的解法求出整体的位移场、应力场和应变场。根据裂纹尖端的位移解, 利用式(2)即可求得应力强度因子 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 。

MSC. Nastran 基于该有限元方法开发了特殊的奇异裂纹单元。在分析过程中, 通过对过程文件的修改, 将裂尖周围的常规单元用奇异裂纹单元代替, 并定义裂纹单元的属性。提交求解器运算后, 在结果文件中可以找到相关的断裂参数 K_I 、 K_{II} 、 K_{III} 。此处重点关注 I 型应力强度因子 K_I 。

2.2 将削弱槽视作典型裂纹时的结构分析

试验表明, 线式爆炸分离装置在分离过程中会首先从削弱槽处断开, 因此, 在结构设计时削弱槽的槽深选择是一个关键问题: 槽太浅了无法断裂, 而槽太深则可能导致导弹在前期飞行时出现结构破坏。由于分离装置既要保证分离可靠, 又要保证连接可靠, 因此有必要首先将削弱槽视为受力情况更危险的典型裂纹来处理。

如图 8 所示, 将削弱槽视为环向表面裂纹, 裂尖位于削弱槽的最底端, 如图中深色直线所示的位置。假设裂纹深度与削弱槽深度一致, 并将裂尖周围常规单元用奇异裂纹元代替, 即得到了削弱槽的全裂纹模型。提交 Nastran 运算后, 通过读取结果文件得到裂尖的应力强度因子。3 种工况下的断裂参数 (K_I 、 K_{II} 、 K_{III}) 分析结果如表 3 所示。鉴于模型中每个奇异单元都有相应的应力强度因子值, 而将所有结果列出太占篇幅, 所以此处仅选取对后续分析有较大参考价值的最大应力强度因子值列于表中。经分析后所得 Von Mises 应力云纹图如图 9 所示。

根据表 3 的分析结果可知, 削弱槽处的应力强度因子 K_{II} 和 K_{III} 均较小, 且二者与 K_I 相比要差

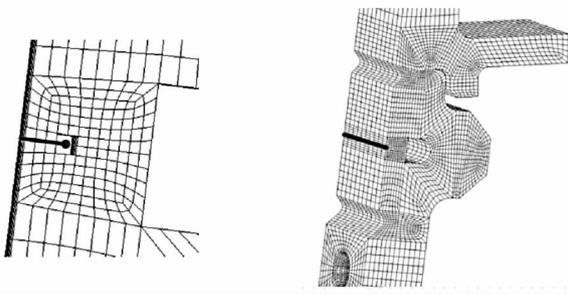
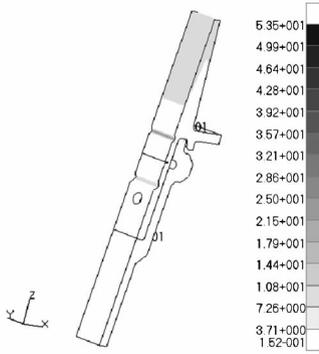


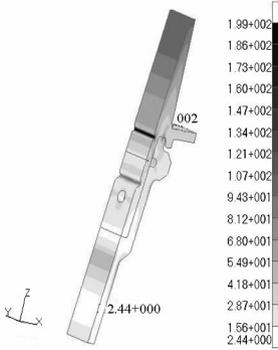
图 8 削弱槽裂纹模型示意图

Fig. 8 The equivalent crack model of the weakened notch

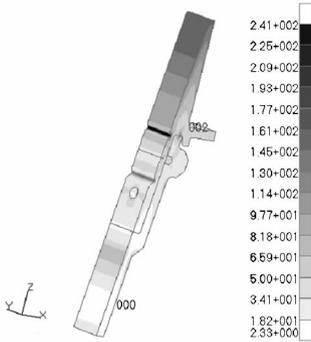


(a) 第一工况下的应力云纹图

(a) The stress distribution in the first load case



(b) 第二工况下的应力云纹图



(c) 第三工况下的应力云纹图

图 9 将削弱槽视为裂纹时的 Von Mises 应力云纹图
Fig. 9 The Von Mises stress distribution when treating the weakened notch as crack

表 3 三种工况下的断裂参量

Tab. 3 The crack parameters in the three load cases

最大应力强度因子 (MPa $\sqrt{\text{mm}}$)	K_I	K_{II}	K_{III}
工况一	3.83	-0.19	0.011
工况二	53.6	-3.44	0.13
工况三	68.67	-4.06	0.16

导弹静止放置时,削弱槽处最大的应力强度因子 $K_I = 3.83 \text{MPa} \sqrt{\text{mm}}$,而从已有试验中知道 ZL-205A 材料的起裂韧度 $K_{IC} = 573.64 \text{MPa} \sqrt{\text{mm}}$ 。可见 $K_I < K_{IC}$,削弱槽处的等效裂纹稳定。

飞行过程中承受最大过载时,削弱槽处最大的应力强度因子 $K_I = 53.6 \text{MPa} \sqrt{\text{mm}}$,由于 $K_I < K_{IC}$,因此削弱槽处的等效裂纹稳定,不会发生扩展。

飞行过程中承受风载时,削弱槽处最大的应力强度因子 $K_I = 68.67 \text{MPa} \sqrt{\text{mm}}$,由于 $K_I < K_{IC}$,因此削弱槽处的等效裂纹稳定,不会发生扩展。

2.3 将削弱槽和止裂槽均视为裂纹时的结构分析

从常规有限元分析结果中可以看出,应力集中程度最强的位置在上止裂槽处。因而在对分离前的分离装置进行分析时,单纯把削弱槽当作裂纹处理并不能全面反映其最危险的工作状态。因此在前一步等效裂纹分析的基础上,将两条止裂槽也视为环向表面裂纹进行处理,如图 10 所示,

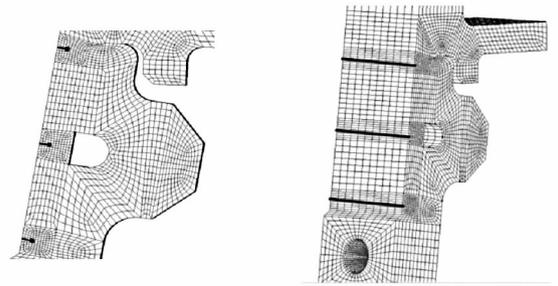
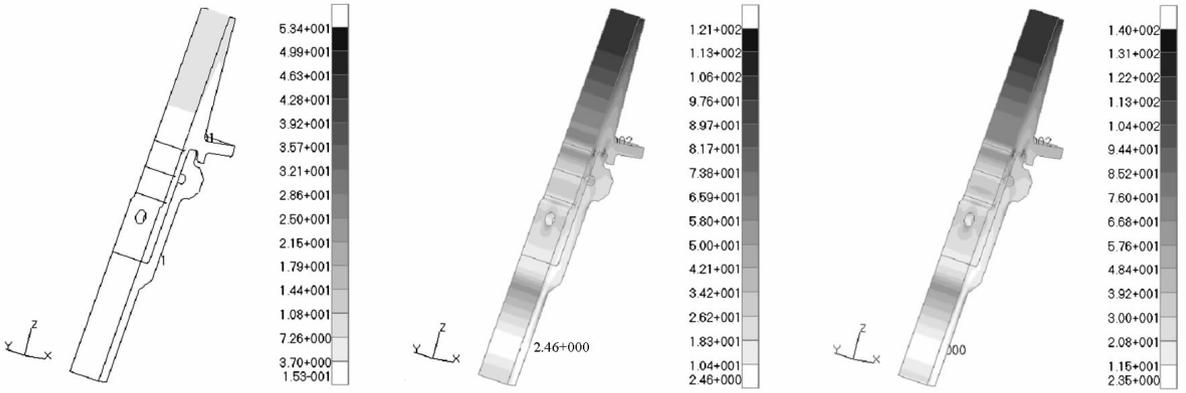


图 10 削弱槽和止裂槽均视为裂纹时的模型示意图
Fig. 10 The equivalent crack model of all the three notches

深色直线所示的位置即为裂纹位置。经过分析后所得的 Von Mises 应力云纹图如图 11 所示。和 2.2 节出现的情况一样,由于裂尖周围的常规单元被删除,而取代常规单元的奇异裂纹元并未在云纹图中出现,因此云纹图中的应力结果较常规单元分析结果偏小。

3 种工况下的断裂参量分析结果如表 4 所示, K_{II} 和 K_{III} 与 K_I 相比要小得多。所以在进行裂纹稳定性分析时,忽略 K_{II} 和 K_{III} ,而仅考虑 K_I 的影响。

1 到 2 个数量级。所以在进行裂纹稳定性分析时,忽略 K_{II} 和 K_{III} ,仅考虑 I 型应力强度因子 K_I 对裂纹稳定性的影响。



(a)第一工况下的应力云纹图 (b)第二工况下的应力云纹图 (c)第三工况下的应力云纹图

图 11 将削弱槽和止裂槽均视为裂纹时的 Von Mises 应力云纹图

Fig. 11 The Von Mises stress distribution when treating all the three notches as crack

表 4 三种工况下的断裂参量

Tab. 4 The crack parameters in the three load cases

最大应力强度因子 (MPa $\sqrt{\text{mm}}$)	K_I	K_{II}	K_{III}
工况一	8.58	0.19	0.24
工况二	135.6	-3.37	4.09
工况三	164.2	-3.98	5.02

水平静止放置时,等效裂纹处最大的 I 型应力强度因子 $K_I = 8.58 \text{MPa} \sqrt{\text{mm}}$,出现在上止裂槽位置。由于 $K_I < K_{IC}$,因此等效裂纹稳定,不会扩展。

飞行过程中承受最大过载时,3 条等效裂纹中最大的应力强度因子 $K_I = 135.6 \text{MPa} \sqrt{\text{mm}}$,出现在上止裂槽处。由于 $K_I < K_{IC}$,因此等效裂纹稳定。

飞行过程中承受风载时,3 条等效裂纹中最大的应力强度因子 $K_I = 164.2 \text{MPa} \sqrt{\text{mm}}$,出现在上止裂槽位置。由于 $K_I < K_{IC}$,因此等效裂纹稳定。

综合以上分析结果可知,无论是将削弱槽单独当作裂纹处理,还是把削弱槽和止裂槽均当作裂纹处理,等效裂纹都是稳定的,不会发生扩展。而且对比所得的应力强度因子值和材料的断裂韧性后可知,裂纹尚有足够的安全裕度。由于裂纹的应力集中程度要远高于普通缺陷,其失效的风险也要更大,因此在裂纹稳定的情况下,可知爆炸前导弹分离装置满足结构完整性要求,不会发生破坏。

3 结论

针对工程中预制缺陷柱壳结构的有限元分析

问题,提出了一种等效裂纹分析方法,并将其运用到导弹线式爆炸分离装置的结构完整性分析中。通过常规有限元分析来确定预制缺陷处的应力集中程度,并根据需要将缺陷位置用裂纹代替,然后应用奇异裂纹元法对其进行裂纹稳定性分析,并根据稳定性分析结果来评估柱壳的结构完整性。由于裂纹比普通缺陷更容易失效,因此利用该方法所得的完整性分析结果一般具有较大的冗余度。对于类似导弹分离装置等工作环境恶劣、失效风险较高的预制缺陷柱壳结构而言,该方法不仅可以较好地改善传统有限元分析的可靠性,而且也给同类问题提供了一种有效的工程解决方案,具有一定实用性。

参考文献 (References)

[1] 侯世明. 导弹总体设计与试验[M]. 北京:中国宇航出版社,2009.
HOU Shiming. Overall design and test of missile [M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2009. (in Chinese)

[2] Arnold W, Rottenkolber E. Fragment mass distribution of metal cased explosive charges [J]. International Journal of Impact Engineering, 2008, 35(12): 1393-1398.

[3] 彭正午. 刻槽参数对预控破片战斗部杀伤威力的影响研究[D]. 南京:南京理工大学,2013.
PENG Zhengwu. The research about the effect of groove parameters on the lethality of the preformed fragment warhead [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2013. (in Chinese)

[4] 张世文, 金山, 刘仓理. 含缺陷厚壁圆管爆轰膨胀断裂的数值模拟[J]. 应用力学学报, 2010, 27(3): 622-625.
ZHANG Shiwen, JIN Shan, LIU Cangli. The numerical

- simulation on the detonation expansion fracture of thick wall pipe with defects[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2010, 27(3):622-625. (in Chinese)
- [5] 金山,张世文,龙建华. 缺陷对圆管膨胀断裂影响的实验研究[J]. 高压物理学报, 2011, 25(2):188-192.
JIN Shan, ZHANG Shiwen, LONG Jianhua. The experimental research about the effect of defects on the pipe expansion fracture[J]. Journal of High Pressure Physics, 2011, 25(2): 188-192. (in Chinese)
- [6] 田锡惠. 导弹结构·材料·强度(上)[M]. 北京:中国宇航出版社,2009.
TIAN Xihui. Missile structure·material·strength[M]. Beijing: China Astronautic Publishing House, 2009. (in Chinese)
- [7] 张世文,刘仓理,于锦泉. 微缺陷对圆管膨胀断裂的影响[J]. 爆炸与冲击, 2008,28(4): 316-323.
ZHANG Shiwen, LIU Cangli, YU Jinquan. The effect of microdefect on the pipe expansion fracture[J]. Explosion and Shock, 2008,28(4): 316-323. (in Chinese)
- [8] 吴成,倪艳光,张渝霞. 内刻V形槽半预制破片战斗部壳体的断裂准则[J]. 北京理工大学学报, 2008,28(7):569-572.
- WU Cheng, NI Yanguang, ZHANG Yuxia. Critical fracture criterion on shells of controlled fragmenting war-head with V-notches on their inner surface[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2008, 28(7): 569-572. (in Chinese)
- [9] Hiroe T, Fujiwara K, Hata H. Deformation and fragmentation behavior of exploded metal cylinders and the effects of wall materials, configuration, explosive energy and initiated locations[J]. International Journal of Impact Engineering, 2008, 35(12): 1578-1586.
- [10] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京:清华大学出版社,2011.
WANG Xucheng. Finite element method[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2011. (in Chinese)
- [11] 袁端才,雷勇军,唐国金,等. 奇异裂纹单元在固体导弹发动机药柱裂纹分析中的应用[J]. 试验技术与试验机, 2006(2): 1-4.
YUAN Duancai, LEI Yongjun, TANG Guojin, et al. The using of singular crack elements in crack analysis of solid missile motor grain[J]. Test Technology and Testing Machine, 2006(2): 1-4. (in Chinese)