

# 弹道导弹关机点状态估计的指数加权递归最小二乘方法\*

柴 华, 梁彦刚, 唐国金

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

**摘要:**在双星预警条件下,将指数加权递归最小二乘算法应用于目标关机点状态估计问题中。通过引入加权因子对目标助推段运动的局部拟线性特性进行描述,从而在一定程度上克服了一般的线性多项式模型难以准确刻画整个助推段运动的难题。通过对助推段目标动力学特性的分析,考察了目标在垂直射面向上的运动特性。在此基础上,提出了一种更为准确的助推段运动模型。仿真算例表明,所提出的关机点状态估计方法相对于传统的方法具有一定的优越性。

**关键词:**弹道导弹;关机点状态;指数加权递归最小二乘;助推段模型

**中图分类号:**V412.1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2014)06-082-06

## Ballistic missile burnout states estimation based on exponential weighted recursive least square method

CHAI Hua, LIANG Yangang, TANG Guojin

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract:** Under the early warning of two passive satellite-borne sensors, the exponential weighted recursive least square method was applied to the burnout states estimation of ballistic targets. Due to the weighting factor can characterize the local quasi-linearity of the boost phase trajectory of the target, so to some extent the dilemma that generic polynomial cannot handle the whole boost phase of the target can be overcome. Through a dynamic analysis, the kinematic characteristics of boost phase target along the orientation of vertical surface were explored. On that basis, a novel boost phase motion model is proposed, which is more accurate than traditional planar motion model. Simulation results show that the proposed approach is superior to the traditional ones.

**Key words:** ballistic missile; burnout states; exponential weighted recursive least square method; boost phase model

在导弹防御系统中,早期预警卫星通常部署在地球静止轨道上,星载的红外传感器通过探测助推段火箭发动机尾焰的辐射实现对弹道导弹目标的预警,为后续防御行动提供引导信息。红外传感器属于被动式探测,仅能够提供目标的方向信息,难以提供距离信息,这就决定了仅仅依靠单颗预警卫星的测量数据实施目标助推段状态估计是十分困难的。通常的解决措施包括双星或多星协同探测<sup>[1-3]</sup>,采用雷达传感器代替<sup>[4-5]</sup>等。

弹道导弹的助推段建模是制约助推段状态估计的一个关键问题,在中段防御以及助推段防御等领域受到广泛关注。目前出现的助推段模型主要分为两类:基于弹道模板<sup>[1,6-7]</sup>与不基于弹道模板。随着弹道导弹武器的不断发展,建立准确和完善的弹道模板库变得越来越困难。文献<sup>[5]</sup>指出,对于助推段跟踪问题,建立一个稳定的线性多

项式模型比依赖于可能不精确的弹道模板更加有效。不基于弹道模板的助推段模型主要包括引力转弯模型<sup>[8-9]</sup>与线性多项式模型<sup>[3,5-6]</sup>等。引力转弯模型能够较好地近似导弹的大气飞行段,然而在描述导弹飞出大气层后的运动时具有一定的局限性(此时导弹需要实施闭环导引<sup>[5]</sup>,其运动过程不符合引力转弯假设)。线性多项式模型具有结构简单、无须先验信息等优点,能够比较方便地与卡尔曼滤波、最小二乘等理论相结合实施状态估计。然而,导弹的助推段飞行是一个高度非线性的运动过程,采用线性多项式模型来描述这一过程将不可避免地造成精度的损失,尤其是在处理包含加速度突变的多级火箭情形时,基于线性多项式模型的传统估计算法性能将进一步退化。

本文在双星预警条件下开展弹道导弹关机点状态估计研究。针对线性多项式模型描述助推段

\* 收稿日期:2014-04-24

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11272346);国家重点基础研究发展计划(973计划)资助项目(2013CB733100)

作者简介:柴华(1988—),男,山西沁水人,博士研究生,E-mail:chaihua@nudt.edu.cn;

唐国金(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:tanggj@nudt.edu.cn

运动将引入过程噪声的问题,本文采用指数加权递归最小二乘算法<sup>[10]</sup>对目标助推段运动的局部拟线性特性进行刻画,从而可产生较优的关机点状态估计结果。此外,针对现有研究中较为常见的目标助推段平面运动假设<sup>[1,6-7,11-12]</sup>,本文开展了动力学特性分析,指出在实际发射时,导弹受到地球旋转引起的牵连速度影响,其助推段轨迹并非位于一个平面内(这一特性对于战略弹道导弹而言更为明显),进而建立了一种更为准确的助推段运动模型:导弹的助推段运动近似地位于一个匀速漂移的平面内,平面漂移的速度取决于发射点的位置以及发射指向,导弹在平面内的运动由解耦的线性多项式拟合。为验证所建立的模型与算法的有效性,本文引入仿真算例对采用不同方法的估计结果进行了对比。

本文的研究引入了如下限定与假设:1)将地球近似为旋转椭球体,仅考虑 $J_2$ 项摄动;2)目标为战略弹道导弹,其助推段的开关机事件已知,为了避免多级发动机加速度突变对状态估计的影响,本文仅针对助推段末级观测数据进行处理。

## 1 预警卫星探测模型

设目标导弹的发射时刻为 $t_0$ ,发射点为 $o_A$ 。本文建立的预警卫星探测模型涉及3个坐标系:地心惯性系 $o_E - x_I y_I z_I$ ,视线坐标系 $o_2 - x_S y_S z_S$ 与发射惯性系 $o_A - x_A y_A z_A$ 。三者定义如下。

1)地心惯性系 $o_E - x_I y_I z_I$ ,记为 $I$ 。在 $t_0$ 时刻,地心惯性系的原点 $o_E$ 位于地心, $o_E x_I$ 轴在赤道平面内指向本初子午线, $o_E z_I$ 轴垂直于赤道平面,指向北极。 $o_E y_I$ 轴与其余两轴成右手直角坐标系。 $o_E$ 点及坐标系各轴指向在惯性空间保持不变。

2)视线坐标系 $o_2 - x_S y_S z_S$ ,记为 $S$ 。视线坐标系的原点为探测器视场中心 $o_2$ 。 $o_2 x_S$ 轴指向目标质心。 $o_2 y_S$ 轴与 $o_2 x_S$ 轴互相垂直,且 $x_S o_2 y_S$ 平面垂直于地心惯性系的 $x_I o_E z_I$ 平面。 $o_2 z_S$ 与其余两轴成右手直角坐标系。

3)发射惯性系 $o_A - x_A y_A z_A$ ,记为 $A$ 。在 $t_0$ 时刻,发射惯性系的原点 $o_A$ 位于发射点, $o_A x_A$ 轴在发射水平面内,指向发射瞄准方向。 $o_A y_A$ 轴垂直于发射水平面指向上方, $o_A z_A$ 轴与其余两轴成右手直角坐标系。 $o_A$ 点及坐标系各轴方向在惯性空间保持不变, $o_A x_A$ 轴与 $o_A$ 点正北方向的夹角称为发

$$\mathbf{Q}_I = \left[ \frac{x_1 + a_1 \sigma_1 + x_2 + a_2 \sigma_2}{2} \quad \frac{y_1 + b_1 \sigma_1 + y_2 + b_2 \sigma_2}{2} \quad \frac{z_1 + c_1 \sigma_1 + z_2 + c_2 \sigma_2}{2} \right]^T \quad (3)$$

进一步,能够得到发射惯性系下的目标位置如式(4)所示。

射方位角 $A_0$ 。

需要指出的是,由于稠密大气层的影响,目标导弹的发射时刻 $t_0$ 与发射点 $o_A$ 难以确定,仅能通过预警卫星的观测数据产生估计值 $t_1$ 与 $o'_A$ , $t_1$ 为预警卫星对目标的首次发现(Cloud Break, CB)时刻, $o'_A$ 为 $t_1$ 时刻观测到的目标位置。在下文的计算中,均以 $t_1$ 与 $o'_A$ 来近似 $t_0$ 与 $o_A$ 。

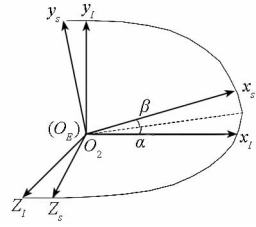


图1 地心惯性系与视线坐标系  
Fig. 1 Geocentric inertial coordinate system and line-of-sight coordinate system

图1给出了视线坐标系与地心惯性系的几何关系。将两坐标系的原点重合,视线矢量与 $x_I o_E z_I$ 平面的夹角称为目标的仰角 $q_\beta$ , $q_\beta \in [-\pi/2, \pi/2]$ 。视线矢量在 $x_I o_E z_I$ 平面的投影与 $o_E x_I$ 轴的夹角称为目标的方位角 $q_\alpha$ , $q_\alpha \in [0, 2\pi)$ 。视线方向矢量在地心惯性系下的投影满足如下关系:

$$\mathbf{N}_I^0 = \mathbf{I}_S \cdot \mathbf{N}_S^0 = \begin{bmatrix} \cos q_\beta \cos q_\alpha \\ \sin q_\beta \\ -\cos q_\beta \sin q_\alpha \end{bmatrix} \quad (1)$$

式(1)中 $\mathbf{I}_S$ 为视线坐标系到地心惯性系的转换矩阵。

在目标助推段任意时刻,设由两预警卫星观测得到的视线矢量分别为 $\mathbf{N}_1, \mathbf{N}_2$ ,则两视线的交点即为目标位置 $P$ ,如图2所示。在实际观测中,由于观测误差的存在,两视线在空间中未必相交,此时本文以两视线公垂线的中心 $Q$ 来近似目标位置。

设图2中卫星 $S_1, S_2$ 在地心惯性系下的位置分别为 $S_1 = [x_1, y_1, z_1]^T, S_2 = [x_2, y_2, z_2]^T$ ,两视线方向矢量分别为 $\mathbf{N}_1^0 = [a_1, b_1, c_1]^T, \mathbf{N}_2^0 = [a_2, b_2, c_2]^T$ ,则 $Q$ 点在地心惯性系下的坐标可通过式(2)和式(3)计算。

$$\begin{bmatrix} a_1 & -a_2 & b_1 c_2 - c_1 b_2 \\ b_1 & -b_2 & a_2 c_1 - a_1 c_2 \\ c_1 & -c_2 & a_1 b_2 - b_1 a_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 \\ y_2 - y_1 \\ z_2 - z_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{Q}_A = \mathbf{A}_I \cdot \mathbf{Q}_I \quad (4)$$

式(4)中 $\mathbf{A}_I$ 为地心惯性系到发射惯性系的转

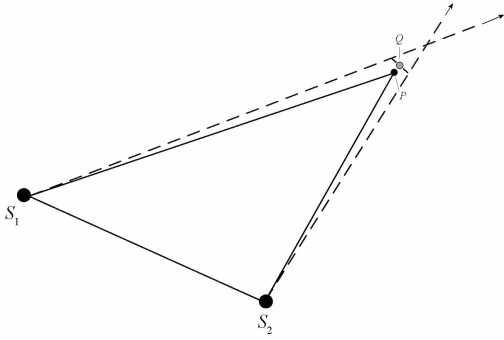


图 2 双星观测的几何关系

Fig. 2 Geometrical relation of two-satellite observation

换矩阵。注意,计算  $\mathbf{A}_I$  的前提是已知发射点  $o_A$  与发射方位角  $A_0$ 。前文已述,  $o_A$  由观测值  $o'_A$  近似,  $A_0$  的确定策略将在 3.1 节给出。

## 2 目标助推段运动模型

在基于弹道模板的助推段跟踪与估计研究中,弹道模板所包含的信息通常有目标的红外辐射强度与标称情形下目标在垂直方向与水平方向上的运动轨迹等<sup>[7]</sup>。也就是说,这些弹道模板隐含地认为目标的助推段轨迹位于射击平面内。一些不基于弹道模板的研究也沿用了这一假设<sup>[11-12]</sup>。事实上,在实际发射时,目标受到地球旋转所引起的牵连速度的影响,其助推段轨迹并非位于一个平面内。为了对这一问题建立更清晰的认识,本文在发射惯性系下对目标的助推段运动特性进行分析,在此基础上给出更为准确的助推段运动模型。

在发射惯性系下,弹道导弹的助推段动力学方程可由式(5)描述。

$$m \frac{d^2}{dt^2} = \mathbf{P} + \mathbf{R} + \mathbf{F}_C + mg + \mathbf{F}'_k \quad (5)$$

式(5)中,  $\mathbf{P}$  为发动机推力矢量,  $\mathbf{R}$  为气动力矢量,  $\mathbf{F}_C$  为控制力矢量,  $mg$  为引力矢量,  $\mathbf{F}'_k$  为附加哥氏力矢量。

一般来说,弹道导弹助推段的控制策略为:俯仰角  $\varphi_T$  按照事先装订的飞行程序变化  $\varphi_T = \varphi_{pr}(t)$ ; 偏航角  $\psi_T$  与滚转角  $\gamma_T$  均保持为 0 不变。  $\varphi_T, \psi_T, \gamma_T$  表示目标飞行过程中发射惯性系到弹体系的欧拉角。因此,上述控制策略意味着在助推段飞行中,弹体的主对称面始终与射击平面  $x_A o_A y_A$  保持平行。

1) 推力  $\mathbf{P}$  沿弹体主轴方向施加,因此  $\mathbf{P}$  位于  $x_A o_A y_A$  平面内,其在  $o_A z_A$  方向上的分量为 0;

2) 引力  $mg$ 、气动力  $\mathbf{R}$ 、控制力  $\mathbf{F}_C$  与附加哥氏力  $\mathbf{F}'_k$  在  $o_A z_A$  方向上的作用很小,可以忽略不计。

于是,在  $o_A z_A$  方向上,目标的加速度可以近似

为 0,其运动特性主要由发射时刻的牵连速度决定。牵连速度  $v_0$  可通过式(6)计算。

$$\mathbf{v}_{0A} = \mathbf{A}_I \cdot \mathbf{v}_{0I} = \mathbf{A}_I \cdot (\boldsymbol{\omega}_e \times \mathbf{R}_0) = \begin{bmatrix} v_{0x} \\ v_{0y} \\ v_{0z} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式(6)中  $\boldsymbol{\omega}_e$  为地球自转角速度矢量,  $\mathbf{R}_0$  为目标发射点  $o_A$  的地心矢量。

以发射惯性系  $o_A - x_A y_A z_A$  作为参考坐标系,本文将弹道导弹目标在助推段末级的运动建模,如式(7)所示。在  $o_A z_A$  方向,目标近似地以速度  $v_{0z}$  做匀速运动;  $o_A x_A$  与  $o_A y_A$  方向,在发动机推力  $\mathbf{P}$ 、引力  $mg$  等因素的作用下,目标的运动较为复杂,本文以 4 阶多项式模型来描述其运动特性。

$$\begin{cases} x = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 \\ y = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + b_4 t^4 \\ z = v_{0z} t \end{cases} \quad (7)$$

式(7)中,  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, b_0, b_1, b_2, b_3, b_4, v_{0z}$  均为待估参数。式(7)建立的模型考虑了目标在垂直射面( $o_A z_A$ )方向上的运动特性,即认为目标位于一个匀速漂移的平面内;在  $o_A x_A$  与  $o_A y_A$  方向,目标的运动方程与文献[7]中的弹道模板类似。也就是说,本文所建立的助推段运动模型实质上是对弹道模板进行了修正。

## 3 目标状态估计算法

针对上文建立的目标助推段运动模型,本文所采用的关机点状态估计算法主要分为两步:

1) 结合目标  $o_A z_A$  方向的运动特性迭代估计目标发射方位角  $A_0$ 。

2) 采用指数加权递归最小二乘估计算法实现对  $o_A x_A, o_A y_A$  方向上未知参数的估计。

### 3.1 发射方位角的确定

由式(7)可知,目标助推段末级在  $o_A z_A$  方向的运动满足

$$\mathbf{Q}_{Ai} = \begin{bmatrix} x_{Ai} \\ y_{Ai} \\ z_{Ai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{Ai} \\ y_{Ai} \\ v_{0z} t \end{bmatrix} \quad (8)$$

式(8)中,  $\mathbf{Q}_{Ai}$  为通过双星观测获得的一组目标位置序列。由最小二乘理论有

$$\mathbf{v}_{0z} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{Z} \quad (9)$$

其中

$$\mathbf{H}^T = [t_0 \quad t_1 \quad \cdots \quad t_n], \quad \mathbf{Z} = [z_{A0} \quad z_{A1} \quad \cdots \quad z_{An}]^T$$

结合式(6)和式(9),可利用牛顿迭代法求解发射方位角  $A_0$ 。确定迭代初值的策略将在 4.1 节中给出。

### 3.2 指数加权递归最小二乘估计

最小二乘法的递归实现,指从给定的初始条件出发,通过应用新的数据样值中所包含的信息对旧的估值进行更新<sup>[10]</sup>。代价函数定义为

$$\zeta(n) = \sum_{i=1}^n \beta(n,i) |e(i)|^2 \quad (10)$$

式(10)中, $e(i)$ 为期望响应 $d(i)$ 与 $i$ 时刻的估计值之差。即

$$\begin{cases} e_x(i) = d_x(i) - x(i) = d_x(i) - \mathbf{w}_x^T(n)\mathbf{u}(i) \\ e_y(i) = d_y(i) - y(i) = d_y(i) - \mathbf{w}_y^T(n)\mathbf{u}(i) \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\mathbf{u}(i)$ 为 $t(i)$ 时刻的输入向量,定义为

$$\mathbf{u}(i) = [1, t(i)^1, t(i)^2, t(i)^3, t(i)^4]^T \quad (12)$$

$\mathbf{w}_x(n)$ ,  $\mathbf{w}_y(n)$ 为第 $n$ 步估计得到的4阶多项式系数,即

$$\begin{cases} \mathbf{w}_x(n) = [a_0, a_1, a_2, a_3, a_4]^T \\ \mathbf{w}_y(n) = [b_0, b_1, b_2, b_3, b_4]^T \end{cases} \quad (13)$$

加权因子 $\beta(n, i)$ 满足如下关系

$$0 < \beta(n, i) \leq 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

一般来说,加权因子的使用是为了保证“遗忘”掉久远的过去数据。通常所用的加权因子是指数加权因子,或所谓遗忘因子,定义为

$$\beta(n, i) = \lambda^{n-i} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (15)$$

式(15)中, $\lambda$ 是一个接近1,但又小于1的正常数。当 $\lambda = 1$ 时,对应于传统的递归最小二乘估计。显然, $\lambda$ 的存在使得算法能够以更大的权重依赖于后期的观测数据,而在一定程度上“遗忘”前期的观测数据。也就是说, $\lambda$ 使得算法能够更好地聚焦于观测数据的局部特性,从而为降低过程噪声的影响提供了可能。

指数加权递归最小二乘算法步骤如下:

#### 1) 算法初始化

给定初始状态,待估系数向量 $\mathbf{w}(0)$ ,逆相关矩阵 $\mathbf{P}(0)$

#### 2) 算法递推

对于每一时刻, $n = 1, 2, \dots$ 计算中间量

$$\boldsymbol{\pi}(n) = \mathbf{P}(n-1)\mathbf{u}(n) \quad (16)$$

增益向量

$$\mathbf{k}(n) = \frac{\boldsymbol{\pi}(n)}{\lambda + \mathbf{u}^T(n)\boldsymbol{\pi}(n)} \quad (17)$$

先验估计误差

$$\boldsymbol{\xi}(n) = d(n) - \hat{\mathbf{w}}^T(n-1)\mathbf{u}(n) \quad (18)$$

待估系数向量

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{k}(n)\boldsymbol{\xi}(n) \quad (19)$$

逆相关矩阵

$$\mathbf{P}(n) = \lambda^{-1}\mathbf{P}(n-1) - \lambda^{-1}\mathbf{k}(n)\mathbf{u}^T(n)\mathbf{P}(n-1) \quad (20)$$

采用上述算法对式(7)进行迭代处理,可得发射惯性系下目标助推段末级运动方程,其速度变化规律可由式(21)计算。

$$\begin{cases} v_x = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 + 4a_4t^3 \\ v_y = b_1 + 2b_2t + 3b_3t^2 + 4b_4t^3 \\ v_z = v_{z0} \end{cases} \quad (21)$$

## 4 初始值的确定

### 4.1 目标发射方位角初值的确定

设在双星观测获得的一组目标位置序列中, $Q_{CB}$ 与 $Q_{ED}$ 为初始和终端的两点,两者在地球表面分别对应于弹下点 $L_{CB}$ 与 $L_{ED}$ 。利用球面几何理论,可以解得近似的发射方位角 $\alpha_0$ ,如图3所示。

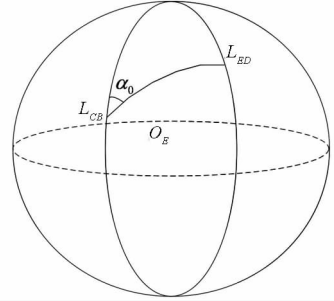


图3 发射方位角初值的确定

Fig. 3 Determination of the initial value of launch azimuth

### 4.2 递推初值的确定

在实施指数加权递归最小二乘估计之前,需要给定算法的初始状态 $\mathbf{w}(0)$ ,  $\mathbf{P}(0)$ ,一组好的初始状态有助于提高递归算法的收敛速度。本文的初始状态由式(22)给定。

$$\begin{cases} \mathbf{w}(0) = (\mathbf{U}^T\mathbf{U})^{-1}\mathbf{U}^T\mathbf{D} \\ \mathbf{P}(0) = \left(\sum_{i=1}^n \mathbf{u}(i)\mathbf{u}^T(i)\right)^{-1} \end{cases} \quad (22)$$

$$\text{式(22)中, } \mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^T(1) \\ \mathbf{u}^T(2) \\ \vdots \\ \mathbf{u}^T(n) \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} d(1) \\ d(2) \\ \vdots \\ d(n) \end{bmatrix}.$$

## 5 仿真算例与分析

本章给出仿真算例,分别用于检验前文所提出的助推段运动模型与状态估计算法的性能。

仿真配置情况如下:

- 1) 初始时刻目标发射点的大地坐标为(40°N, 110°W, 0m)。
- 2) CB时刻目标高度为10km。
- 3) 预警卫星探测频率为5Hz。
- 4) 预警卫星探测误差标准差(方位角与仰

角)均为  $1\mu\text{rad}$ 。

5) 两颗预警卫星均为静止轨道卫星,其部署位置分别为  $150^\circ\text{W}$ ,  $90^\circ\text{W}$ 。

6) 两颗预警卫星对目标的观测同步进行。

分别采用 3 种方法实现目标关机点状态估计:

a) 采用本文提出的助推段运动模型,  $o_A x_A$ ,  $o_A y_A$  方向分别使用指数加权递归最小二乘算法;

b) 采用本文提出的助推段运动模型,  $o_A x_A$ ,  $o_A y_A$  方向分别使用递归最小二乘算法;

c) 采用文献[7]提出的助推段运动模型,  $o_A x_A$ ,  $o_A y_A$  方向分别使用指数加权递归最小二乘算法。

对比方法 a 与方法 b 的计算结果,能够检验出本文所采用的指数加权递归最小二乘算法相对于传统递归最小二乘算法的优越性;对比方法 a 与方法 c 的计算结果,能够检验出本文所提出的助推段运动模型相对于平面助推段运动模型<sup>[7]</sup>的优越性。

### 5.1 助推段运动模型比较

表 1 分别给出了方法 a 与方法 c 对目标发射方位角  $A_0$  的估计结果。由于发射点估计误差与观测误差等因素的影响,方法 a 估计产生的  $A_0$  与真值相比存在微小偏差;方法 c 忽略了助推段目标在垂直射面( $o_A z_A$ )方向上的运动,因而,其对  $A_0$  估计结果的偏差更大。

表 1 不同方法的发射方位角估计结果

Tab. 1 Estimation results of launch azimuth with different methods

	真值	方法 a	方法 c
$A_0 / (^\circ)$	280	280.072	280.420

进一步,引入 Monte Carlo 抽样,用 100 次重复抽样实验产生的目标关机点状态估计均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)来衡量不同方法性能的好坏。表 2 给出了 3 种方法抽样结果的对比。

表 2 不同方法的状态估计均方根误差

Tab. 2 RMSES of state estimation in different methods

	方法 a	方法 b	方法 c
$x / (\text{m})$	674.378	699.426	6519.387
$y / (\text{m})$	680.719	763.813	12 094.609
$z / (\text{m})$	291.934	319.084	1943.766
$v_x / (\text{m/s})$	13.637	33.431	32.356
$v_y / (\text{m/s})$	13.022	13.123	78.153
$v_z / (\text{m/s})$	7.269	8.629	14.450

在表 2 中,对比方法 a 与方法 c 的计算结果可知,本文提出的助推段运动模型比传统的平面助推段运动模型更加准确,可以为更加有效地实施关机点状态估计奠定基础。

### 5.2 状态估计算法性能比较

针对方法 a,图 4 分别给出了  $o_A x_A$ ,  $o_A y_A$  方向上末端估计曲线与真值曲线的对比。由图 4 可知,在加权因子  $\lambda$  的作用下,算法“遗忘”了前期的观测数据,而偏重于后期的观测数据实施状态估计。尽管这使得最终得到的末端估计曲线难以全面地描述目标整个末级飞行段的运动,但是却为更准确地拟合末端运动(尤其是关机点运动状态)提供了可能。对比表 2 中方法 a 与方法 b 的计算结果可知,引入加权因子的最小二乘算法确实能够得到更加精确的关机点状态估计结果。

需要说明的是,在方法 a 中,加权因子  $\lambda$  的取值将会影响估计结果的精度。 $\lambda$  越小,表示算法“遗忘”的速度越快, $\lambda = 1$  时,算法退化为传统的递归最小二乘。依据工程经验,本文将  $\lambda$  取为 0.93。

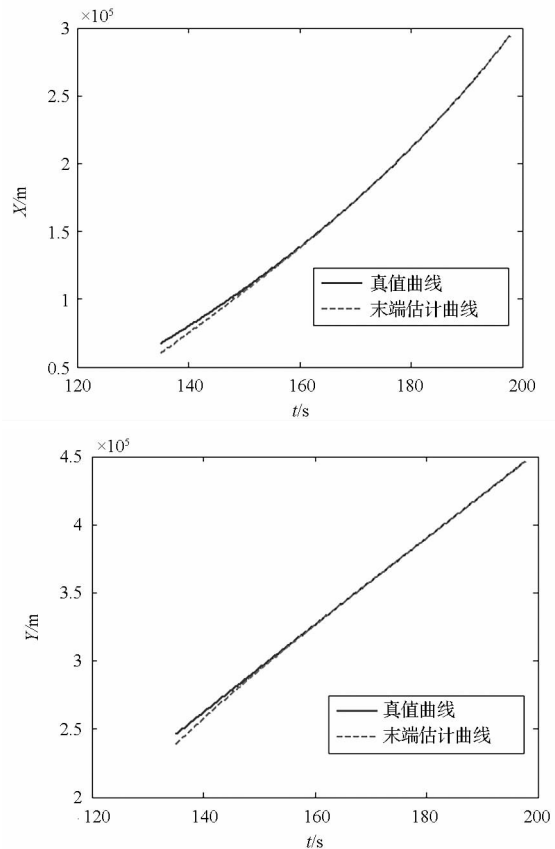


图 4 末端估计曲线与真值曲线的对比

Fig. 4 Comparison of final estimated curves and real curves

## 6 结论

本文在双星预警条件下开展助推段弹道导弹

目标的关机点状态估计研究。针对传统的助推段模型难以有效刻画目标运动的问题,本文分析了助推段导弹的动力学特性,并引入一种新的状态估计算法来实施关机点状态估计。本文的主要贡献包括:

1)将指数加权递归最小二乘算法应用于目标关机点状态估计中。通过引入加权因子 $\lambda$ ,使得算法能够对目标助推段运动的局部拟线性特性进行描述,从而能够更为准确地估计目标关机点状态。仿真算例结果验证了本文所采用的估计算法相对于传统递归最小二乘算法的优越性。

2)通过对助推段动力学特性的分析,阐明了目标的助推段运动不符合平面假设,并建立了一种更为准确的助推段运动模型:目标助推段运动近似地位于一个匀速漂移的平面内,平面漂移的速度取决于发射点的位置以及发射指向,目标在平面内的运动由解耦的线性多项式描述。仿真算例结果验证了本文所建立的助推段模型相对于平面运动模型的优越性。

## 参考文献 (References)

- [1] Lih Yicong, Kirubarajan T, Bar - Shalom Y, et al. Trajectory and launch point estimation for ballistic missiles from boost phase LOS measurements [ C ] // Proceedings of IEEE Aerospace Conference, 1999, 4: 425 - 442.
- [2] Perrella A J Jr, Kuhn W W. Cueing performance estimation using space based observations during boost phase [ R ]. MITRE Corporation McLean VA, 1996.
- [3] Tharmarasa R, Kirubarajan T, Nandakumaran N, et al. Profile-free launch point estimation for ballistic targets using passive sensors [ C ] // Proceedings of IEEE Aerospace Conference, 2011: 1 - 12.
- [4] Benavoli A, Chisci L, Farina A. Tracking of a ballistic missile with a-priori information [ J ]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2007, 43(3): 1000 - 1016.
- [5] Zarchan P. Boost-phase filtering options: is simpler better? [ J ]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2010, 33(6): 1724 - 1731.
- [6] Tsai M J, Rogal F A. Angle-only tracking and prediction of boost vehicle position [ C ] // Proceedings of 1991 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, 1991: 281 - 291.
- [7] Beaulieu M R, Alfriend K T. Launch detection satellite system engineering error analysis [ J ]. Journal of Spacecraft and Rockets, 1998, 35(4): 487 - 495.
- [8] Hutchins R G, Pace P E. Studies in trajectory tracking and launch point determination for ballistic missile defense [ C ] // Proceedings of 2006 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, 2006: 1 - 8.
- [9] Li X R, Jilkov V P. A survey of maneuvering target tracking - Part II: Ballistic target models [ C ] // Proceedings of 2001 SPIE Conference on Signal and Data Processing of Small Targets, 2001: 559 - 581.
- [10] Haykin S. Adaptive filter theory [ M ]. 4th ed. India: Pearson Education Inc, 2005.
- [11] 强胜, 申镇, 易东云. 基于导弹动力特征的单星预警算法 [ J ]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(10): 2234 - 2238.  
QIANG Sheng, SHEN Zhen, YI Dongyun. Method of early warning for a single satellite based on missile dynamic characteristics [ J ]. Systems Engineering and Electronics, 2011, 33(10): 2234 - 2238. (in Chinese)
- [12] 申镇, 强胜, 张寅生, 等. 单星无源探测弹道导弹射向估计新方法 [ J ]. 宇航学报, 2011, 32(7): 1451 - 1456.  
SHEN Zhen, QIANG Sheng, ZHANG Yinsheng, et al. New method on course heading estimation with single satellite's passive detection [ J ]. Journal of Astronautics, 2011, 32(7): 1451 - 1456. (in Chinese)