

绳系拖曳离轨过程中的摆动抑制策略*

刘海涛,张青斌,杨乐平,朱彦伟

(国防科技大学 航天科学与工程学院,湖南长沙 410073)

摘要:以周向常值连续小推力作用下的绳系拖曳离轨为背景,针对离轨过程中的系绳摆动抑制问题,建立了系统质心轨道动力学方程及系绳摆动动力学方程,分析了无系绳收放控制时的系绳摆动特性以及系绳收放对系绳摆动的作用效果,构造了使系绳摆动衰减的期望绳长收放速率并设计了系绳张力控制律。仿真结果表明:无系绳收放控制时,系绳摆动表现为平衡位置附近的周期性往复运动;张力控制连续平滑,很好地实现了系绳实际长度对期望长度的跟踪,同时有效地抑制了离轨过程中的系绳摆动。

关键词:绳系拖曳离轨;连续小推力;摆动抑制;张力控制

中图分类号:TP316 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2014)06-164-07

Oscillation suppression strategy during tether-tugging reorbiting

LIU Haitao, ZHANG Qingbin, YANG Leping, ZHU Yanwei

(College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: The dynamic equations of system centroid orbit and tether oscillation were established. And the dynamic characteristics of tether oscillation without tether control and the effects of tether control on tether oscillation were analyzed. An expect rate of tether which suppress tether oscillation was constructed and tether tension control law was designed. Simulation results indicate that when there is no tether control, tether oscillation is in periodic reciprocating motion around the equilibrium position. The tether tension control is continuous and smooth, which makes tether actual length keep well track of the expected length, and the tether oscillation is suppressed effectively at the same time.

Key words: tether-tugging reorbiting; continuous low thrust; tether oscillation suppression; tension control

针对废弃卫星和空间碎片的轨道清理问题,一种绳网捕获、绳系拖曳的离轨服务手段^[1-2]近年来在航天领域受到日益广泛的关注。在欧空局2001年提出的地球静止轨道碎片清理器(Robotic Geostationary Orbit Restorer, ROGER)项目^[1]中,拖船接近目标后释放绳系飞网,经历张网、包裹、收口、拖拽4个过程来完成对目标的捕获,然后利用连接到飞网上的系绳将目标转运到高于地球静止轨道(Geostationary Orbit, GEO)的坟墓轨道。目前相关研究主要集中在绳网的发射展开^[3-4]、网形控制^[5-6]以及目标抓捕^[7-8]等方面,对于目标捕获后的绳系拖曳离轨问题研究较少。

拖船捕获目标后,拖船和目标通过系绳连接,构成刚柔耦合的绳系复合体,通过安装于拖船上的推力器提供的连续常值小推力实现离轨。与传统的绳系卫星系统^[9-11]相比,复合体的绳系拖曳离轨问题在动力学方面有较大的差异。目前,绳

系拖曳离轨方面的研究主要集中在离轨方案设计以及绳系系统摆振特性分析等方面。Liu等^[12]针对GEO废弃卫星的绳系拖曳离轨问题,提出了由加速、平衡、旋转和返回构成的4阶段绳系拖曳离轨方案。孙亮等^[13]以面内绳系轨道转移为任务背景,分析了平面切向连续常值小推力作用下的绳系系统的摆振特性。在实际拖曳离轨任务中,系绳的摆动会引起拖船的扰动,进而影响整个系统的稳定,因此如何抑制离轨过程中的系绳摆动是拖曳离轨任务的一个关键问题。

1 动力学模型

1.1 基本假设与坐标系

空间绳系拖曳离轨系统如图1所示,它由目标、拖船及连接两者的柔性系绳组成。作如下基本假设:地球视为均质球体,完全中心引力场;拖船和目标视为质点,系绳视为不可伸长的直线,并

* 收稿日期:2014-01-20

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11272345)

作者简介:刘海涛(1986—),男,湖南岳阳人,博士研究生,E-mail:lhtnudt@163.com;

张青斌(通信作者),男,副教授,博士,硕士生导师,E-mail:qingbinzhang@sina.com

忽略系绳质量;系绳长度可通过卷扬机构施加控制;控制力为连续常值小推力,方向始终沿轨道周向,忽略其他摄动力。

为了便于分析,如图 1 所示,引入以下 3 种坐标系:

1) 地心惯性系 \mathcal{N} , 原点位于地球质心 O_E , X 轴指向春分点, Z 轴垂直于赤道面指向北极, Y 轴由右手法则确定。

2) 轨道系 \mathcal{A} , 原点位于系统质心 O , x 轴由 O_E 指向 O , z 轴沿系统质心密切轨道角动量方向, y 轴由右手法则确定, 三轴方向上的单位矢量分别为 $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ 。

3) 系绳参考系 \mathcal{l} , 原点位于系统质心 O , y_l 轴沿系绳拉直方向由目标 O_t 指向拖船 O_c , 三轴方向上的单位矢量分别为 $\mathbf{i}_l, \mathbf{j}_l, \mathbf{k}_l$ 。 \mathcal{l} 系由 \mathcal{A} 系先沿 z 轴旋转 θ , 后沿 x_l 轴旋转 φ 而得到, θ, φ 分别为系绳相对于 \mathcal{A} 系的面内、面外摆角。

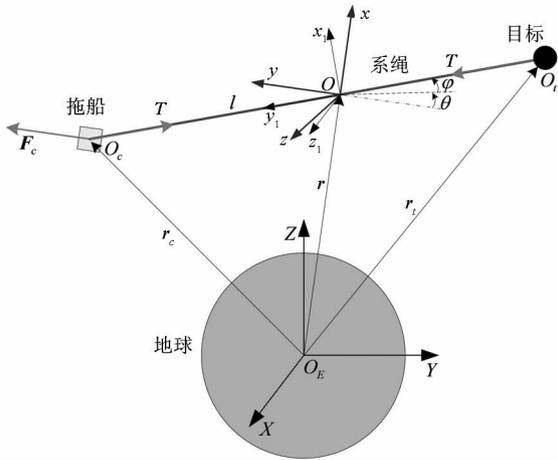


图 1 空间绳系拖曳离轨系统

Fig. 1 Space tether-tugging reorbit system

1.2 质心轨道动力学方程

记 r_c, r_t 分别为地球质心到拖船和目标的位置矢量, 则在 \mathcal{N} 系中, 拖船和目标的轨道动力学方程为

$$\frac{d^2 r_c}{dt^2} = -\frac{\mu r_c}{r_c^3} + \frac{F_c \mathbf{j}}{m_c} - \frac{T \mathbf{j}_l}{m_c} \quad (1)$$

$$\frac{d^2 r_t}{dt^2} = -\frac{\mu r_t}{r_t^3} + \frac{T \mathbf{j}_l}{m_t} \quad (2)$$

式中, μ 为地球引力常数, F_c, \mathbf{j} 分别为控制力的大小和方向, T, \mathbf{j}_l 分别为系绳张力的大小和方向, m_c 为拖船的质量, m_t 为目标的质量。

记 r 为地球质心到系统质心的位置矢量, ρ_c, ρ_t 分别为系统质心到拖船和目标的位置矢量, 则

$$r_c = r + \rho_c, \quad r_t = r + \rho_t \quad (3)$$

$$\eta_c \rho_c + \eta_t \rho_t = 0, \quad \eta_c + \eta_t = 1 \quad (4)$$

式中, $\eta_c = m_c/m, \eta_t = m_t/m$ 为质量比, $m = m_c + m_t$ 为系统总质量。

记 $\rho_j (j = c, t)$ 在 \mathcal{A} 系下的坐标表示为 $\rho_j = [x_j, y_j, z_j]^T$, 又有 $r = [r, 0, 0]^T$, 则在 \mathcal{A} 系下

$$r_j = [r + x_j, y_j, z_j]^T \quad (5)$$

对于 GEO 高度的短系绳复合体, 有 $x_j \ll r$, 则可对重力线性化, 有

$$\frac{\mu}{r_j^3} r_j = \frac{\mu}{r^3} (r/r_i)^3 (r + \rho_i) \approx \frac{\mu}{r^3} (r + \rho_j - 3 \frac{x_j}{r} r) \quad (6)$$

联立式(1) ~ (6) 可得绳系拖曳离轨过程中的系统质心轨道运动的动力学方程

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + \frac{\mu m r}{r^3} = \frac{F_c \mathbf{j}}{m} \quad (7)$$

控制力 $F_c = 0$ 时, 系统的质心运动即为航天器二体运动; 对于连续小推力模式, 控制力可视为二体问题的摄动力。

1.3 系绳摆动动力学方程

记目标相对于拖船的位置矢量为 ρ , 则有

$$\rho = r_t - r_c = \rho_t - \rho_c \quad (8)$$

联立式(1)、式(2)可得

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = \frac{d^2 r_t}{dt^2} - \frac{d^2 r_c}{dt^2} = \frac{\mu}{r_c^3} r_c - \frac{\mu}{r_t^3} r_t - \frac{F_c \mathbf{j}_b}{m_c} + \frac{T \mathbf{j}_l}{m} \quad (9)$$

式中, $\bar{m} = m_c m_t / m$ 为等效质量。设 ρ 在 \mathcal{A} 系的坐标表示为 $\rho = [x, y, z]^T$, 则联立式(6)、式(8)得

$$\begin{aligned} \frac{\mu}{r_c^3} r_c - \frac{\mu}{r_t^3} r_t &= \frac{\mu}{r^3} (\rho_c - \rho_t - 3 \frac{x_c - x_t}{r} r) \\ &= \frac{\mu}{r^3} (3 \frac{x}{r} r - \rho) \end{aligned} \quad (10)$$

以 \mathcal{A} 系为动系, 由加速度合成定理, 有

$$\frac{d^2 \rho}{dt^2} = a_{rel} + \dot{\omega}_h \times \rho + \omega_h \times (\omega_h \times \rho) + 2 \omega_h \times v_{rel} \quad (11)$$

式中, v_{rel}, a_{rel} 分别为目标相对于 \mathcal{A} 系的速度及加速度, $\omega_h, \dot{\omega}_h$ 分别为轨道系角速度和角加速度, 且在 \mathcal{A} 系下有

$$\begin{cases} \hat{\omega}_h = [\omega_r, \omega_l, \omega_n]^T = [0, 0, v_l/r]^T \\ \hat{\dot{\omega}}_h = [\dot{\omega}_r, \dot{\omega}_l, \dot{\omega}_n]^T = [0, 0, \frac{F_c}{mr}]^T \end{cases} \quad (12)$$

以 \mathcal{A} 系为计算坐标系, 联立式(9) ~ (11) 可得

$$\begin{aligned} \hat{a}_{rel} &= \frac{T \hat{\mathbf{j}}_l}{\bar{m}} - \frac{F_c \hat{\mathbf{j}}}{m_c} + \frac{\mu}{r^3} (3 \frac{x}{r} \hat{r} - \hat{\rho}) - \\ &\hat{\omega}_h \times \hat{\rho} - \hat{\omega}_h \times (\hat{\omega}_h \times \hat{\rho}) - 2 \hat{\omega}_h \times \hat{v}_{rel} \end{aligned} \quad (13)$$

记 $\Theta = [l, \theta, \varphi]^T$, 在 \mathcal{A} 系下, 有 $\hat{j} = [0, 1, 0]^T$, $\hat{j}_l = {}^{\mathcal{A}}R_l \hat{j}$, $\hat{r} = [r, 0, 0]^T$, $x = l(s_\varphi - c_\varphi s_\theta)$, $\hat{\rho} = -l \hat{j}_l$, $\hat{v}_{rel} = \dot{\hat{\rho}} = A\dot{\Theta}$, $\hat{a}_{rel} = \dot{\hat{v}}_{rel} = A\ddot{\Theta} + \dot{A}\dot{\Theta}$, 其中

$$A = \begin{bmatrix} s_\theta c_\varphi & l c_\theta c_\varphi & -l s_\theta s_\varphi \\ -c_\theta c_\varphi & l s_\theta c_\varphi & l c_\theta s_\varphi \\ -s_\varphi & 0 & -l c_\varphi \end{bmatrix} \quad (14)$$

将以上各式代入式(13), 整理得到绳系拖曳离轨过程中的系绳摆动动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{l} = l\dot{\varphi}^2 + l c_\varphi^2 (\dot{\theta} + \omega_n)^2 + \frac{F_c c_\theta c_\varphi}{m_c} - \frac{T}{m} + \frac{\mu l}{r^3} (3c_\varphi^2 s_\theta^2 - 1) \\ \ddot{\theta} = -\frac{F_c}{mr} - 2\frac{\dot{l}}{l}(\dot{\theta} + \omega_n) + 2(\dot{\theta} + \omega_n)\dot{\varphi} \tan\varphi - \frac{F_c s_\theta}{lm_c c_\varphi} + \frac{3\mu s_\theta c_\theta}{r^3} \\ \ddot{\varphi} = -2\frac{\dot{l}}{l}\dot{\varphi} - (\dot{\theta} + \omega_n)^2 s_\varphi c_\varphi - \frac{F_c c_\theta s_\varphi}{lm_c} - \frac{3\mu s_\theta^2 s_\varphi c_\varphi}{r^3} \end{cases} \quad (15)$$

控制力 $F_c = 0$ 时, 式(15)可简化为绳系卫星的动力学方程^[10]。一般而言, 绳系拖曳离轨过程中的面外摆角相对较小, 而且由式(15)可知 $\varphi = 0, \dot{\varphi} = 0$ 时, 有 $\ddot{\varphi} = 0$, 即面外摆角的 $(0, 0)$ 这一状态可以无限保持下去。因此不妨设面外摆角可以通过其他控制手段(如面外推力)维持在 $\varphi = 0, \dot{\varphi} = 0$ 这一状态, 由此得到系绳面内摆动动力学方程为

$$\begin{cases} \dot{l} = l\dot{\varphi}^2 + l(\dot{\theta} + \omega_n)^2 + \frac{F_c c_\theta}{m_c} - \frac{T}{m} + \frac{\mu l}{r^3} (3s_\theta^2 - 1) \\ \ddot{\theta} = -\frac{F_c}{mr} - 2\frac{\dot{l}}{l}(\dot{\theta} + \omega_n) - \frac{F_c s_\theta}{lm_c} + \frac{3\mu s_\theta c_\theta}{r^3} \end{cases} \quad (16)$$

可以看出, 质心轨道运动对系绳摆动的影响体现在轨道高度 r 以及轨道角速度 ω_n 的变化上。然而在小推力模式下, 这 2 项的变化幅度很小, 而且它们的变化周期相对于系绳摆动来说很长, 因而在短时间内分析系绳摆动时, 往往可以将这 2 项视为常值。对系绳摆动影响最大的是推力 F_c 和系绳张力 T , 然而本文研究的周向常值推力, 本身不具有可控性, 因而重点研究系绳张力 T 对系绳摆动的控制。

2 无系绳收放控制时的系绳摆动特性

2.1 摆动特性分析

无系绳收放控制时, 系绳保持原长, 恒有 $\dot{l} = 0, \ddot{l} = 0$, 此时的张力为

$$T = \bar{m} \left[l\dot{\varphi}^2 + l c_\varphi^2 (\dot{\theta} + \omega_n)^2 + \frac{F_c c_\theta c_\varphi}{m_c} + \frac{\mu l}{r^3} (3c_\varphi^2 s_\theta^2 - 1) \right] \quad (17)$$

一般而言, 系绳长度远远小于轨道半径, 即 $l_0 \ll r$, 则由式(16)可知 $F_c/(mr)$ 相对于 $F_c s_\theta/(lm_c)$ 可忽略不计。则面内摆角的动力学方程可近似为

$$\ddot{\theta} = -\frac{F_c s_\theta}{lm_c} + \frac{3\mu s_\theta c_\theta}{r^3} \quad (18)$$

设推力系数为 $k_t = F_c r^3 (3\mu m_c l)^{-1}$, 则 k_t 的不同取值导致面内摆角 θ 出现分岔, 分岔前后的奇点及其类型如表 1 所示, 表中, $\theta_e = \arccos k_t$ 。

表 1 奇点及其类型

Tab. 1 Singular points and their types

k_t 取值范围	奇点	类型
$0 \leq k_t < 1$	$(0, 0), (\pm\pi, 0)$	鞍点
	$(\pm\theta_e, 0)$	中心
$k_t \geq 1$	$(\pm\pi, 0)$	鞍点
	$(0, 0)$	中心

$0 \leq k_t < 1$ 时的面内摆角相平面如图 2(a) 所示, 此时的推力相对较小, 会导致离轨过程缓慢, 而且 $(0, 0)$ 不是系统的稳定平衡点, 而是一个鞍点, 此时面内摆角的中心平衡点为 $(\pm\theta_e, 0)$, 对于在中心平衡点附近的小范围摆动, 有

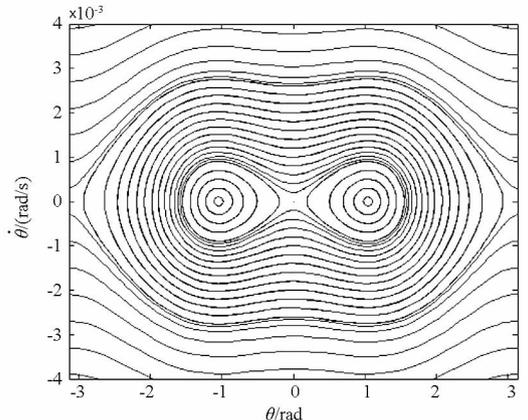
$$\theta \approx \theta_m \sin(\omega_\theta t + \phi_{\theta 0}) \pm \theta_e \quad (19)$$

式中, θ_m 为摆角 θ 的幅值, $\phi_{\theta 0}$ 为摆角 θ 的初始相位, $\omega_\theta = \sqrt{3 - 3k_t^2} n$ 为摆角 θ 的频率, $n = \sqrt{\mu/r^3}$ 为轨道平均角速度。

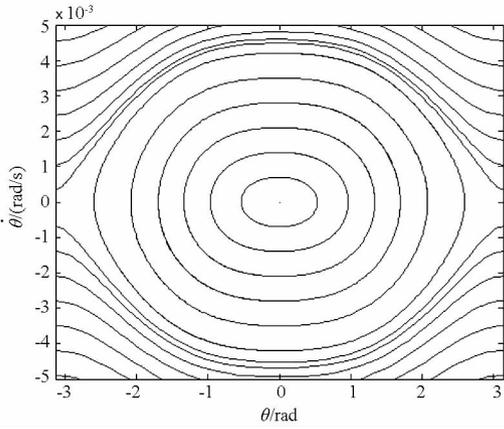
$k_t \geq 1$ 时的面内摆角相平面如图 2(b) 所示, 此时的推力相对较大, 因而离轨过程较快, 而且此时 $(0, 0)$ 是系统的稳定平衡点, 对于小角度的面内摆动, 其运动规律表现为以 $(0, 0)$ 为中心的周期运动, 对于在中心平衡点附近的小范围摆动, 有

$$\theta \approx \theta_m \sin(\omega_\theta t + \phi_{\theta 0}) \quad (20)$$

式中, $\omega_\theta = \sqrt{3(k_t - 1)} n$ 为摆角 θ 的频率。



(a) $0 \leq k_t < 1$



(b) $k_t \geq 1$

图2 面内摆角相平面图

Fig. 2 The phase plane of in-plane angle

2.2 数值仿真分析

为了验证上述近似解析解,且不失一般性,在分岔点两侧分别取推力系数 $k_t = 0.5$ 与 $k_t = 2$,系绳原长保持为 100m,面内摆角相对于中心平衡位置的初始偏差为 10° ,代入式(16)进行数值积分并与式(21)、式(22)的解析解相比较,仿真结果如图3、图4所示。可以看出,无论 k_t 取值大小为多少,系绳摆动均表现为平衡位置附近的周期性往复运动,而且数值解与解析解基本吻合,平衡位置也与理论值一致,这验证了解析解的有效性。经过多次数值仿真发现,推力系数越大,初始摆角偏差越小,数值解与解析解的吻合程度越好。

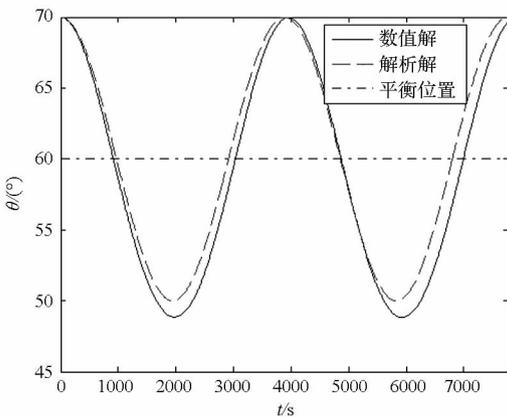


图3 面内摆动曲线($k_t = 0.5$)

Fig. 3 The curve of lateral in-plane oscillation($k_t = 0.5$)

2.3 k_t 的取值讨论

通过上述分析可知推力系数 k_t 直接影响了摆动平衡点及摆动频率,尤其是 k_t 相对于 1 的大小决定了面内摆角 θ 的分岔。由推力系数的定义 $k_t = F_c r^3 (3\mu m_c l)^{-1}$ 可知,影响 k_t 大小的因素有推力大小、轨道半径、拖船质量以及绳长。不失一般性,

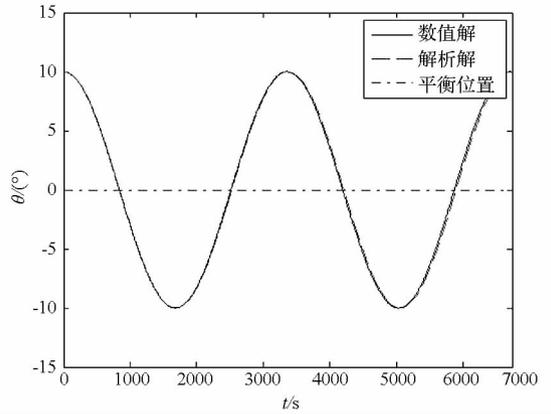


图4 面内摆动曲线($k_t = 2$)

Fig. 4 The curve of lateral in-plane oscillation($k_t = 2$)

设拖船质量为 $m_c = 1000\text{kg}$ 、绳长为 $l = 100\text{m}$ 、小推力大小为 $F_c = 0.5\text{N}$,又有地球引力常数 $\mu = 3.986 \times 10^{14}\text{m}^3/\text{s}^2$ 。对于 LEO 轨道,设 $r = 7000\text{km}$,则有 $k_t = 1.4342$;对于 GEO 轨道,设 $r = 42164\text{km}$,则有 $k_t = 313.4$ 。由此可见,即使是 0.5N 量级的小推力,推力系数 $k_t \geq 1$ 的条件也很容易满足,尤其是在 GEO 轨道,推力系数远大于 1,因此下文主要讨论 $k_t \geq 1$ 时的情况。

3 基于系绳张力的摆动抑制策略

式(16)即为系绳面内摆动的控制方程,可以看出,状态量有 2 个:绳长 l 和面内摆角 θ ,控制量只有 1 个:系绳张力 T ,属于典型的欠驱动系统。系绳张力 T 直接影响的是绳长 l ;对于面内摆角 θ ,系绳张力 T 通过改变绳长而产生影响。因此张力控制的思路是:先规划一条能够抑制面内摆角的绳长变化轨迹,然后由系绳张力控制实际绳长跟踪这一轨迹。

3.1 系绳收放的作用效果

绳长变化(即系绳收放)对面内摆角产生影响是通过式(16)中的科氏力项 $F_k = -2\dot{l}(\dot{\theta} + \omega_n)/l$,下面具体分析系绳收放对面内摆动的作用效果。由科氏力 F_k 的定义可知,它的符号取决于 \dot{l} 和 $\dot{\theta} + \omega_n$,又考虑到 ω_n 始终为正, $\dot{\theta}$ 的变化规律可近似为三角函数,则按照 $\dot{\theta}$ 的幅值 $\dot{\theta}_m$ 是否大于 ω_n ,分为两种情况进行讨论,如表 2、表 3 所示。当 $\dot{\theta}_m > \omega_n$ 时, $\dot{\theta}$ 是否大于 $-\omega_n$ 可以影响 F_k 的符号;而在 $\dot{\theta}_m < \omega_n$ 时,恒有 $\dot{\theta} + \omega_n > 0$,所以此时 $\dot{\theta}$ 的取值不影响 F_k 的符号。值得注意的是, F_k 与 $\dot{\theta}$ 的符号相同时,对面内摆角产生加速效果, F_k 与 $\dot{\theta}$ 的符号相反时,对面内摆角产生减速效果。

表 2 系绳收放的作用效果 ($\dot{\theta}_m > \omega_n$)

Tab.2 The effect of tether deployment and retrieval ($\dot{\theta}_m > \omega_n$)

	$\dot{l} > 0$	$\dot{l} < 0$
$-\dot{\theta}_m < \dot{\theta} < -\omega_n$	$F_K > 0$, 减速	$F_K < 0$, 加速
$-\omega_n < \dot{\theta} < 0$	$F_K < 0$, 加速	$F_K > 0$, 减速
$0 < \dot{\theta} < \dot{\theta}_m$	$F_K < 0$, 减速	$F_K > 0$, 加速

表 3 系绳收放的作用效果 ($\dot{\theta}_m < \omega_n$)

Tab.3 The effect of tether deployment and retrieval ($\dot{\theta}_m < \omega_n$)

	$\dot{l} > 0$	$\dot{l} < 0$
$-\dot{\theta}_m < \dot{\theta} < 0$	$F_K < 0$, 加速	$F_K > 0$, 减速
$0 < \dot{\theta} < \dot{\theta}_m$	$F_K < 0$, 减速	$F_K > 0$, 加速

3.2 期望绳长收放速率

考虑到面内摆角遵循三角函数变化规律,对于任一时刻,设面内角为 θ 、面内角速率为 $\dot{\theta}$,则此时面内角频率为 $\omega_\theta = \sqrt{3(k_t - 1)}n$ (仅考虑 $k_t \geq 1$ 的情况),面内角的相位为 $\phi_\theta = \arctan(\theta, \dot{\theta}/\omega_\theta)$,面内角幅值为 $\theta_m = \sqrt{\theta^2 + (\dot{\theta}/\omega_\theta)^2}$,面内角速率幅值为 $\dot{\theta}_m = \omega_\theta \theta_m$,而且面内角速率 $\dot{\theta}$ 与面内角的相位 ϕ_θ 之间满足 $\dot{\theta} = \dot{\theta}_m \cos \phi_\theta$ 。

因为拖船与目标必须保持一定的安全距离以及系绳长度的最大限制,所以构造的绳长必须满足一定的上下界限制,此外系绳收放轨迹要尽量连续平滑,因此选择连续有界的三角函数 \dot{l}_d 作为期望的绳长收放速率。那么问题的关键在于确定 \dot{l}_d 的相位、频率及振幅等参数。

首先讨论 $\dot{\theta}_m > \omega_n$ 的情况。如表 2 所示, $|\dot{\theta}| = \dot{\theta}_m, \dot{l} > 0$ 时产生减速效果,而且由于 $|\dot{\theta}|$ 较大,此时起的减速效果也很明显。因此在 $|\dot{\theta}| = \dot{\theta}_m$ (此时 $\phi_\theta = 0$ 或 $\phi_\theta = \pi$) 时,令 \dot{l}_d 取最大值 \dot{l}_m ,相对应的,在 $\dot{\theta} = 0$ (此时 $\phi_\theta = \pi/2$ 或 $\phi_\theta = 3\pi/2$) 时,令 \dot{l}_d 取最小值 $-\dot{l}_m$ 。如图 5 所示,构造出的期望绳长收放速率为

$$\dot{l}_d = \dot{l}_m \cos 2\phi_\theta \quad (21)$$

根据三角函数的特性,此时的期望绳长 l_d 及期望绳长加速度 \ddot{l}_d 满足

$$\begin{cases} l_d = l_e + \frac{\dot{l}_m}{2\omega_\theta} \sin 2\phi_\theta \\ \ddot{l}_d = -2\omega_\theta \dot{l}_m \sin 2\phi_\theta \end{cases} \quad (22)$$

式中, l_e 为系绳收放的中间值。为了让绳长收放速率与面内角速率相匹配,令 $\dot{l}_m = K \sqrt{\dot{\theta}_m}, K$ 为常数。

再来讨论 $\dot{\theta}_m < \omega_n$ 的情况。如表 3 所示,只要 \dot{l} 与 $\dot{\theta}$ 的符号一致,就能产生减速效果。如图 6 所示,构造的期望绳长收放速率 \dot{l}_d 与 $\dot{\theta}$ 同相位同频率,即

$$\dot{l}_d = \dot{l}_m \cos \phi_\theta \quad (23)$$

根据三角函数的特性,此时的期望绳长 l_d 及期望绳长加速度 \ddot{l}_d 满足

$$\begin{cases} l_d = l_e + \frac{\dot{l}_m}{\omega_\theta} \sin \phi_\theta \\ \ddot{l}_d = -\omega_\theta \dot{l}_m \sin \phi_\theta \end{cases} \quad (24)$$

需要注意的是,由于系绳收放对面内摆角的影响,实际的面内摆角参数 $\phi_\theta, \theta_m, \dot{\theta}_m, \omega_\theta$ 等参数一直处于动态变化之中,此外轨道角速度 ω_n 也会实时变化,因此式(21)~(24)中的期望绳长参数也在实时变化之中。

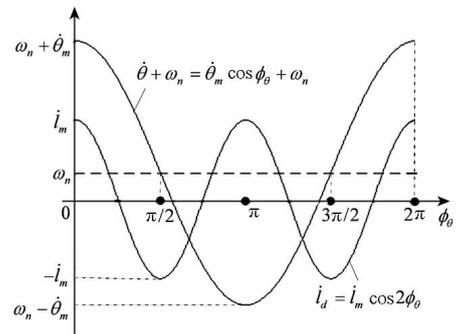


图 5 期望绳长收放速率 ($\dot{\theta}_m > \omega_n$)

Fig.5 The expect velocity of tether ($\dot{\theta}_m > \omega_n$)

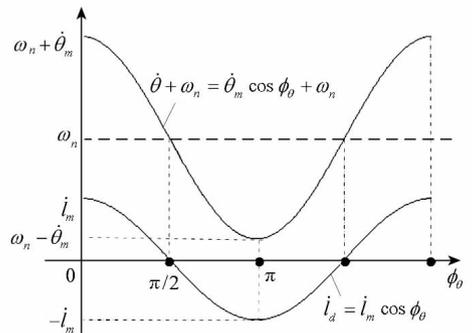


图 6 期望绳长收放速率 ($\dot{\theta}_m < \omega_n$)

Fig.6 The expect velocity of tether ($\dot{\theta}_m < \omega_n$)

3.3 张力控制律

应用反馈线性化方法,进行输入变换

$$T = -\bar{m}\zeta + \bar{m} \left[l (\dot{\theta} + \omega_n)^2 + \frac{F_c c_\theta}{m_c} + \frac{\mu l}{r^3} (3s_\theta^2 - 1) \right] \quad (25)$$

其中 ζ 为新的控制输入,则式(16)第一式可写为

$$\ddot{l} = \zeta \quad (26)$$

对式(26),考虑 PD 反馈控制:

$$\zeta = \ddot{l}_d + k_p(l_d - l) + k_d(\dot{l}_d - \dot{l}) \quad (27)$$

式中, k_p, k_d 分别为比例系数和微分系数,需要注意的是 $l_d, \dot{l}_d, \ddot{l}_d$ 的取值依据 $\dot{\theta}_m$ 相对于 ω_n 的大小在式(21)、式(22)与式(23)、式(24)之间切换。

令 $q = l - l_d$,并将式(27)代入式(26)得

$$\ddot{q} + k_p q + k_d \dot{q} = 0 \quad (28)$$

式(28)为标准二阶系统,满足 $k_p > 0, k_d > 0$ 时,实际绳长 l 将收敛于期望绳长 l_d 。

为了防止系绳松弛,张力的下限要大于 0,为了防止系统失稳,张力上限也要作约束,因此

$$T = \begin{cases} T_{\max} & T > T_{\max} \\ T_{\min} & T < T_{\min} \end{cases} \quad (29)$$

4 仿真分析

仿真中,目标质量为 $m_t = 2000\text{kg}$,拖船质量为 $m_c = 1000\text{kg}$,由此求得系统总质量为 $m = 1000\text{kg}$,等效质量为 $\bar{m} = 666.7\text{kg}$ 、质量系数为 $\eta_t = 0.67, \eta_c = 0.33$ 。初始时刻,系统位于 GEO 轨道,且轨道高度为 $r_0 = 42\,164\text{km}$,初始相对运动状态为 $l_0 = 100\text{m}, \theta_0 = -15^\circ, \varphi_0 = 0, \dot{l}_0 = 0\text{m/s}, \dot{\theta}_0 = 0, \dot{\varphi}_0 = 0$ 。小推力大小为 $F_c = 0.5\text{N}$,控制参数为:期望绳长平均值为 $l_e = 100\text{m}, k_p = 0.0015, k_d = 0.15, T_{\max} = 1\text{N}, T_{\min} = 0.1\text{N}$,张力控制律由式(26)、式(28)给出。仿真中对测量值考虑 0.5s 的延时,并加入高斯白噪声。

仿真结果如图 7 ~ 图 12 所示。从图 7、图 8 可以看出,在连续小推力作用下,轨道半径 r 一直

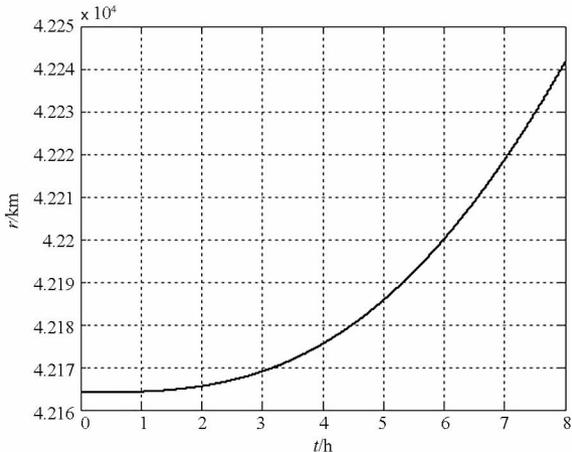


图 7 轨道半径

Fig. 7 The orbital radius

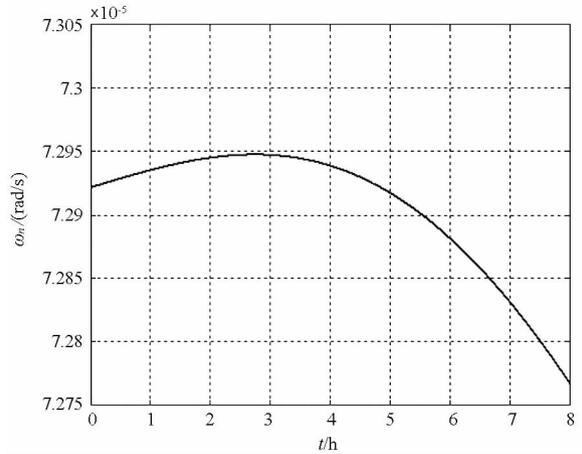


图 8 轨道角速度

Fig. 8 The orbital angular rate

在缓慢增加,而轨道角速度 ω_n 先小幅度增加然后缓慢减小,然而两者的相对变化幅度都较小。从图 9 可以看出,面内角幅值 $\dot{\theta}_m$ 总体呈下降趋势,在 $t = 2.55\text{h}$ 时,两者大小相等。从图 10 可以看

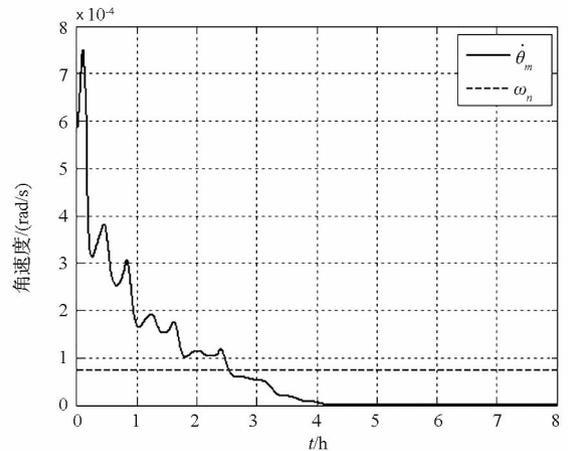


图 9 面内角速度幅值及轨道角速度

Fig. 9 The amplitude of in-plane angle and orbital angular rate

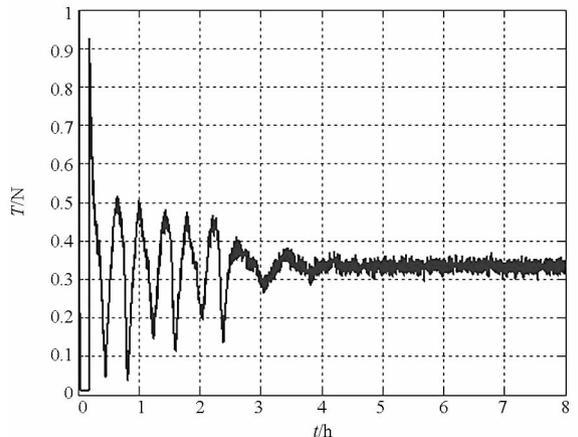


图 10 系绳张力

Fig. 10 The tension of tether

出,张力连续平滑,适合于工程应用,张力的大小始终在给定范围之内,最终张力稳定在 0.33N ($\approx \eta_i F_c$) 附近。从图 11 可以看出,实际绳长 l 很好地跟踪了期望长度 l_d ,说明了张力控制的有效性。从图 12 可以看出,面内角由初始的 -15° 逐渐收敛至 0 ,实现了预期的控制目标。

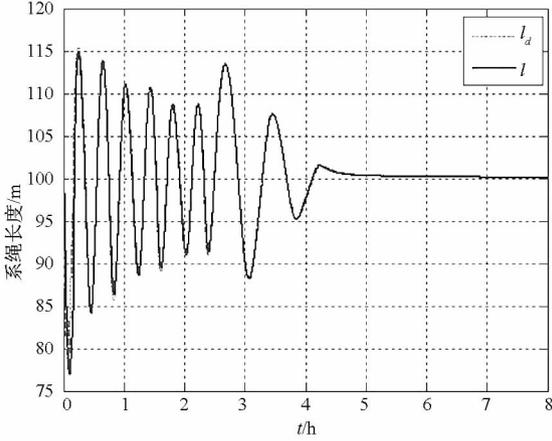


图 11 系绳实际长度与期望长度

Fig. 11 The real length and expect length of tether

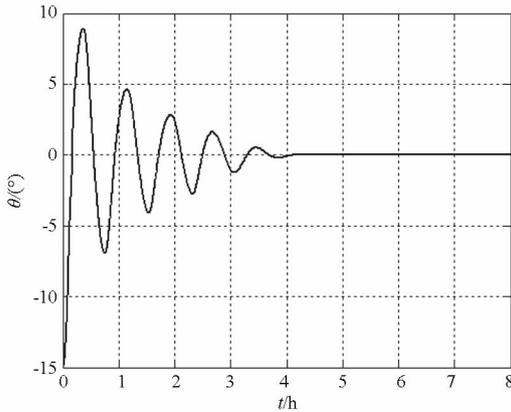


图 12 面内角

Fig. 12 In-plane angle

5 结论

针对周向常值连续小推力作用下的绳系拖曳离轨过程中的摆动抑制问题,研究了一种基于系绳张力的摆动抑制策略,得出如下结论:

1) 无系绳收放控制时,推力系数相对于 1 的大小决定了面内摆角的静态分岔现象,影响推力系数的因素有推力大小、轨道半径、拖船质量以及绳长,一般实际任务中推力系数大于 1。

2) 无系绳收放控制时,系绳摆动表现为平衡位置附近的周期性往复运动,而且在平衡位置附近,面内摆角近似为三角函数变化规律。

3) 系数收放所产生的科氏力对系绳摆动产生加速或减速的作用效果,科氏力的大小还受面内角速度和轨道角速度的影响。

4) 张力控制连续平滑,很好地实现了系绳实际长度对期望长度的跟踪,同时有效地抑制了离轨过程中的系绳摆动。

参考文献 (References)

[1] ROGER-Team A S. Robotic geostationary orbit restorer (ROGER) phase A final report: executive summary [R]. European Space Agency, 2003.

[2] 陈钦, 杨乐平, 张青斌. 空间飞网发射动力学建模仿真研究与地面试验[J]. 国防科技大学学报, 2009, 31(3): 16 - 19. CHEN Qin, YANG Leping, ZHANG Qingbin. Dynamic model and simulation of orbital net casting and ground test [J]. Journal of National University of Defense Technology, 2009, 31(3): 16 - 19. (in Chinese)

[3] Yu Y, Baoyin H X, Li J F. Dynamic modelling and analysis of space webs [J]. SCIENCE CHINA Physics, Mechanics & Astronomy, 2011, 54(4): 783 - 791.

[4] Chen Q, Yang L P. On dynamics of casting a net structure of flexible cables on orbit [C]//Proceedings of the 60th International Astronautical Congress, Daejeon, Republic of Korea, 2009.

[5] Gärdback M, Tibert G. Optimal deployment control of spinning space webs and membranes[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(5): 1519 - 1530.

[6] Bergamin L, Izzo D. Comments on deployment and control of charged space webs [R]. European Space Agency, the a Advanced Concepts Team, 2007.

[7] Zhai G, Qiu Y, Liang B, et al. On-orbit capture with flexible tether-net system[J]. Acta Astronautica, 2009, 65(5 - 6): 613 - 623.

[8] Zhai G, Qiu Y, Liang B, et al. Research of capture error and error compensate for space net capture robot[C]//Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, Sanya, China, 2007: 467 - 472.

[9] 朱仁璋, 雷达, 林华宝. 绳系卫星系统复杂模型研究[J]. 宇航学报, 1999, 20(3): 7 - 12. ZHU Renzhang, LEI Da, LIN Huabao. A sophisticated dynamical model of tethered satellite systems[J]. Journal of Astronautics, 1999, 20(3): 7 - 12. (in Chinese)

[10] 于绍华, 刘强, 杨林娜. 绳系卫星系统二维平面运动和常规动力学[J]. 宇航学报, 2000, 21(4): 15 - 24. YU Shaohua, LIU Qiang, YANG Linna. Regular dynamics of in-planar motion of tethered satellite system[J]. Journal of Astronautics, 2000, 21(4): 15 - 24. (in Chinese)

[11] Misra A K. Dynamics and control of tethered satellite systems[J]. Acta Astronautica, 2008, 63(11 - 12): 1169 - 1177.

[12] Liu H T, Yang L P, Zhang Q B, et al. An investigation on tether-tugging de-orbit of defunct geostationary satellites[J]. SCIENCE CHINA Technological Sciences, 2012, 55(7): 2019 - 2027.

[13] 孙亮, 赵国伟, 黄海, 等. 面内轨道转移过程中的绳系系统摆振特性研究[J]. 航空学报, 2012, 33(7): 1245 - 1254. SUN Liang, ZHAO Guowei, HUANG Hai, et al. Analysis of librational and vibrational characteristics for tethered systems during orbital transfer in plane [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2012, 33(7): 1245 - 1254. (in Chinese)