

## 空间站零燃料大角度姿态机动路径存在性分析\*

赵乾<sup>1</sup>, 黄海兵<sup>1</sup>, 李毅<sup>2</sup>

(1. 国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073; 2. 上海宇航系统工程研究所, 上海 201109)

**摘要:** 零燃料大角度姿态机动技术是新近应用在国际空间站的新概念姿态控制技术。构造了以控制力矩陀螺为执行机构的空间站姿态控制动力学模型, 在此基础上, 建立了空间站本体与控制力矩陀螺之间的角动量守恒关系。针对各类大角度姿态机动任务, 通过分析空间站惯量参数与控制力矩陀螺性能参数之间的解析关系, 得到了零燃料大角度姿态机动路径的存在性条件。通过规划算例验证了存在性分析的正确性。所提出的零燃料大角度姿态机动存在性条件, 为姿态机动路径的存在性判断提供了便捷可行的方法, 为零燃料大角度姿态机动技术未来在我国空间站实施的可行性论证提供重要的理论依据。

**关键词:** 姿态机动; 动量矩守恒; 路径规划; 控制力矩陀螺

中图分类号: V421.4 文献标志码: A 文章编号: 1001-2486(2015)01-059-06

## Zero propellant maneuver path existence analysis for space station

ZHAO Qian<sup>1</sup>, HUANG Haibing<sup>1</sup>, LI Yi<sup>2</sup>

(1. College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. Aerospace System Engineering Shanghai, Shanghai 201109, China)

**Abstract:** Zero-propellant maneuver is an advanced concept of attitude control, which has been applied to the International Space Station. The dynamic models of space station using control momentum gyros are constructed, and the momentum equilibrium relation between space station and control momentum gyros is established. Then, considering different large angle attitude mission, the relation between inertia of space station and characteristic parameters of control momentum gyros is analyzed, and conditions of zero-propellant maneuver path existence are obtained. Effectiveness of the existence conditions is verified by the path planning examples. The proposed existence conditions can provide a convenient and effective method to determinate whether the zero-propellant maneuver path exists, which can provide significant theoretical argument for zero-propellant maneuver technology to apply to Chinese Space Station in future.

**Key words:** attitude maneuver; momentum equilibrium; path planning; control momentum gyros

姿态控制是空间站建造与运营需要突破的关键技术难题之一, 在理论上存在许多尚未解决的问题。空间站大角度姿态机动通常采用姿控发动机实现, 由于空间站惯量大, 采用这种方式进行一次大角度姿态机动需要耗费大量燃料, 从而给空间站的后勤补给带来较大负担。与喷气推力器相比, 控制力矩陀螺 (Control Moment Gyroscopes, CMGs) 进行姿态控制的最大优点是不需要消耗燃料, 仅需电能就可以实现姿态控制。然而, 在使用 CMGs 进行大角度姿态机动过程中, CMGs 需要和空间站持续地进行角动量交换, 容易出现饱和或奇异, 失去姿态控制的能力, 无法完成机动任务。因此, 能否采用角动量交换装置有效减少空间站姿态控制特别是姿态机动任务中的

燃料消耗一直是空间站设计人员和运行控制人员思考的一个重要问题。

零燃料大角度姿态机动 (Zero Propellant Maneuver, ZPM) 的概念最早由美国麻省理工学院 Charles Stark Draper 实验室的 Bedrossian<sup>[1]</sup> 于 1996 年提出。ZPM 的核心思想是建立姿态机动最优控制框架, 利用空间环境力矩和姿态动力学特性规划出合适的机动路径, 使空间站能在 CMGs 不出现饱和或奇异的前提下按照该路径完成姿态机动, 从而达到姿态机动的零燃料消耗。经过十多年的理论方法研究与地面原理验证, 2007 年 3 月, NASA 成功实施了基于双框架控制力矩陀螺 (Double Gimbal Control Moment Gyroscopes, DGCMS) 的国际空间站 180° ZPM 在

\* 收稿日期: 2014-05-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (11272346); 国家 973 计划资助项目 (2013CB733100)

作者简介: 赵乾 (1987—), 男, 辽宁康平人, 博士研究生, E-mail: zhaopianmars@gmail.com;

黄海兵 (通信作者), 男, 讲师, 博士, E-mail: huanghaibing@126.com

轨飞行试验,节省了 50.76kg 燃料,价值约 110 万美元<sup>[2-3]</sup>。ZPM 还可避免燃气对太阳帆板、外露设备和试验载荷的污染和影响。此外,该技术提供了喷气推力器故障时进行姿态机动的备份手段,提高了空间站在轨运行的安全性和可靠性。

虽然 ZPM 已在国际空间站实现,但目前已有研究并未从本质上揭示 ZPM 路径存在的条件<sup>[4-7]</sup>。

## 1 系统动量矩守恒关系的建立

如图 1 所示,定义空间站的轨道坐标系为  $O_s x_n y_n z_n$ 。 $O_s$  为空间站质心,  $x_n$  为空间站轨道切向方向。假设空间站所在轨道为圆轨道,那么  $x_n$  方向与速度方向重合。 $z_n$  为轨道径向,指向地心。 $y_n$  沿轨道法向,由右手定则确定。假设空间站轨道倾角与升交点赤经保持不变,那么  $y_n$  在惯性空间定向。空间站的本体坐标定义为  $O_b x_b y_b z_b$ ,当三轴姿态都为零时,体坐标与轨道系重合。为了便于存在性分析,定义惯性系  $O_e x_I y_I z_I$ ,  $O_e$  为地心原点,  $x_I$  由  $O_e$  指向轨道升交点,  $y_I$  沿轨道面法向,与  $y_n$  轴重合,  $z_I$  方向由右手定则确定。

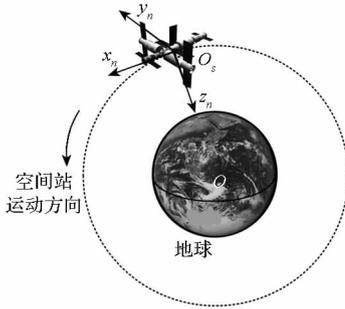


图 1 坐标系定义

Fig. 1 Definition of coordinate frame

姿态描述采用修正的罗德里格斯参数 (Modified Rodrigues Parameters, MRP) 参数

$$\sigma = e \tan\left(\frac{\Phi}{4}\right) \quad (1)$$

其中,  $e$  为欧拉轴,  $\Phi$  为欧拉角。

姿态运动学方程为

$$\dot{\sigma} = G(\sigma) [\omega - \omega_0(\sigma)] \quad (2)$$

其中,  $\omega$  是空间站的角速度,  $\omega_0(\sigma)$  是轨道角速度。  $G(\sigma)$  定义为

$$G(\sigma) = \frac{1}{2} \left( \frac{1 - \sigma^T \sigma}{2} I_3 + \sigma \sigma^T + [\sigma \times] \right) \quad (3)$$

其中,  $I_3$  为单位对角矩阵,  $[\sigma \times]$  为  $\sigma$  的反对称矩阵

$$[\sigma \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\sigma_3 & \sigma_2 \\ \sigma_3 & 0 & -\sigma_1 \\ -\sigma_2 & \sigma_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

姿态动力学方程为

$$\dot{\omega} = J^{-1} (-\omega \times J \omega + u_{cmg} + \tau_{gg} + w) \quad (5)$$

其中,  $J = \text{diag}(J_x \ J_y \ J_z)$  为空间站的转动惯量,  $u_{cmg}$  为控制力矩,  $\tau_{gg}$  为重力梯度力矩,  $w$  为干扰力矩。控制力矩  $u_{cmg}$  由 CMGs 提供, CMGs 的动力学方程为

$$\dot{h} = -u_{cmg} - \omega \times h \quad (6)$$

其中,  $h$  为 CMGs 的角动量。

由式(5)与式(6)可知,控制力矩  $u_{cmg}$  同时对空间站与 CMGs 的角动量产生影响。将式(5)与式(6)合并,可得

$$J \dot{\omega} + \omega \times J \omega + \dot{h} + \omega \times h = \tau_{gg} + w \quad (7)$$

将式(7)进行积分,可得到

$$H_{SS} + H_{CMG} = \text{const} + \int (\tau_{gg} + w) dt \quad (8)$$

其中,  $H_{SS}$  与  $H_{CMG}$  分别为空间站与 CMGs 的角动量。

## 2 基于边界条件的存在性分析

### 2.1 不考虑任何环境外力矩

CMGs 的控制力矩作用属于内力,根据动量矩守恒定理,当空间站不受任何环境外力矩时,由式(8)可知,空间站的角动量与 CMGs 的角动量之和保持恒定,如式(8)所示

$$H_{SS} + H_{CMG} = \text{const} \quad (9)$$

空间站的角动量  $H_{SS}$  可表示为

$$H_{SS} = C_B^I J C_I^B \omega^I \quad (10)$$

其中,  $C_B^I$  为空间站体坐标系到惯性系的坐标转换矩阵,  $C_I^B$  为惯性系到体坐标系的坐标转换矩阵,  $\omega^I$  为空间站角速度在惯性坐标系中的表示。假设空间站在姿态机动的始末状态都保持对地定向,那么,在始末状态分别有

$$\begin{cases} H_{SS}(t_0) = \omega_0 C_B^I(t_0) J C_I^B(t_0) n^o \\ H_{SS}(t_f) = \omega_0 C_B^I(t_f) J C_I^B(t_f) n^o \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $t_0$  与  $t_f$  分别代表初始终端时刻;  $\omega_0$  为轨道角速度,当空间站所在轨道为圆轨道时,  $\omega_0$  为常数;  $n^o$  为沿轨道面法向的单位向量,与轨道系  $y_n$  方向反向。进一步地,如果考虑在始末状态空间站惯量主轴与轨道系重合,可以得到

$$\begin{cases} H_{SS}(t_0) = \omega_0 J_{ini}^n n^o \\ H_{SS}(t_f) = \omega_0 J_{ter}^n n^o \end{cases} \quad (12)$$

其中,  $J_{ini}^n$  与  $J_{ter}^n$  分别表示始末状态空间站在  $n^o$  方向的主惯量。

CMGs 的角动量  $H_{CMG}$  可表示为

$$H_{CMC} = h_0 (A \sin \delta + B \cos \delta) E \quad (13)$$

其中,  $h_0$  为单个陀螺的角动量;  $A$  与  $B$  为安装矩阵, 由 CMGs 的构型决定;  $E = [1, 1, \dots, 1]^T$ , 其维数由陀螺数量确定。CMGs 的工作范围为其角动量包络, 如图 2 所示为金字塔构型单框架控制力矩陀螺 (Single Gimbal CMGs, SGCMGs) 的角动量包络。CMGs 的工作范围可统一定义为

$$|H_{CMC}| \leq k_{CMC} h_0 \quad (14)$$

其中,  $k_{CMC}$  为构型系数, 由 CMGs 的构型决定。对于 SGCMGs,  $k_{CMC}$  为饱和值边界系数, 对金字塔构型 SGCMGs 有  $2.56 \leq k_{CMC} \leq 3.30$ , 对五棱锥构型 SGCMGs 有  $4.35 \leq k_{CMC} \leq 4.77$ , 定义  $k_{CMCmin}$  与  $k_{CMCmax}$  分别为最小与最大系数。DGCMS 的  $k_{CMC}$  即为其陀螺的个数, 如对于国际空间站的 DGCMS, 有  $k_{CMC} = 4$ 。

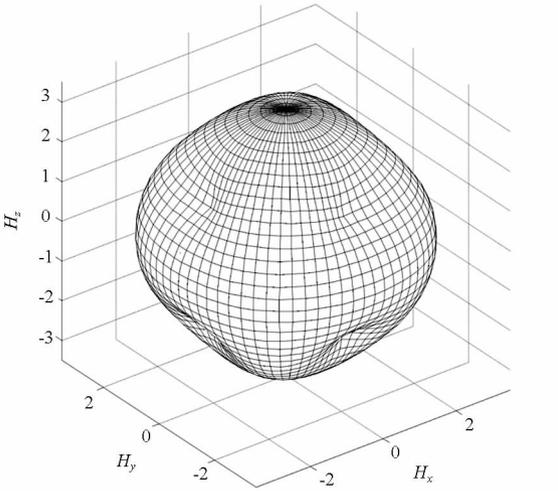


图 2 角动量包络面

Fig. 2 Momentum envelope

空间站与 CMGs 的初始终端角动量关系可表示为

$$\omega_0 J_{ini}^n n^o + H_{CMG0} = \omega_0 J_{ter}^n n^o + H_{CMC} \quad (15)$$

假设 CMGs 的初始角动量  $H_{CMG0} = 0$ , 即其初始角动量在工作空间的原点。由于 CMGs 的角动量空间为近似球体, 且初始角动量为零, 那么可以认为任意方向的 CMGs 的终端角动量状态都是可以到达的。由式(14)与式(15)可得

$$\omega_0 |J_{ini}^n - J_{ter}^n| \leq k_{CMC} h_0 \quad (16)$$

90°或 180°姿态机动是空间站在组装操作、交会对接等常用到的大角度姿态机动。因此, 针对以下几种典型的情况开展分析。

对于 90°偏航姿态机动, 有

$$h_0 \geq \frac{\omega_0 |J_y - J_x|}{k_{CMCmin}} \quad (17)$$

对于 90°滚转姿态机动, 有

$$h_0 \geq \frac{\omega_0 |J_z - J_y|}{k_{CMCmin}} \quad (18)$$

对于 90°俯仰机动, 由于  $J_{ini}^n = J_{ter}^n = J_y$ , 因此式(16)对俯仰机动并不构成任何关于存在性的约束条件。

对于 180°偏航或滚转机动, 虽然满足  $J_y = J_{ini}^n = J_{ter}^n$ , 但是姿态机动的过程中, 需考虑所经过的最小变化角动量, 可得

$$h_0 \geq \frac{\omega_0 \min\{|J_z - J_y|, |J_y - J_x|\}}{k_{CMCmin}} \quad (19)$$

而对于 180°俯仰机动, 与 90°俯仰机动的情况类似, 同样不构成约束。本文的结论都基于以下假设, 包括空间站体坐标系与惯量主轴重合、机动的始末状态均为对地定向姿态、陀螺初始角动量为零等假设条件。

## 2.2 考虑重力梯度力矩

如果考虑重力梯度力矩的作用, 可以得到

$$\omega_0 J_{ini}^n n^o = \omega_0 J_{ter}^n n^o + H_{CMC} + \Delta H_{gg} \quad (20)$$

其中,  $\Delta H_{gg}$  为重力梯度力矩产生的角动量累积效应, 表示为

$$\Delta H_{gg} = \int_{t_0}^{t_f} \tau_{gg}^b dt \quad (21)$$

其中,  $\tau_{gg}^b$  可表示为

$$\tau_{gg}^b = 3n^2 C_3 \times J^b C_3 \quad (22)$$

其中,  $C_3$  为轨道系  $z$  轴方向的单位矢量,  $J^b$  为体坐标系中的空间站惯量张量,  $\tau_{gg}^b$  为体坐标系中的重力梯度矩, 其标量形式为

$$\begin{cases} \tau_{ggx}^b = 3\omega_0^2 (J_z - J_y) \sin\varphi \cos\varphi \cos^2\theta \\ \tau_{ggy}^b = -3\omega_0^2 (J_x - J_z) \cos\varphi \sin\theta \cos\theta \\ \tau_{ggz}^b = -3\omega_0^2 (J_y - J_x) \sin\varphi \sin\theta \cos\theta \end{cases} \quad (23)$$

重力梯度矩在轨道系中表示为

$$\tau_{gg}^n = C_b^n \tau_{gg}^b \quad (24)$$

其中,  $C_b^n$  为体坐标系到轨道坐标系的转换矩阵。由式(23)与式(24)化简可得

$$\begin{cases} \tau_{ggx}^n = \frac{3}{2} \omega_0^2 [(J_z - J_y) (\sin 2\varphi \cos\theta \cos\psi + \sin^2\varphi \sin 2\theta \sin\psi) - (J_z - J_x) \sin 2\theta \sin\psi] \\ \tau_{ggy}^n = \frac{3}{2} \omega_0^2 [(J_z - J_y) (\sin 2\varphi \cos\theta \sin\psi + \sin^2\varphi \sin 2\theta \cos\psi) - (J_z - J_x) \sin 2\theta \cos\psi] \\ \tau_{ggz}^n = 0 \end{cases} \quad (25)$$

由式(12)可知, 空间站的始末状态角动量均

沿轨道系  $y_n$  方向,即空间站的初始和终端角动量之差沿  $y_n$  方向,因此,只考察重力梯度力矩沿  $y_n$  方向的角动量累积效应,如式(26)所示:

$$\Delta H_{ggy} = \frac{3}{2} \omega_0^2 \int_{t_0}^{t_f} [(J_z - J_y) (\sin 2\varphi \cos \theta \sin \psi + \sin^2 \varphi \sin 2\theta \cos \psi) + (J_z - J_x) \sin 2\theta \cos \psi] dt \quad (26)$$

对  $|\Delta H_{ggy}|$  求极大值,可得

$$|\Delta H_{ggy}| \leq \omega_0^2 \Delta t (1.732 |J_z - J_y| + 1.5 |J_z - J_x|) \quad (27)$$

由式(14)、式(20)和式(27)可得

$$\omega_0 |J_{ini}^n - J_{ter}^n| \leq k_{CMG} h_0 + \omega_0^2 \Delta t \Delta J \quad (28)$$

其中  $\Delta J = (1.732 |J_z - J_y| + 1.5 |J_z - J_x|)$ 。当式(28)取等时,表明姿态机动路径能充分利用重力梯度力矩,那么,CMGs 在姿态机动过程中的负担将会有所减小。假设所规划的最优姿态机动路径能够充分利用重力梯度的辅助作用。图 3 更为清晰地描述了系统的角动量关系,图 3 中的球体近似为 CMGs 的角动量包络球,其半径为  $k_{CMG} h_0$ 。椭球体为重力梯度力矩的角动量累积影响椭球,  $ON$  方向与轨道系  $y_n$  方向重合,那么椭球体沿  $ON$  方向的半长轴长度为  $\omega_0^2 \Delta t \Delta J$ 。  $P$  点和  $N$  点对应式(28)的取等点。由图 3 可知,如果能充分利用重力梯度力矩,相当于 CMGs 的角动量空间得到了拓展,从而提升机动能力。

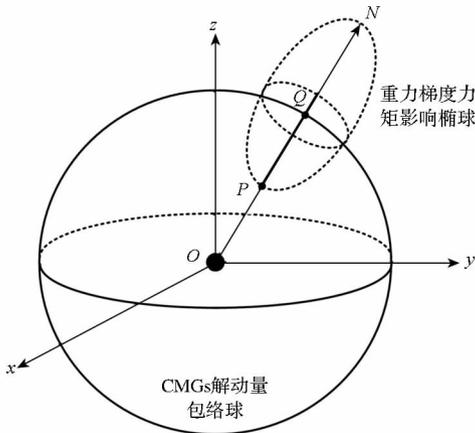


图 3 角动量关系示意图

Fig. 3 Momentum relationship

针对不同的姿态机动任务,可得到以下结论。

对于偏航  $90^\circ$  姿态机动的情况,有

$$\omega_0 |J_y - J_x| \leq k_{CMG} h_0 + \omega_0^2 \Delta t \Delta J \quad (29)$$

即

$$h_0 \geq \frac{\omega_0 |J_y - J_x| - \omega_0^2 \Delta t \Delta J}{k_{CMG}} \quad (30)$$

对于滚转  $90^\circ$  姿态机动的情况,有

$$h_0 \geq \frac{\omega_0 |J_z - J_y| - \omega_0^2 \Delta t \Delta J}{k_{CMG}} \quad (31)$$

类似地,可以得到姿态偏航与俯仰机动  $180^\circ$  的机动路径存在性条件为

$$h_0 \geq \frac{\omega_0 \min\{|J_z - J_y|, |J_y - J_x|\} - \omega_0^2 \Delta t \Delta J}{k_{CMG}} \quad (32)$$

与式(17)~(19)的结论对比可知,如果能充分利用重力梯度力矩的辅助作用,零燃料姿态机动会更容易实现。

### 3 基于过程约束的存在性分析

以上分析仅考虑了初始与终端状态之间的系统角动量守恒关系。除此之外,还需考虑姿态机动过程中空间站与 CMGs 的角动量守恒关系。在机动过程中,由空间站角速度变化所引起的空间站本体角动量变化由 CMGs 提供。

那么,在机动的过程中,存在关系

$$J_i \bar{\omega} \leq k_{CMGmin} h_0 \quad (33)$$

其中,  $J_i$  为某方向的惯量主轴,决定于姿态机动的方向。  $\bar{\omega}$  为姿态机动平均角速度,可由式(34)估算

$$\bar{\omega} \approx \frac{\Theta}{\Delta t} \quad (34)$$

其中,  $\Delta t = t_f - t_0$  为姿态机动持续时间,  $\Theta$  为姿态机动的角度。那么可以得到偏航、滚转与俯仰机动路径的存在条件分别为

$$\begin{cases} h_0 \geq \frac{\Theta J_z}{\Delta t k_{CMGmin}} \\ h_0 \geq \frac{\Theta J_x}{\Delta t k_{CMGmin}} \\ h_0 \geq \frac{\Theta J_y}{\Delta t k_{CMGmin}} \end{cases} \quad (35)$$

综合由边界条件与过程约束得到的姿态机动路径的存在性分析,可以得到不同机动任务的 ZPM 路径存在的条件,见表 1。

### 4 算例验证

设定空间站轨道高度约为 380km,那么轨道角速度  $\omega_0 \approx 0.0011 \text{ rad/s}$ 。姿态机动时间为 6000s。空间站的角动量为  $\text{diag}(3 \ 5 \ 8) 10^6 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ,控制执行机构选取为五棱锥构型的 SGCMGs。将单个陀螺角动量  $h_0$  作为变量,考察存在性条件的正确性。表 2 为根据存在性条件求得各类姿态机动任务所需的最小单个陀螺角动量。

表 1 各类姿态机动任务的 ZPM 存在条件

Tab.1 ZPM existence conditions of different attitude maneuver missions

机动类型	不考虑环境力矩	考虑重力梯度
90°偏航	$h_0 \geq \max \left\{ \frac{\omega_0  J_y - J_x }{k_{CMGmin}}, \frac{\pi J_z}{2\Delta tk_{CMGmin}} \right\}$	$h_0 \geq \max \left\{ \frac{\omega_0  J_y - J_x  - \omega_0^2 \Delta t \Delta J}{k_{CMG}}, \frac{\pi J_z}{2\Delta tk_{CMGmin}} \right\}$
90°滚转	$h_0 \geq \max \left\{ \frac{\omega_0  J_z - J_y }{k_{CMGmin}}, \frac{\pi J_x}{2\Delta tk_{CMGmin}} \right\}$	$h_0 \geq \max \left\{ \frac{\omega_0  J_z - J_y  - \omega_0^2 \Delta t \Delta J}{k_{CMG}}, \frac{\pi J_x}{2\Delta tk_{CMGmin}} \right\}$
90°俯仰	$h_0 \geq \frac{\pi J_y}{2\Delta tk_{CMGmin}}$	$h_0 \geq \frac{\pi J_y}{2\Delta tk_{CMGmin}}$
180°偏航	$h_0 \geq \max \left\{ \frac{\omega_0 \min \{  J_z - J_y ,  J_y - J_x  \}}{k_{CMGmin}}, \frac{\pi J_z}{\Delta tk_{CMGmin}} \right\}$	$h_0 \geq \max \left\{ \frac{\omega_0 \min \{  J_z - J_y ,  J_y - J_x  \} - \omega_0^2 \Delta t \Delta J}{k_{CMG}}, \frac{\pi J_z}{\Delta tk_{CMGmin}} \right\}$
180°滚转	$h_0 \geq \max \left\{ \frac{\omega_0 \min \{  J_z - J_y ,  J_y - J_x  \}}{k_{CMGmin}}, \frac{\pi J_x}{\Delta tk_{CMGmin}} \right\}$	$h_0 \geq \max \left\{ \frac{\omega_0 \min \{  J_z - J_y ,  J_y - J_x  \} - \omega_0^2 \Delta t \Delta J}{k_{CMG}}, \frac{\pi J_x}{\Delta tk_{CMGmin}} \right\}$
180°俯仰	$h_0 \geq \frac{\pi J_y}{\Delta tk_{CMGmin}}$	$h_0 \geq \frac{\pi J_y}{\Delta tk_{CMGmin}}$

注:  $\Delta J = (1.732 |J_z - J_y| + 1.5 |J_z - J_x|)$

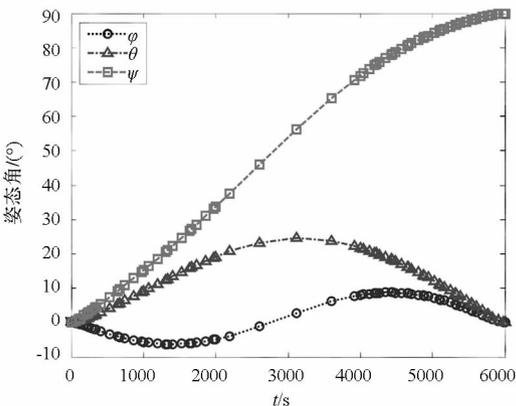
对考虑不同外力矩条件的 90°偏航姿态机动算例进行对比分析。采用伪谱法对姿态机动路径进行求解,路径规划求解过程不在此赘述,详见文献[8-10]。

表 2 各类姿态机动任务最小单个陀螺角动量

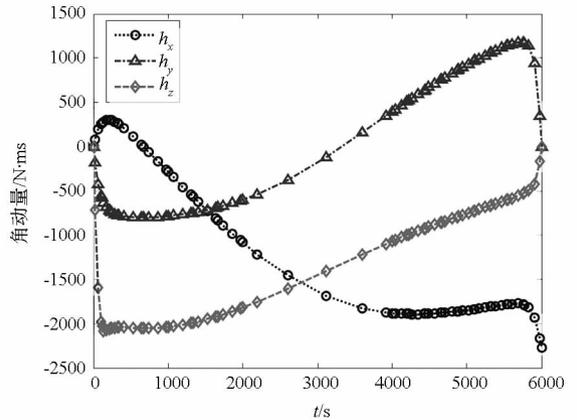
Tab.2 Minimum CMG momentums of different attitude maneuver missions

机动类型	不考虑环境力矩	考虑重力梯度力矩	单位: N · ms
90°偏航	505.7	481.5	
90°滚转	758.6	481.5	
90°俯仰	300.9	300.9	
180°偏航	962.9	962.9	
180°滚转	962.9	962.9	
180°俯仰	601.8	601.8	

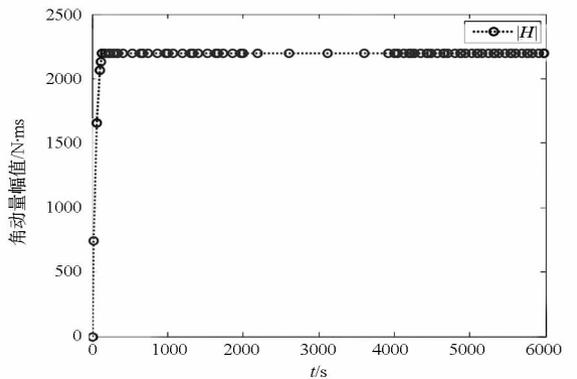
图 4 为无环境力矩作用下偏航 90°的最优角动量姿态机动轨迹,图 4(a)与图 4(b)分别为姿态机动过程中的姿态角与 CMGs 角动量变化曲线。由图 4(c)可知,机动过程中的最优角动量幅



(a) 姿态变化曲线  
(a) Attitude verse time



(b) 角动量变化曲线  
(b) Momentum verse time



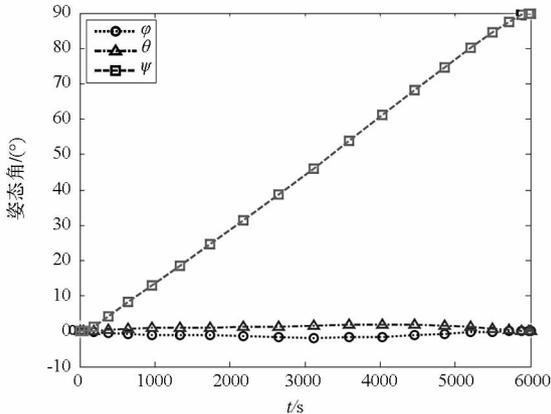
(c) 角动量幅值变化曲线  
(c) Momentum magnitude verse time

图 4 偏航 90°姿态机动(无环境力矩作用)

Fig.4 Yaw 90°attitude maneuver(no environment torque) 值为 2199.8 N · ms,与此对应的最小单个陀螺角动量为 505.7 N · ms。规划结果验证了存在性分析的正确性。

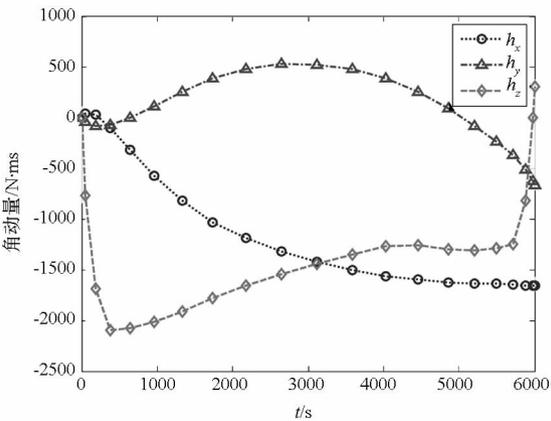
图 5 为考虑重力梯度作用下偏航 90°最优角动量姿态机动轨迹,图 5(a)与图 5(b)分别为姿态机动过程中的姿态角与 CMGs 角动量变化曲

线。由图 5(c)可知,机动过程中的最优角动量幅值为  $2094.5\text{N}\cdot\text{ms}$ ,与此对应的最小单个陀螺角动量为  $481.5\text{N}\cdot\text{ms}$ ,与存在性分析得到的数据相吻合,从而验证了存在性分析的正确性。相比无环境力矩的情况,考虑重力梯度作用时,所需 CMGs 角动量更小,这正是由于在姿态机动过程中重力梯度力矩起到了辅助作用。



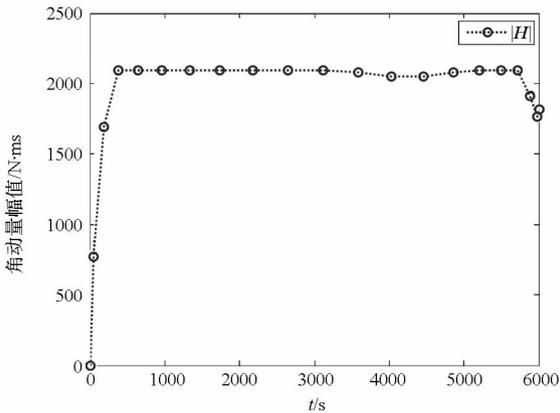
(a) 姿态变化曲线

(a) Attitude verse time



(b) 角动量变化曲线

(b) Momentum verse time



(c) 角动量幅值变化曲线

(c) Momentum magnitude verse time

图 5 偏航  $90^\circ$ 姿态机动(考虑重力梯度力矩)

Fig. 5 Yaw  $90^\circ$ attitude maneuver ( considering gravity gradient torque)

### 5 结论

本文依据角动量守恒定理分析了零燃料姿态机动路径的存在性。首先构造了以控制力矩陀螺为执行机构的空间站姿态控制动力学模型。然后,从动量矩守恒的角度,针对各类大角度姿态机动任务,通过分析空间站惯量参数与 CMGs 性能参数之间的解析关系,得到了 ZPM 姿态机动路径的存在性条件。最后,通过规划算例验证了存在性分析的正确性。为 ZPM 姿态机动路径的存在性判断提供了便捷可行的方法,不需进行繁琐的数值运算,根据空间站惯量与 CMGs 参数的解析关系可直接进行判定。目前所推导的单个陀螺角动量门限值虽然只能提供 ZPM 机动路径存在的充分条件,但仍可为工程实践提供一定的指导。

### 参考文献 (References)

- [1] Bedrossian N, Bhatt S, Kang W, et al. Zero-propellant maneuver guidance[J]. IEEE Control System Magazine, 2009, 3(10): 53 - 73.
- [2] Bedrossian N, Bhatt S. First ever flight demonstration of zero propellant maneuver attitude control concept [C]//Proceedings of AIAA Guidance Navigation and Control Conference, 2007:6734.
- [3] Bedrossian N, Bhatt S, Lammers M, et al. Zero-propellant maneuver flight results for 180deg ISS rotation [ C ]// Proceedings of the 20th International Symposium on Space Flight Dynamics, 2008;4833.
- [4] Kang W, Bedrossian N. Optimal control theory makes debut flight saves NASA \$1M in under three hours [ C ]// Proceedings of SIAM News ,2007: 40(7).
- [5] Zhang S, Tang G J, Friswell M I, et al. Multi-objective optimization of zero propellant spacecraft attitude maneuvers[J]. Journal of optimization theory and application, published online, 2014,163( 3 ):926 - 948.
- [6] Huang H B , Tang G J, Zhao Q. Zero propellant maneuver path planning for space station using single gimbal control moment gyros [ C ]//Proceedings of 63rd International Astronautical Congress, Italy Naples, 2012.
- [7] Zhao Q, Tang G J, Huang H B. Optimal large angle attitude maneuver path planning for space station under complex geometric constrains [ C ]//Proceedings of 63rd International Astronautical Congress, Italy Naples, 2012.
- [8] Elnagar G, Kazemi M A, Razzaghi M. The pseudospectral legendre method for discretizing optimal control problems[J]. IEEE Transaction on Automatic Control, 1995, 40(10): 793 - 1796.
- [9] Gong Q, Ross I M, Fahroo F. Spectral algorithm for pseudospectral methods in optimal control [ J ]. Journal of Guidance Control and Dynamics, 2008, 31(3): 460 - 471.
- [10] Rao A V, Benson D A. Algorithm 902: GPOPS, a matlab software for solving multiple-phase optiaml control using the gauss pseudospectral method [ J ]. ACM Transaction on Mathematical Software, 2010, 37(2): 1 - 39.