

航空时敏制导炸弹增程弹道组合优化设计*

白宏阳^{1,2}, 李伟明³, 孙瑞胜¹, 熊舒望¹

(1. 南京理工大学 能源与动力工程学院, 江苏 南京 210094;

2. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

3. 山东航天电子技术研究所, 山东 烟台 264003)

摘要:为增强航空时敏制导炸弹在中制导段的滑翔能力,将极小值原理与自适应进化粒子群算法相结合,提出了一种适用于航空时敏制导炸弹增程弹道的组合优化设计方法。基于纵向平面内质心运动模型,推导了性能指标泛函及各不等式约束函数。引入 Lagrange 乘子矢量并建立相应的 Hamilton 函数实现无约束泛函极值问题的转换,推导出兼顾各优化目标函数的满意优化模型。利用自适应进化粒子群算法对该段增程弹道进行了攻角与弹翼张合档位双设计变量的组合优化。数值仿真算例表明,在满足状态方程约束的条件下,双变量的增程效果比常规单变量控制时显著提高,其优化结果可为制导炸弹弹道规划设计的研究提供一定的理论参考。

关键词:时敏制导炸弹;弹道组合优化;自适应进化粒子群;最优控制

中图分类号:TJ761.6 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2014)06-100-06

Trajectory combinatorial optimization design for airborne time-sensitive guided bombs in extended range period

BAI Hongyang^{1,2}, LI Weiming³, SUN Ruisheng¹, XIONG Shuwang¹

(1. School of Energy and Power Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

3. Shandong Institute of Aerospace Electronic Technology, Yantai 264003, China)

Abstract: In order to improve the gliding ability in mid-course trajectory of the aerial time-sensitive guided bombs, a combinatorial optimization design method which can be applied to the extended-range project of aerial time-sensitive guided bombs was proposed by combining the minimum principle with the adaptive evolutionary particle swarm algorithm. In the base of the model of mass-centre motion in longitudinal plane, performance index function and inequality constraint functions were derived. Hamilton equation was established by introducing Lagrange multiplier vectors to convert the unconstrained functional extremum problem and deduce the satisfactory optimization model which gave consideration to all optimization object functions. By means of the adaptive evolutionary particle swarm algorithm, double design variables, attack angle and wing gears, of extended trajectory were optimized combinatorially. The simulation results indicate that the range of the guided bombs controlled by double variables is obviously more than that of bombs controlled by single variable as long as the constraint condition of state equation is satisfied. The optimization results have reference value for trajectory design of guided bombs.

Key words: time-sensitive guided bombs; trajectory combinatorial optimization; adaptive evolutionary particle swarm; optimal control

随着现代地面(舰船)防空体系的完善及防空火力网的加强,载机在实战中多采用防区外投放打击战术,并通过一定的增程技术和弹道规划方案增加制导炸弹的有效射程,实现提速突防打击。另外,为增强滑翔能力及对时敏目标打击的灵活性,航空时敏制导炸弹的弹翼可分档位张合,进而改变当前升阻特性,指令设计原则符合气动外形优化减阻的设计理念。考虑到其无动力飞行

的弹道特性,在中制导段适合采用滑翔增程技术来提高有效射程。滑翔增程技术效率高、难度大,一直是国内外弹箭增程技术领域研究热点。Jepps^[1]、丁松滨^[2]、史金光等^[3-4]均从不同角度对滑翔弹道的运动规律和弹道特性进行了较为深入的研究。

航空时敏制导炸弹在中制导段采用方案制导方式,因此,对该段方案弹道的设计显得尤为重

* 收稿日期:2014-07-27

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11176072);中国博士后基金(2014M562568)

作者简介:白宏阳(1985—),男,陕西宝鸡人,讲师,博士,E-mail:hbainjust@gmail.com

要。近年来,诸多学者在外弹道设计中引入了最优化理论^[5]以研究弹箭在给定的气动外形特性下的最优滑翔方案弹道问题。目前的最优化方法通常分为间接法与直接法两种,雍恩米等^[6]利用间接法中的非线性动态规划方法对助推-滑翔式导弹中段弹道方案进行了初步分析。杨峰^[7]利用直接法中的序列二次规划法对助推-滑翔导弹进行了弹道优化。郭杰等^[8]则针对导弹爬升-转弯段弹道优化问题,提出了一种通过具有动态初始化策略的粒子群算法对攻角指令进行优化的设计方案。

制导炸弹的滑翔增程优化实质是一个复杂的动态优化问题,难以获得其最优解析解。为解决间接法中引入的协态变量常微分方程组的初值问题,缩减迭代计算量,先通过参数化方法将该动态优化问题转化为一个受约束的参数优化问题,再用约束非线性规划方法处理各种约束,将其转化为无约束参数优化问题,最后通过直接法在可行控制集中进行搜索,直至找到或逼近目标泛函的最优解^[9-10]。这种组合优化方法可有效提高优化速度及参数精度。为此,基于纵向弹道方程及性能泛函,建立了相应的 Hamilton 函数以实现无约束泛函极值问题的转换,并推导出兼顾各优化目标函数的满意优化模型;结合极小值原理及自适应进化粒子群算法对航空时敏制导炸弹中制导段的增程弹道进行了组合优化;并通过数值仿真验证了该增程优化方案的正确性和可行性,优化结果可为制导炸弹的弹道规划设计提供理论参考。

1 弹道优化性能泛函与约束条件

在弹道设计初期,为便于优化,通常假设控制系统工作理想、无延迟。暂不考虑弹体绕质心的转动以及风场影响,同时假设制导炸弹在飞行过程中无侧滑,采用式(1)所示的纵向平面内质心运动模型作为优化设计模型。

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = -\frac{F_x}{m} - g\sin\theta \\ \frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{mV}(F_y - mg\cos\theta) \\ \frac{dx}{dt} = V\cos\theta \\ \frac{dy}{dt} = V\sin\theta \\ \varepsilon_1(\alpha, n) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中,状态变量主要包括飞行速度 V 、弹道倾角 θ 、发射坐标系下的飞行高度 y 和射程 x ;过程量为阻

力 F_x 、升力 F_y 以及重力 g ;优化设计变量为攻角 α 及弹翼张合档位 n 。为能在全飞行包线内有效改变全弹升阻比,提高滑翔增程能力,弹翼按弹载计算机指令进行张合作动。考虑到控制的稳定性及易实现性,故根据后掠角的大小按每 5° 进行分档,具体规定为:弹翼完全收拢时(后掠角 90°)为第 0 档,弹翼完全展开时(后掠角 35°)为第 11 档。

依据增程段弹道优化原理,制导炸弹增程段最远飞行距离问题即在飞行初始及终端时刻 t_0, t_f 自由,终端状态受约束情况下,如何确定 $\alpha(t)$ 与 $n(t)$ 的最优控制率问题。因此,该增程段弹道优化问题的基本提法为:

寻找一容许控制

$$|u(t)| \leq u_{\max}, t \in [t_0, t_f] \quad (2)$$

使受控系统的运动方程由初始状态 $(x_0, y_0, V_0, \theta_0)$ 起始,在某一未知终端时刻 $t_f (t_f > t_0)$ 转移到目标集(某指定滑翔高度以下),并满足式(3)性能指标泛函。

$$\max J = - \int_{t_0}^{t_f} V \cos\theta dt \quad (3)$$

为使制导炸弹飞行弹道具有期望的弹道特性,其在滑翔中受到的设计约束规定如下:

与控制输入相关的不等式约束函数为

$$|\alpha(t)| \leq \alpha_{\max}, |\delta(t)| \leq \delta_{\max}, |n(t)| \leq n_{\max}$$

与状态相关的边界等式约束函数为

$$\theta(t_0) = \theta_0, V(t_0) = V_0, y(t_0) = y_0$$

与状态相关的终端不等式约束函数为

$$\theta(t_f) \leq \theta_f, n_y(t_f) \leq n_{y_f}, y(t_f) \leq y_f$$

2 Hamilton 函数及满意优化模型

对于上述目标集约束条件及性能泛函为复合型的情况,引入 Lagrange 乘子矢量 $[\lambda_V, \lambda_\theta, \lambda_y]$ 及协态矢量 $[\dot{\lambda}_V, \dot{\lambda}_\theta, \dot{\lambda}_y]$,根据式(1)、式(3)构造如式(4)所示的 Hamilton 函数,将泛函条件极值问题转化为无约束泛函极值问题:

$$\begin{aligned} H = & V \cos\theta + \lambda_V \frac{-F_x - mg\sin\theta}{m} + \\ & \lambda_\theta \frac{F_y - mg\cos\theta}{Vm} + \lambda_y V \sin\theta \end{aligned} \quad (4)$$

其欧拉方程为:

$$\begin{aligned} \dot{\lambda}_{Ma} = & \frac{-\partial H}{\partial V} \\ = & -\cos\theta + \frac{\lambda_V}{m} \left(\frac{\partial F_x}{\partial V} \right) - \lambda_y \sin\theta + \\ & \frac{\lambda_\theta}{Vm} \left[\frac{F_y - mg\cos\theta}{V} - \frac{\partial F_y}{\partial V} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\dot{\lambda}_\theta = \frac{-\partial H}{\partial \theta} = V \sin \theta + \lambda_y g \cos \theta - \lambda_\theta \frac{g \sin \theta}{V} - \lambda_y V \cos \theta \quad (6)$$

$$\dot{\lambda}_y = \frac{-\partial H}{\partial y} = \frac{\lambda_V \partial F_x}{m \partial y} - \frac{\lambda_\theta \partial F_y}{Vm \partial y} \quad (7)$$

$$\text{式中, } \frac{\partial F_x}{\partial V} = \rho V S C_x + \frac{0.5 \rho V^2 S}{c} \frac{\partial C_x}{\partial Ma},$$

$$\frac{\partial F_y}{\partial V} = \rho V S C_y + \frac{0.5 \rho V^2 S}{c} \frac{\partial C_y}{\partial Ma},$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial y} = 0.5 V^2 S C_x \frac{\partial \rho}{\partial y}, \quad \frac{\partial F_y}{\partial y} = 0.5 V^2 S C_y \frac{\partial \rho}{\partial y}.$$

其中, c 为给定高度下的声速, Ma 为与 V 对应的马赫数, $\partial C_x / \partial Ma$, $\partial C_y / \partial Ma$ 可通过吹风试验数据及数值计算方法拟合得到; 密度 $\rho = \rho_0 (1 - 2.0323 \times 10^{-5} y)^{4.83}$, $\rho_0 = 1.225 \text{ kg/m}^3$ 为地球表面大气密度。

由 Hamilton 方程式(4)可得:

$$\frac{\partial H}{\partial \alpha} = \frac{-\lambda_V \partial F_x}{m \partial \alpha} + \frac{\lambda_\theta \partial F_y}{Vm \partial \alpha} \quad (8)$$

$$\frac{\partial H}{\partial n} = \frac{-\lambda_V \partial F_x}{m \partial n} + \frac{\lambda_\theta \partial F_y}{Vm \partial n} \quad (9)$$

$$\text{式中, } \frac{\partial F_x}{\partial \alpha} = 0.5 \rho V^2 S C_x^\alpha, \quad \frac{\partial F_y}{\partial \alpha} = 0.5 \rho V^2 S C_y^\alpha,$$

$$\frac{\partial F_x}{\partial n} = 0.5 \rho V^2 S C_x^n, \quad \frac{\partial F_y}{\partial n} = 0.5 \rho V^2 S C_y^n.$$

其中, C_x^α, C_y^α 分别为阻力、升力系数关于攻角的导数; C_x^n, C_y^n 则表示阻力、升力系数关于弹翼所在张合档位对应的后掠角的导数。以上各值可通过吹风试验数据及数值计算拟合得到。

由极值条件 $\partial H / \partial \alpha = 0, \partial H / \partial n = 0$ 可得:

$$\lambda_V V \frac{\partial F_x}{\partial \alpha} = \lambda_\theta \frac{\partial F_y}{\partial \alpha} \quad (10)$$

$$\lambda_V V \frac{\partial F_x}{\partial n} = \lambda_\theta \frac{\partial F_y}{\partial n} \quad (11)$$

式(10)、式(11)可作为优化算法对 $\alpha(t), n(t)$ 寻优的目标函数。其横截条件记为:

$$\begin{cases} \lambda_V(t_0) = 0, \lambda_\theta(t_0) = 0, \lambda_y(t_0) = 0 \\ \lambda_V(t_f) = 0, \lambda_\theta(t_f) = 0, \lambda_y(t_f) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

为尽可能同时兼顾性能指标式(3)、优化目标函数式(10)、式(11)及各约束条件, 确保弹道具有期望的特性, 选用了综合满意度函数作为对性能指标的综合评价, 其标量函数形式可表示为:

$$\begin{aligned} s \varpi &= f(s) = \varpi_1 J + \varpi_2 (\Delta_1) + \varpi_2 (\Delta_2) \\ \text{s. t. } & \lambda_{Ma}(t_0) = 0, \lambda_\theta(t_0) = 0 \\ & \lambda_{Ma}(t_f) = 0, \lambda_\theta(t_f) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

式中, ϖ 为权值, $\Delta_1 = \lambda_V V \frac{\partial F_x}{\partial \alpha} - \lambda_\theta \frac{\partial F_y}{\partial \alpha}$, $\Delta_2 = \lambda_V V \frac{\partial F_x}{\partial n} - \lambda_\theta \frac{\partial F_y}{\partial n}$; $\varpi_i \in [0, 1]$ 且满足 $\sum_{i=1}^3 \varpi_i = 1$ 。

3 基于自适应进化粒子群算法的满意优化

3.1 自适应进化粒子群优化算法

粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)算法是一种基于群体智能的非数值并行算法^[11]。其规则简单、可调参数少、收敛速度快,易于工程实现。

设 D 维目标搜索空间中某一群体由 m 个粒子构成, 以 $\mathbf{X}_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})^T (i = 1, 2, \dots, m)$ 表示粒子 i 的当前位置, $\mathbf{V}_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})^T$ 表示粒子 i 的速度, $\mathbf{P}_i = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})^T$ 表示粒子 i 迭代后的个体极值, $\mathbf{P}_g = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})^T$ 表示粒子 i 迭代后的全局极值, 粒子则通过跟踪这 2 个极值以更新速度和位置, 实现种群收敛。带有权重项的标准 PSO 的进化方程为

$$v_{id}^{t+1} = w v_{id}^t + c_1 r_1 (p_{id}^t - x_{id}^t) + c_2 r_2 (p_{gd}^t - x_{id}^t) \quad (14)$$

$$x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_{id}^{t+1} \quad (15)$$

式中, t 表示迭代次数; w 表示惯性权重; $c_1 \in (0, 2]$, $c_2 \in (0, 2]$ 为非负常数, 分别称为认知参数和社会参数; r_1, r_2 为在 $(0, 1)$ 区间内均匀分布的随机数。

在标准 PSO 中, 较大的惯性权重和全局寻优能力相关, 而较小的惯性权重则侧重于局部寻优能力^[12]。随惯性权重的减少, 粒子群的稳定性下降, 粒子轨迹不收敛的概率增大。同时, 由式(14)可看出, 若 \mathbf{P}_g 在迭代过程中不再变化, 则可认为算法达到收敛状态。但如若此时得到的最优解不是理论最优解, 可认为 PSO 陷入了局部最优状态, 所有粒子的速度趋于 0, 粒子的位置不再发生变化, 优化过早收敛。因此, 为克服标准 PSO 易陷入局部极点、过早收敛的缺点, 引入了自适应变异机制。采用动态惯性权重, 并且在寻优过程中群体速度降低时引入变异操作, 使得种群具有自适应进化功能, 从而构成自适应进化粒子群优化(Adaptive Evolutionary Particle Swarm Optimization, AEPSO)算法。

在每一次迭代时, 惯性权重采用式(16)进行动态自适应调整

$$w = w_0 + r_w (w_1 - w_0) \quad (16)$$

式中, r_w 为在 $[0, 1]$ 区间内的任一随机数; $w_1 > w_0$ 均为常数, w_0 取值的建议范围为 $(0, 0.4]$, w_1 取值的建议范围为 $[0.5, 0.9)$ 。

将进化方程式(14)进行如下修改

$$v_{id}^{t+1} = wv_{id}^t + \phi_1 c_1 r_1 (p_{id}^t - x_{id}^t) + \phi_2 c_2 r_2 (p_{gd}^t - x_{id}^t) \quad (17)$$

式中, ϕ_1, ϕ_2 分别为个体和全局加速因子。其定义为:

$$\phi_i = \phi_{i0} + t/N_i, \quad (i=1,2) \quad (18)$$

式中, N_i 为总迭代计算次数, ϕ_{i0} 可取值范围是 $[0.5, 1]$ 。 ϕ_i 随迭代次数的增加而增大, 在计算后期会提高个体粒子飞行速度和全局搜索能力, 有助于跳出局部极值, 以较大的概率实现系统收敛与稳定。

为防止陷入局部最优, 在迭代过程中对整群每一类的个体极值 P_i 进行评估, 计算各类个体平均极值 \bar{P}_i , 对 P_i 劣于 \bar{P}_i 的粒子执行变异, 变异操作是在随机选择粒子某一维位置上进行的, 其具体操作为:

$$\begin{cases} v_m^{t+1} = (r_v - 1)\eta v_{\max} \\ x_{id}^{t+1} = x_{id}^t + v_m^{t+1} \end{cases} \quad (19)$$

式中, v_m^{t+1} 为速度的变异值; $\eta \in [0, 1]$ 为变异系数, 用于调节变异程度; $r_v \in [1, 2]$ 为任一随机数。

变异操作不仅能增强粒子群的全局搜索能力, 而且有助于保持种群多样性。在选择最优引导粒子时, 为利于种群多样性, 需通过动态加权法计算各粒子适应度, 选取当前动态适应度最大的粒子为全局最优粒子。个体最优粒子根据支配和非支配关系来决定。具体更新策略为:

- a) 当前粒子支配个体最优粒子, 更新个体最优粒子;
- b) 个体最优粒子不支配当前粒子, 按 50% 的概率更新最优粒子;
- c) 个体最优粒子支配当前粒子, 不更新。

各粒子适应度 F 计算方法为:

$$F = 1 / \sum_{i=1}^D w f_i, \quad (\sum_{i=1}^D w_i = 1) \quad (20)$$

AEPSO 的具体算法流程如图 1 所示。

3.2 整数变量的离散处理

在制导炸弹增程方案弹道优化设计问题中, 弹翼的张合档位被规定为离散整数。在 AEPSO 初始化时, 粒子位置是在实数空间随机生成的, 无法确保一定为整数, 且迭代更新后的位置值也可能为实数, 因此需要进行取整操作。为防止产生非最优解或不可行解, 提出一种简单的随机取整策略。设整数变量在实数空间搜索更新时取值为 i , 在取整时将从与 i 相邻的两个整数中随机选

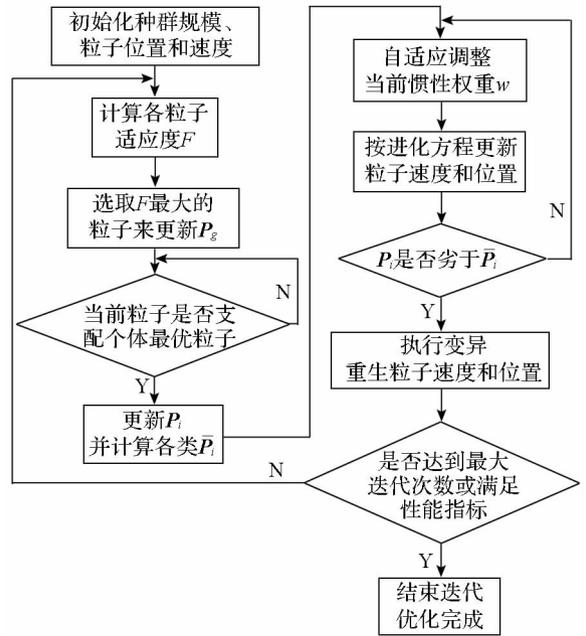


图 1 AEPSO 的算法流程示意图

Fig. 1 Procedure diagram of AEPSO

择, 而被选概率与它们到 i 的距离成反比, 如式(21)所示。

$$\text{Int}(i) = \begin{cases} \lceil i \rceil & U(0,1) > i - \lceil i \rceil \\ \lfloor i \rfloor & U(0,1) \leq i - \lceil i \rceil \end{cases} \quad (21)$$

式中, $U(0,1)$ 是 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数。

4 增程方案弹道优化仿真与分析

为验证 AEPSO 算法对制导炸弹增程弹道的优化性能, 给定炸弹初始投弹条件如下: 初始高度 $H_0 = 12\text{km}$, 初始马赫数 $Ma_0 = 0.8$, 弹道倾角 $\theta_0 = -5^\circ$, 弹翼初始档位 $n_0 = 0$, 即弹翼为合拢状态。滑翔段末端约束条件 $H_f \leq 4\text{km}$, $\theta_f \leq -10^\circ$ 。

综合满意度函数权重系数选定为 $\omega_1 = 0.6$, $\omega_2 = 0.2$, $\omega_3 = 0.2$ 。AEPSO 算法各参数选定如下: 种群规模 $m = 50$, 维数 $D = 40$, 认知参数 $c_1 = 2$, 社会参数 $c_2 = 1.8$, 个体与全局加速因子 $\phi_{10} = 0.7$, $\phi_{20} = 0.8$, 变异系数 $\eta = 0.9$, 进行 100 次迭代优化。

图 2 ~ 7 分别给出了 AEPSO 算法在优化计算过程中, 各动态参数随迭代次数的变化规律, 可看出, 在迭代约 70 次后, 射程基本达到最优值, 但此时代表攻角与档位两类粒子的个体平均极值均未收敛, 在迭代进行到约 90 次后, 全局极值点 P_g 的位置不再变化, 表明此时 AEPSO 达到全局最优状态, 同时两类粒子的个体平均极值呈收敛状态, 图 2 所示的最优值即为全局理论最优解。

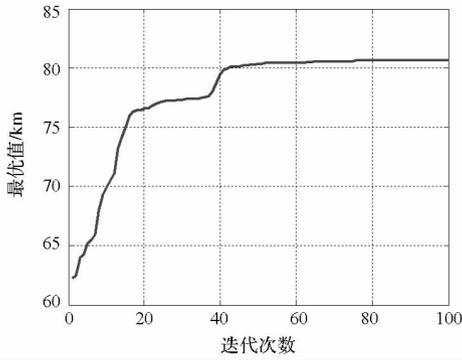


图 2 最优值随迭代次数的变化规律

Fig.2 Variation curves of the optimal value

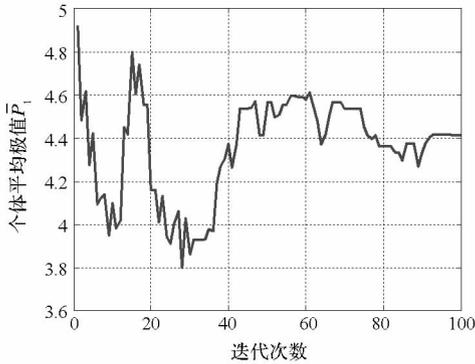


图 3 攻角个体平均极值 \bar{P}_1 变化规律

Fig.3 \bar{P}_1 Variation curves of the angle-of-attack

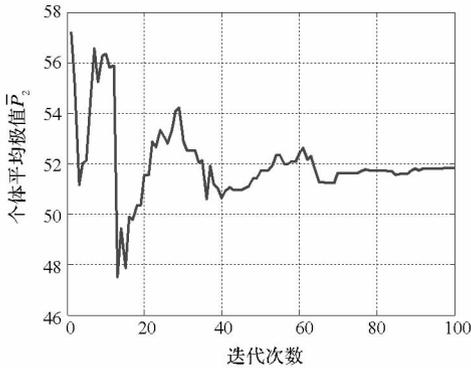


图 4 档位个体平均极值 \bar{P}_2 变化规律

Fig.4 \bar{P}_2 Variation curves of gears

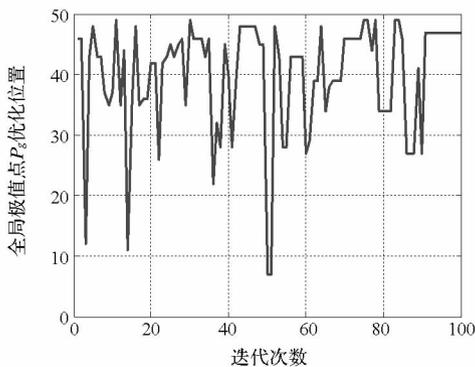


图 5 全局极值点 P_g 位置变化规律

Fig.5 Position variation curves of the global extremum point P_g

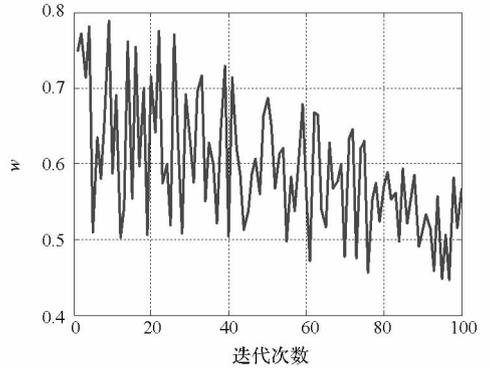


图 6 惯性权重随迭代次数的取值规律

Fig.6 Variation curves of the inertia weight

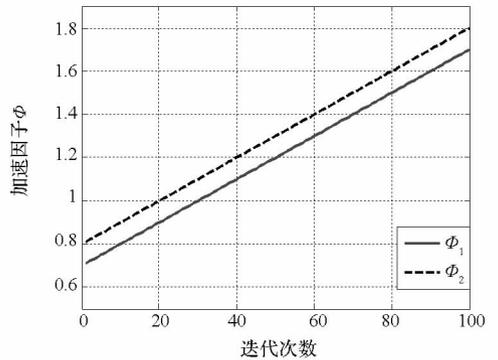


图 7 个体与全局加速因子取值规律

Fig.7 Variation laws of the individual and global acceleration factors

图 8 ~ 11 分别给出了在弹翼分档位作动时, 采用 AEPSo 算法的最优方案与 2 种单变量次优算法对滑翔段弹道诸元优化结果的对比曲线。次优方案①为单变量可变后掠外形: 定攻角 $\alpha = 5^\circ$ 、弹翼合张档位 $n(t)$ 单变量控制; 次优方案②为固定外形: 定弹翼合张档位 $n = 6$ 、攻角 $\alpha(t)$ 单变量控制。在同样的初始条件和约束条件下, 最优方案所优化出的弹道飞行距离较次优方案①多 30. 232km, 较次优方案②多 5. 514km, 增程效果明显。以上表明, 通过多目标 AEPSo 算法优化得到的射程更远, 这在工程化实现时选定弹翼作

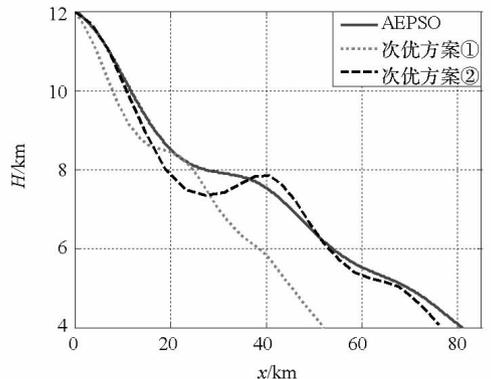


图 8 弹道优化对比曲线

Fig.8 Contrast curves of the trajectory optimization

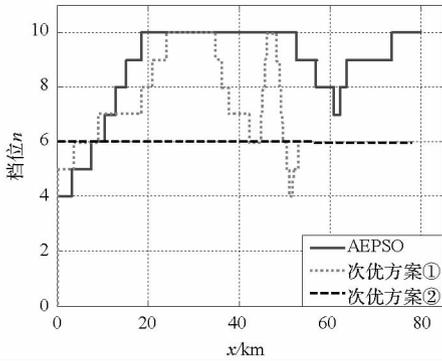


图9 弹翼档位优化结果曲线

Fig.9 Optimization results of wing gears

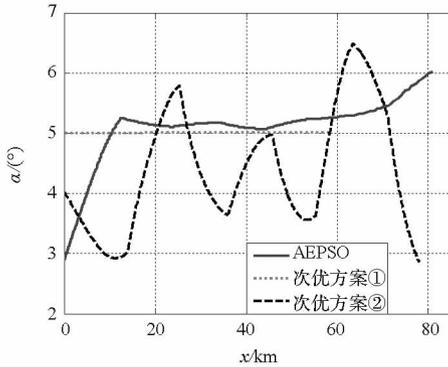


图10 攻角优化结果曲线

Fig.10 Optimization results of the angle-of-attack

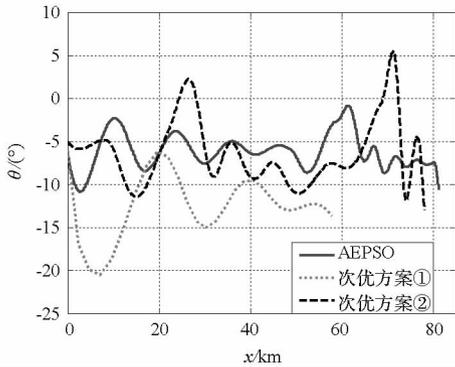


图11 弹道倾角优化结果曲线

Fig.11 Optimization results of the trajectory inclination angle

动规律提供了一定的理论依据。

5 结论

本文研究了航空时敏制导炸弹中制导段的增程弹道的优化设计问题。结合纵向平面内质心运动模型,推导了性能指标泛函及各不等式约束函数。引入 Lagrange 乘子矢量并建立相应的 Hamilton 函数以实现无约束泛函极值问题的转换,推导出兼顾各优化目标函数的满意优化模型。利用 AEPSO 算法对该段增程弹道进行了组合优化。其优化结果可为制导炸弹的弹道规划设计提供一定的理论参考。

参考文献 (References)

- [1] Jepps G. Linearised optimal control and application to a gliding projectile [C]. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference, 1985.
- [2] 丁松滨,王中原. 弹丸滑翔弹道的能量法研究[J]. 兵工学报, 2002, 23(1): 10-13.
DING Songbin, WANG Zhongyuan. Energy method research on projectile gliding ballistic[J]. Introducing Journal of China Ordnance, 2002, 23(1): 10-13. (in Chinese)
- [3] 史金光,王中原,易文俊,等. 滑翔增程弹道特性分析[J]. 兵工学报, 2006, 27(2): 210-214.
SHI Jinguang, WANG Zhongyuan, YI Wenjun, et al. Analysis on the ballistic characteristics of gliding extended range projectile[J]. Introducing Journal of China Ordnance, 2006, 27(2): 210-214. (in Chinese)
- [4] 史金光,王中原,易文俊. 滑翔增程弹方案弹道特性的研究[J]. 弹道学报, 2003, 15(1): 51-54.
SHI Jinguang, WANG Zhongyuan, YI Wenjun. Study on project trajectory characteristic of gliding extended range projectile[J]. Journal of Ballistics, 2003, 15(1): 51-54. (in Chinese)
- [5] Betts J T. Survey of numerical methods for trajectory optimization [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1998, 21(2): 193-207.
- [6] 雍恩米,唐国金,陈磊. 助推-滑翔式导弹中段弹道方案的初步分析[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(6): 6-10.
YONG Enmi, TANG Guojing, CHEN Lei. Schematic study of mid-course trajectories for the boost glide missiles[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(6): 6-10. (in Chinese)
- [7] 杨峰. 弹道-滑翔导弹无动力段弹道优化与在线目标重瞄技术研究[D]. 哈尔滨工业大学, 2011.
YANG Feng. Study of ballistic-glide missile reentry trajectory optimization and online re-aiming technology [D]. Harbin Institute of Technology, 2011. (in Chinese)
- [8] 郭杰,唐胜景,李响,等. 基于改进粒子群算法的方案飞行弹道优化设计[J]. 北京理工大学学报, 2010, 30(6): 688-692.
GUO Jie, TANG Shengjing, LI Xiang, et al. Optimum design of the project trajectory based on an improved particle swarm optimization [J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2010, 30(6): 688-692. (in Chinese)
- [9] Yan L, Shen K, Hu S. Solving mixed integer nonlinear programming problems with line-up competition algorithm[J]. Computers and Chemical Engineering, 2004, 28(12): 2647-2657.
- [10] Lin B, Miller D C. Tabu search algorithm for chemical process optimization [J]. Computers and Chemical Engineering, 2004, 28(11): 2287-2306.
- [11] Kennedy J, Eberhart R. Particle swarm optimization [C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks; Vol 4. Piscataway, 1995: 1942-1948.
- [12] Eberhart R, Shi Y. Comparison between genetic algorithms and particle swarm optimization [C]// Proceedings of 7th Conference on Evolutionary Computation, San Diego, CA, 1998: 611-616.