

## 动圈扬声器涡流阻抗建模\*

孔晓鹏,曾新吾,田章福

(国防科技大学 光电科学与工程学院,湖南 长沙 410073)

**摘要:**由音圈涡流效应引起的涡流阻抗对小信号下动圈扬声器的高频响应影响较大。基于集总参数系统等效电路法,将涡流阻抗的幅值和相位分别表示为角频率的幂指数函数,提出了音圈涡流阻抗的幂指模型。使用激光阻抗测量系统,测量得到了3种类型6只扬声器单元的电阻抗曲线,并采用最小二乘法对实测阻抗进行曲线拟合,得到了涡流阻抗的模型参数。分析了模拟阻抗值与实测值的误差,结果表明:幂指模型的模拟结果准确反映了实测涡流阻抗随频率的变化规律,幅值和相位误差均较小,与实验吻合较好。

**关键词:**动圈扬声器;涡流效应;等效电路;曲线拟合

**中图分类号:** O343.5   **文献标志码:** A   **文章编号:** 1001-2486(2014)06-037-06

## Modeling of eddy current impedance in moving-coil loudspeakers

KONG Xiaopeng, ZENG Xinwu, TIAN Zhangfu

(College of Opto-electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The eddy current impedance in voice coil affects the behaviors of the high-frequency response of moving-coil loudspeakers under small input voltage. Based on the equivalent electrical circuit method in lumped parametric system and using the power exponent function of angular frequency to fit the magnitude and phase of the eddy current impedance, the power exponent function model of voice-coil eddy-current impedance was presented. The electrical impedance curves of six loudspeaker units in three types were obtained by using the laser impedance measurement system and the model parameters of eddy current impedance were identified by fitting the measured impedance curves with the least square method. Error comparisons between the simulative values and the measured data show that the power exponent function model can accurately reflect the change relationships between the measured eddy-current impedance and frequency. The magnitude and phase have small errors and behave good correspondences with the measured data.

**Key words:** moving-coil loudspeakers; eddy-current effect; equivalent electrical circuit; curve-fitting

动圈扬声器是一种将电磁能转化为机械能,然后由机械能转化为声能的能量转换器,是电磁场、机械场和声场等多种物理场共同作用的结果。动圈扬声器主要由永磁体、音圈、振膜以及支撑振膜振动的支撑系统等结构构成,其作用就是最大限度地声音重放而无信号失真。根据电声行业“十二五”规划,2015年我国电声器件和音响器材产量预计达到127.5亿只,年增长10%<sup>[1]</sup>。扬声器产业已经成为我国工业重要组成成分之一。

目前,对扬声器设计和性能的研究绝大多数都是基于等效电路法建立起来的电路模型。小信号作用下,动圈扬声器失真较小,主要表现为线性响应。高频区,音圈涡流对扬声器电阻抗影响较大。音圈在加载高频电流时产生的涡流效应<sup>[2-9]</sup>,使得与其作用的永磁场强度降低,引起能量耗散,造成电感损失,结果使扬声器在高频区的

阻抗值迅速增加,输出响应降低,缩小了扬声器频率响应范围。为描述这一涡流阻抗,基于集总参数系统等效电路法,目前有4种经典模型。Wright<sup>[5]</sup>采用4个参数分别对涡流阻抗的幅值和相位进行能量加权,提出了Wright模型。Leach<sup>[4]</sup>采用角频率的幂指数函数,使用幅值和幂指系数两个参数来描述涡流阻抗,并通过对实验数据的曲线拟合,给出了模型中幂指数系数的取值范围。Klippel<sup>[6]</sup>采用一电感并联一电阻再与另一电感串联的电路模拟音圈中的涡流现象,提出了LR2电路模型,该模型对中、低频扬声器的涡流阻抗模拟效果较好,但对高频扬声器的模拟精度不高,其最大适用频率为扬声器共振频率的40倍。Thorborg等<sup>[7-8]</sup>引入与频率平方根相关的半电感<sup>[10]</sup>模拟音圈中的涡流现象和肌肤效应,并通过与实验数据的对比,发现该模型对采用高导磁

\* 收稿日期:2014-04-28

作者简介:孔晓鹏(1987—),男,山东济宁人,博士研究生,E-mail:kongxp@nudt.edu.cn;

曾新吾(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:xinwuzeng@nudt.edu.cn

率的扬声器的模拟精度较高,但该模型包含 5 个独立的参数,电路参数辨识过程需要耗费大量的时间。研究表明,以上 4 种经典模型,不同类型的扬声器模拟精度差别较大,都不具有广泛适用性。目前,尚没有公开的文献对以上 4 种模型的模拟精度进行比较,也没有提出一个精度高的广泛适用模型。

本文首先采用集总参数系统等效电路法,基于涡流阻抗随频率的近似变化规律,提出了幂指模型;其次,应用 Klippel 扬声器电阻抗测量系统分别测量了低频、中频和 高频 3 种类型 6 只扬声器单元的电阻抗,通过拾取扬声器 T/S 基本参数间接得到了实测涡流阻抗值;然后,通过对实测阻抗曲线进行最小二乘拟合,得到了涡流阻抗模型的参数;最后,分析了模拟结果与实测涡流阻抗的误差。

### 1 等效电路模型

小信号下,声场对扬声器输出响应影响较小,其作用可忽略,扬声器的集总参数系统的等效电路可由图 1 表示<sup>[4-10]</sup>,图中电磁场主要由音圈直流电阻  $R_e$ , 涡流阻抗  $Z_L$  及力因子  $Bl$  来表示;机械场主要由振膜、支撑系统和音圈的总质量  $M_{ms}$ 、支撑系统的柔度  $C_{ms}$  和支撑系统阻尼  $R_{ms}$  来表示; $E$  为输入电压,  $v$  为音圈振动速度,  $I$  为音圈输入电流。

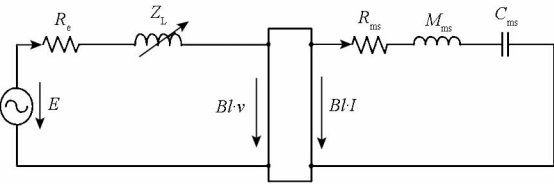


图 1 动圈扬声器等效电路图

Fig. 1 The equivalent circuit of moving-coil loudspeaker

由图 1 和 Kirchhoff 电压准则得:

$$E(t) = R_e I(t) + Z_L I(t) + Bl \frac{\partial x}{\partial t} \quad (1)$$

$$Bl \cdot I(t) = M_{ms} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + R_{ms} \frac{\partial x}{\partial t} + x(t)/C_{ms}$$

式(1)中  $t$  表示时间,  $x(t)$  为音圈振动位移。式(1)经 Laplace 变换,可得频域的 Kirchhoff 方程:

$$E(j\omega) = R_e I(j\omega) + Z_L I(j\omega) + j\omega Bl \cdot x(j\omega)$$

$$Bl \cdot I(j\omega) = -M_{ms} \omega^2 + j\omega R_{ms} x(j\omega) + x(j\omega)/C_{ms} \quad (2)$$

式(2)中  $\omega$  为角频率,  $j$  为虚数单位。忽略扬声器支撑系统的蠕变效应<sup>[11-12]</sup>, 结合式(1)和式(2)可得扬声器电阻抗  $Z_E(j\omega)$ , 如式(3)所示。

$$Z_E(j\omega) = \frac{E(j\omega)}{I(j\omega)} = R_e + Z_L(j\omega) + Z_M(j\omega) \quad (3)$$

$$Z_M(j\omega) = Bl^2 / [j\omega M_{ms} + 1/(j\omega C_{ms}) + R_{ms}]$$

式(3)中  $Z_M(j\omega)$  为扬声器振膜和支撑系统的机械阻抗。不同电感损失模型下的涡流阻抗  $Z_L(j\omega)$  可由图 2 的等效电路表示。

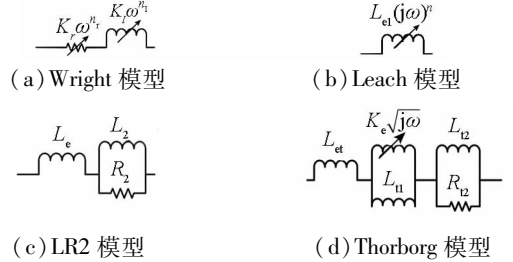


图 2 涡流阻抗等效电路图

Fig. 2 Equivalent electrical circuit of eddy current impedance

#### 1.1 Wright 模型

Wright 采用 4 个参数来描述涡流阻抗:实部电阻幅值  $K_r$  和  $\omega$  的幂指数  $n_r$ ;虚部电感幅值  $K_l$  和  $\omega$  的幂指数  $n_l$ 。如图 2(a) 所示, 涡流阻抗为:

$$Z_L(j\omega) = K_r \omega^{n_r} + jK_l \omega^{n_l} \quad (4)$$

#### 1.2 Leach 模型

如图 2(b) 所示, Leach 通过对实验数据的曲线拟合,将 Wright 模型中的 4 个参数简化为 2 个参数——幅值  $L_{el}$  和幂指数  $n$ :

$$Z_L(j\omega) = L_{el}(j\omega)^n, 0 < n < 1 \quad (5)$$

通过对大量实验数据的曲线拟合, Leach 指出  $n$  通常的取值范围为 0.7 ~ 0.8。需指出,由于幂指数为非整数,传统的 Kirchhoff 方程式(2)无法描述 Wright 模型和 Leach 模型,导致上述两种模型一直没有被应用到扬声器非线性方程中。然而,近年来分数阶微分方程<sup>[13]</sup>数值方法的发展,为 Wright 模型和 Leach 模型引入非线性方程提供了一种数学手段。

#### 1.3 LR2 模型

如图 2(c) 所示, Klippel 采用一电感  $L_2$  和一电阻  $R_2$  并联,再串联另一电感  $L_e$  的方式建立了音圈电感损失 LR2 模型, 涡流阻抗为:

$$Z_L(j\omega) = j\omega L_e + \frac{j\omega L_2 R_2}{j\omega L_2 + R_2} \quad (6)$$

#### 1.4 Thorborg 模型

Thorborg 采用一个复杂的电路结构,并引入一个与角频率平方根相关的半电感  $K_e$ , 如图 2(d) 所示,其涡流阻抗为:

$$Z_L(j\omega) = j\omega L_{el} + \frac{j\omega L_{l1} \cdot \sqrt{j\omega} K_e}{j\omega L_{l1} + \sqrt{j\omega} K_e} + \frac{j\omega L_{l2} R_{l2}}{j\omega L_{l2} + R_{l2}} \quad (7)$$

### 1.5 幂指模型

文献[14]中的实验测量和有限元数值模拟结果表明,涡流阻抗幅值随角频率幂指数增加。本文根据文献[14]提供的实例和操作方法,对扬声器的磁路系统进行了有限元仿真,得到了音圈涡流阻抗幅值和相位随频率的变化情况,如图3所示。

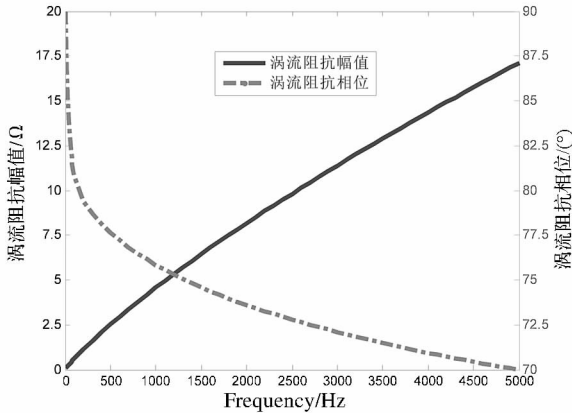


图3 音圈涡流阻抗随频率的变化

Fig.3 Changes of voice-coil eddy-current impedance along with frequency

图3表明,音圈涡流阻抗幅值随频率的增加近似幂指数增加,而相位却随频率的增加呈幂指数减小。因此,可通过两个幂指数函数分别表示涡流阻抗的幅值和相位,即:

$$Z_L(j\omega) = L_{ex}\omega^p e^{j\theta(\omega)}, 0 < p < 1$$

$$\theta(\omega) = \frac{\pi}{2}\omega^{-q}, 0 < q < 1$$
(8)

### 2 动圈扬声器电阻抗测量

在现有技术和设备下,无法精确地直接测量涡流阻抗<sup>[8-9]</sup>,因此,通过测量扬声器的电阻抗值,确定基本参数后,间接得到实测涡流阻抗值。选取低频、中频和高频3种类型的6只扬声器单元进行电阻抗测量,扬声器单元型号和尺寸如表1所示。

表1 实测扬声器类型和尺寸

Tab.1 Specifications of six tested loudspeakers

扬声器编号	单元品牌	单元类型	直径 /in*	共振频率/Hz
1	Peerless 831727	低频	10	30.1
2	Scanspeaker 25W/8565	低频	10	29.6
3	Scanspeaker 15W/8530	中频	5.25	39.1
4	Peerless 850108	中频	5.25	111.5
5	Vifa P13WG-10-04	中频	5.25	116.5
6	Tymphany	高频	2	142.1

\* 1 in(英寸) = 2.54cm

### 2.1 实验装置

由于测量精度高、速度快,集信号发生、拾取和处理为一体,近年来 Klippel 激光测量系统在扬声器电阻抗测量中得到了广泛的使用。图4给出了 Klippel 测量分析系统的示意图,其中  $x(t)$  由 KEYENCE CO. LK-G32 激光器测量得到。扬声器的阻抗时域信号可由  $E(t)/I(t)$  计算得到,然后经傅里叶变换得到频域信号;系统的传递函数可由  $x(t)/E(t)$  计算得到。测量空间布置如图5所示,所测扬声器单元被固定在支架上,水平放置以减小重力对音圈初始位移的影响。通过调整支架壁与扬声器单元的距离,激光器被固定在所测振膜振动位移的最佳位置上。测量房间的容积大于  $30m^3$ ,且测量装置离墙面的距离大于  $1m$ ,房间声学的影响可忽略<sup>[4]</sup>。

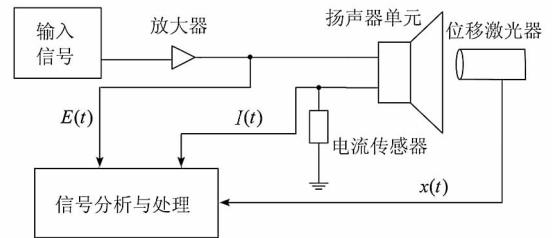


图4 Klippel 测量分析系统示意图

Fig.4 A sketch of the Klippel measuring analysis system

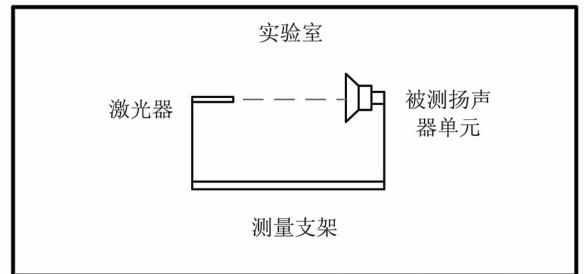


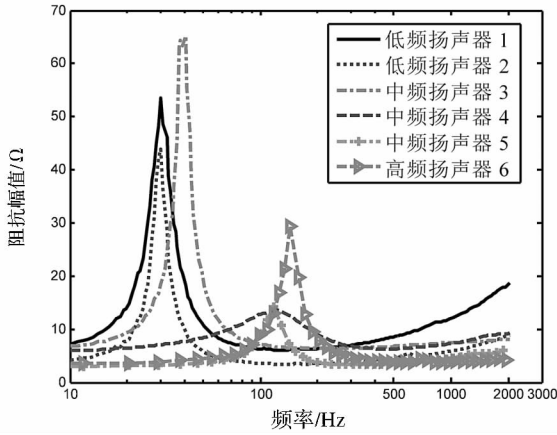
图5 扬声器单元测量空间布置示意

Fig.5 A spatial arrangement sketch of measuring equipment

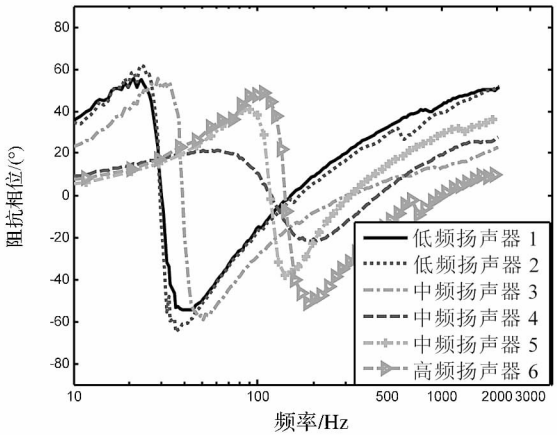
### 2.2 测量结果

输入电压均值不高于  $0.1V$ ,以保证扬声器工作在线性阶段,避免扬声器的非线性效应。所测扬声器的电阻抗幅值和相位如图6所示。

图6表明,在扬声器共振频率(见表1)处,阻抗幅值最大,相位约为  $0^\circ$ ,为典型的强迫振动系统阻抗曲线。以低频扬声器1为例,  $100Hz \sim 500Hz$  阻抗幅值从  $7\Omega$  增加到  $8.5\Omega$ ,变化很小,但当频率大于  $500Hz$  时,阻抗幅值增加较大,这是因为在高频区涡流阻抗对扬声器阻抗的影响较大。



(a) 阻抗幅值



(b) 阻抗相位

图 6 实测扬声器电阻抗

Fig. 6 Measured electrical impedances of loudspeakers

### 3 实测涡流阻抗与曲线拟合

#### 3.1 实测涡流阻抗

为获得各种模型参数及模拟精度,为方便比较本文所提出的幂指模型与其他 4 种经典模型的差别,基于上节测量得到的扬声器电阻抗  $Z_{E\text{meas}}(j\omega)$ ,根据文献[15]中通过实测电阻抗曲线确定 T/S 参数的方法,确定参数  $R_e, Bl, M_{ms}, C_{ms}$  和  $R_{ms}$  的实测值,表 2 给出了 6 只扬声器上述 5 个参数的测量结果,由此可得到实测涡流阻抗值  $Z_{L\text{meas}}(j\omega)$ 。

$$Z_{L\text{meas}}(j\omega) = Z_{E\text{meas}}(j\omega) - R_e - \frac{Bl^2}{[j\omega M_{ms} + 1/(j\omega C_{ms}) + R_{ms}]} \quad (9)$$

#### 3.2 曲线拟合

不考虑低于扬声器共振频率区域的涡流阻抗,根据  $Z_L(j\omega)$  的计算公式对  $Z_{L\text{meas}}(j\omega)$  曲线进行拟合,到模型参数。曲线拟合采用最小二乘法,计算得到的模型曲线是满足均方根误差  $\kappa$  最小的曲线。

表 2 实测扬声器基本参数

Tab. 2 Basic parameters of six tested loudspeakers

扬声器	$R_e / \Omega$	$Bl / (\text{N/A})$	$M_{ms} / \text{g}$	$C_{ms} / (\text{mm/N})$	$R_{ms} / (\text{Ns/m})$
1	5.237	13.940	99.838	0.281	4.243
2	3.240	8.990	83.833	0.343	2.009
3	5.850	6.890	22.302	0.743	0.764
4	5.860	9.700	19.510	0.382	2.462
5	2.966	6.250	21.106	0.088	3.385
6	3.503	3.576	2.935	0.429	0.577

$$\kappa = \sum_{i=1}^m \left( \left\| \frac{Z_L(j\omega_i) - Z_{L\text{meas}}(j\omega_i)}{Z_{L\text{meas}}(j\omega_i)} \right\|_2^2 \right) \quad (10)$$

模型参数获取过程如图 7 所示。首先,给定模型参数的初始值;第二,通过给定的初始值计算涡流阻抗的模拟值;第三,引入实测值,计算与模拟值的均方根误差  $\kappa$ ;第四,采用最速下降法改变初始值,再次计算  $\kappa$ ;最后,选择最小  $\kappa$  值,与此对应的初始预测值即是最优的模型参数。各等效电路模型的初始值如表 3 所示,最速下降法的迭代次数为 1000 次。

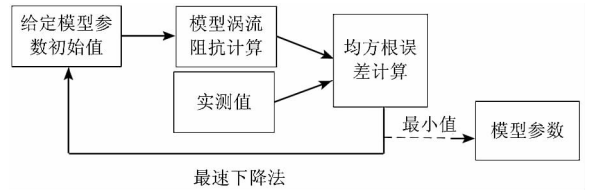


图 7 模型参数获取示意

Fig. 7 A sketch of model parameters obtaining

表 3 模型初始值

Tab. 3 The initial values of model parameters

模型参数	$K_r, K_l, L_{el}, L_e, L_2,$ $L_{et}, K_e, L_{t1}, L_{t2}, L_{ex}$	$n_r, n_1 n, p, q$	$R_2, R_{t2}$
初始值	0.001	0.5	0.1

### 4 模拟结果与实测值的比较

为了便于比较各种模型的精度,分别定义幅值误差  $\zeta_m$  和相位误差  $\zeta_p$ :

$$\zeta_m(\%) = \sqrt{\frac{\sum_i (|Z_{\text{model}}| - |Z_{\text{meas}}|)^2}{\sum_i |Z_{\text{meas}}|^2}} \times 100\% \quad (11)$$

$$\zeta_p(^{\circ}) = \left| \frac{\sum_i [\arg(Z_{\text{model}}/Z_{\text{meas}})]}{N} \right| \times \frac{180}{\pi} \quad (12)$$

式(12)中  $N$  为频率数量,  $\arg(\cdot)$  为相位求解算子。对于所测的 6 只扬声器单元,图 8 给出了 5

种模型的幅值和相位误差。

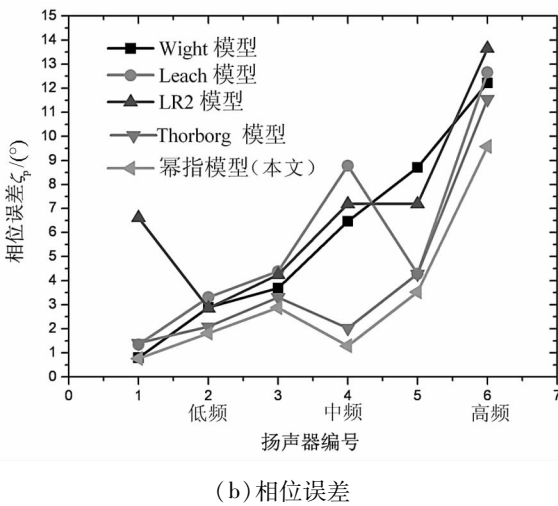
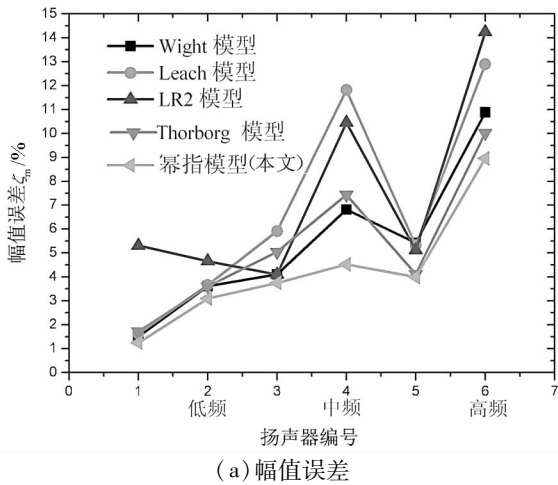


图8 曲线拟合误差

Fig. 8 The fitting errors of model curves

对本文所测的6只扬声器,图8显示:与其他经典模型相比,本文所提出的幂指模型的幅值误差和相位误差均最小,与实验吻合最好;选取模拟精度较高的低频扬声器1和中频扬声器5,图9分别给出了扬声器1和扬声器5涡流阻抗的幅值和相位与实测值的比较。

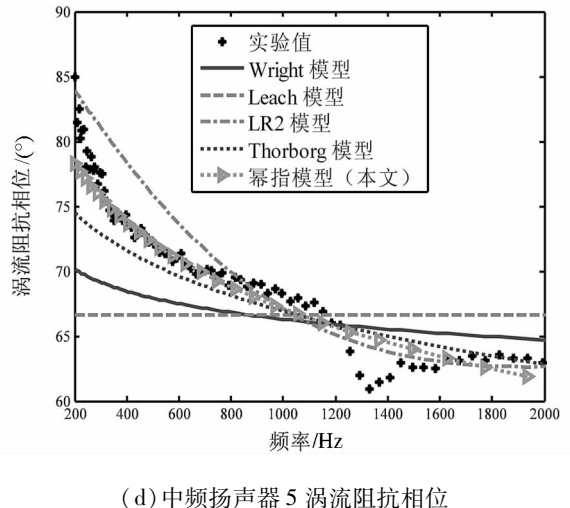
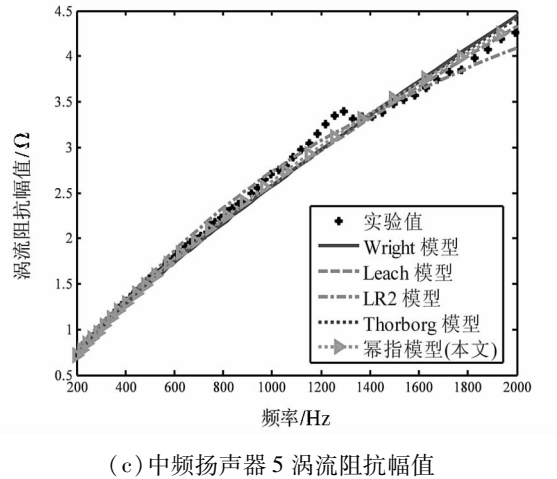
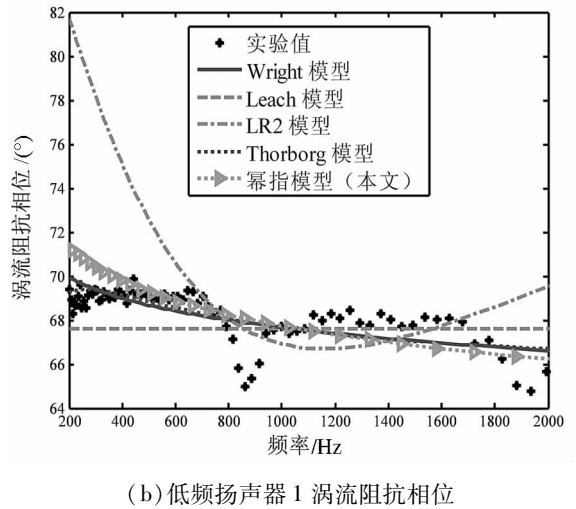
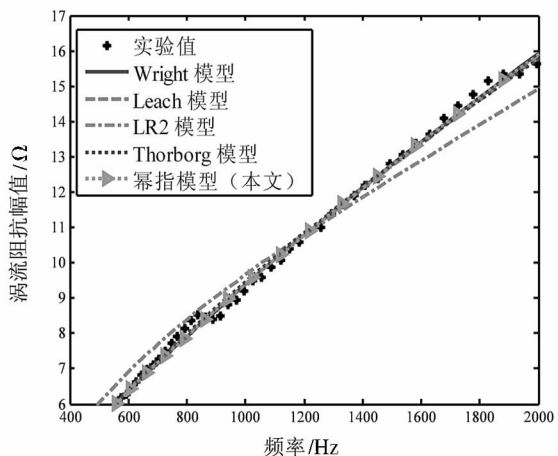


图9 模型拟合与实测值之间的比较

Fig. 9 Measured and fitted impedance of loudspeaker 1 and 5

图9表明:

1) 对于涡流阻抗幅值,5种模型均能正确反映幅值随频率的变化规律,其中幂指模型的模拟精度最好,与实验吻合度最高,LR2模型模拟值与实验值在高频区相差较大,模拟结果较差。

2) 对于涡流阻抗相位随频率的变化规律,本文实测值与图3一致,吻合较好。5种模型中,只

有幂指模型能够准确反映实测相位随频率变化的规律,且误差最小,与实验吻合最好。

需指出,受扬声器定心支片的反共振<sup>[16]</sup>或振膜分割振动<sup>[11]</sup>的影响,扬声器 1 在 800Hz 附近,扬声器 5 在 1300Hz 附近,涡流阻抗的模拟值与实验值差别较大。集总参数系统等效电路法仅限于一维信号路径,无法描述透过机械场系统进入声场的多维信号路径<sup>[1]</sup>。因此,对定心支片反共振和振膜分割振动的研究需要采用分布参数系统。

## 5 结论

基于集总参数系统等效电路法,本文将实测涡流阻抗幅值和相位分别表示为角频率的幂指数函数,提出了涡流阻抗幂指模型。采用 Klippel 激光测量系统实测了 6 只不同类型的扬声器单元的电阻抗值,并间接得到了实测涡流阻抗值。比较了涡流阻抗模拟值与实测值的误差,结果表明:对所测的 6 只扬声器,幂指模型的模拟值能准确反映实测涡流阻抗值随频率的变化规律,且幅值和相位误差较小,与实验吻合较好。扬声器音圈设计可采用幂指模型预测涡流阻抗以提高设计精度。

## 参考文献 (References)

- [1] 沈勇. 2012 电声技术新进展[M]. 北京:科学出版社, 2012:35-64.  
SHEN Yong. New advances in electroacoustic in 2012[M]. Beijing: Science Press, 2012:35-64. (in Chinese)
- [2] Chang C, Wang C C, Shiah Y C, et al. Numerical and experimental analysis of harmonic distortion in a moving-coil loudspeaker[J]. Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 2013, 18(7):1902-1915.
- [3] Martin B W. Measurement of nonlinear loudspeaker parameters[D]. Konges Lyngby, DTU - Elektro, Acoustic Technology, 2012.
- [4] Leach W M. Introduction to electroacoustics & amplifier design[M]. 3rd ed. Georgia: Kendall/Hunt Publishment, 2003: 102-104.
- [5] Wright J R. An empirical model for loudspeaker motor impedance[J]. Journal of the Audio Engineering Society, 1990, 38(10):749-754.
- [6] Klippel W. Non-linear large signal behavior of electrodynamic loudspeakers at low frequencies[J]. Journal of the Audio Engineering Society, 1992, 40(6): 483-496.
- [7] Thorborg K, Unruh A D. Electrical equivalent circuit model for dynamic moving-coil transducers incorporating a semi-inductor[J]. Journal of the Audio Engineering Society, 2008, 56(9): 696-709.
- [8] Thorborg K, Futtrup C. Electrical dynamic transducers model incorporating semi-inductance and means for shorting AC magnetization[J]. Journal of the Audio Engineering Society, 2011, 59(9): 612-627.
- [9] Vanderkooy J. An model of loudspeaker driver impedance incorporating eddy currents in the pole-structure[J]. Journal of the Audio Engineering Society, 1989, 37(3): 119-128.
- [10] Heng W, Shen Y, Xia J, et al. Analysis and prediction of loudspeaker large-signal symptoms[J]. Science China, Physics, Mechanics & Astronomy, 2013, 56(7): 1355-1360.
- [11] Thorborg K, Futtrup C. Frequency dependency of the loudspeaker suspensions[J]. Journal of the Audio Engineering Society, 2013, 61(10): 778-786.
- [12] Finn T A. Nonlinear viscoelastic models[C]//Proceedings of 131st AES Convention, New York, USA, 2011:8500.
- [13] Podlubny I. Fractional differential equations[M]. 1st ed. San Diego:Academic Press, 1999: 42-50.
- [14] Alexander V, Victor M. Finite element method modeling of eddy currents and their influence on nonlinear distortion in electrodynamic loudspeakers[C]//Proceedings of 99th AES Convention, New York, USA, 1995: 4085.
- [15] 阿波利托,王以真. 实用扬声器测量[M]. 姜波,译. 北京:人民邮电出版社,2011.  
D'APPOLITO Joseph, WANG Yizhen. Testing loudspeakers[M]. Translated by JIANG Bo. Beijing: Posts and Telecom Press,2011. (in Chinese)
- [16] David H, Gary G. Finite element modeling of a loudspeaker. Part 1:theory and validation[C]//Proceedings of 119th AES Convention, New York, USA, 2005:6582.