

无人机风梯度滑翔过程中能量变化*

朱炳杰, 侯中喜

(国防科技大学 航天科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:风梯度滑翔是一种能够使飞行器从飞行环境中获取能量的飞行方式。在已建立的飞行器动力学模型的基础上,分析了无人机在已知的梯度风场中一个滑翔周期内的能量变化过程。采取分段解析的方法,将一个风梯度滑翔周期分为4个阶段进行分析,即逆风爬升、高空转弯、顺风下滑和低空转弯,其中高空转弯为整个滑翔周期内的关键阶段。采用三维空间路径结合二维平面投影的计算方法,详细分析了无人机在高空转弯过程中的运动方程和能量转化方程,同时分析了影响飞行器从梯度风场中获取能量以及梯度风场中由于空气阻力导致飞行器能量损失的相关参数,为无人机最大程度地从梯度风场中获取能量,同时减少自身能源损耗提供了理论指导,并且根据理论建模进行了仿真分析,得出了逆风爬升和高空转弯的初期是获取能量主要阶段的结论,对指导无动力滑翔有很大的意义。

关键词:风梯度滑翔;无人机;高空转弯;梯度风

中图分类号:TK01+1 **文献标志码:**A **文章编号:**1001-2486(2015)01-078-06

Energy transformation in dynamic soaring of unmanned aerial vehicles

ZHU Bingjie, HOU Zhongxi

(College of Aerospace Sciences and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: Dynamic soaring is a special flying technique designed to allow air vehicles to extract energy from atmosphere. Based on the established dynamic model of the aircraft, the energy transformation of unmanned aerial vehicles (UAVs) in a gliding cycle of the known gradient wind field was analyzed. The method of subsection analysis was introduced and a dynamic soaring cycle was divided into four phases: climbing with headwind, turning in high altitude, gliding with tailwind, turning in low altitude. Turning in high altitude was the most critical phase in the dynamic soaring cycle. By using the calculation method which combines the three-dimensional space path with the two-dimensional plane projection, the motion equation and energy transformation equation of UAV in the phase of turning in high altitude were achieved. Based on the equations, the parameters which influenced the energy extract of UAVs from gradient wind field and which resulted in the energy loss because of the wind drag were analyzed. The conclusion provides theoretically guide for the UAV's maximum extracted energy from gradient wind field and the decreasing of its energy loss. Besides, the dynamic soaring simulation was designed and results show that the phase of climbing with headwind and the early stage of turning in high altitude are the mainly periods to absorb energy from wind field. This conclusion is meaningful to direct the dynamic soaring without thrust.

Key words: dynamic soaring; unmanned aerial vehicles; turning in high altitude; gradient wind

小型无人机的飞行能力很大程度受到能源系统的限制,因为无人机的推进和载荷系统对能量的消耗很大。因此,为了提高小型无人机的飞行时间和飞行距离,除了对飞机的气动布局和发动机效率进行改进外,还可以考虑充分利用飞行环境中存在的能源,比如飞行环境中的梯度风^[1]。事实上,在自然界中,早就有一些大型的鸟类(如信天翁)利用梯度风提高自身的飞行能力,据相关文献^[2]说明:一种生活在南半球凯尔盖朗群岛的信天翁采用风梯度滑翔的方式一天飞行

1000km 而很少需要扇动它们的翅膀。信天翁的这种从海面梯度风场中获取能量的飞行方式称作风梯度滑翔。早在1883年,英国学者Rayleigh在Nature杂志上发表了《The Soaring of Birds》^[3],被认作是最早对信天翁的风梯度滑翔进行研究的文献。

近年来,随着微处理器、MEMS传感器以及低功耗的卫星定位系统的发展,设计一种小型无人飞行器模仿信天翁在梯度风场中进行风梯度滑翔已经成为可能。采用风梯度滑翔进行飞行的无人

* 收稿日期:2014-06-12

基金项目:国防科技大学科研计划资助项目(JC12-01-05)

作者简介:朱炳杰(1985—),男,湖南双峰人,博士研究生,E-mail:jackerzhu@gmail.com;

侯中喜(通信作者),男,教授,博士,博士生导师,E-mail:cn_hzx@sina.com

机有着很广泛的应用:可以作为对地面和海洋进行长期观测的平台,因为它可以利用地表和海面上低空范围内的梯度风场进行长航时的滑翔^[4];同时大量的风梯度滑翔无人机如信天翁一般飞行在海面上,可以极大地提高对海洋监测和管理的效率^[5]。目前,国内对小型无人机在梯度风场进行滑翔的研究较少,这类研究主要集中在国外。国外的相关学者已经在这方面取得了很多的研究成果:如英国的 Lawrance^[6]为风梯度滑翔的无人机设计了导航与控制平台,对风梯度滑翔的路径控制与优化进行了深入的研究;英国的 Langelaan^[7]设计了一种在风梯度滑翔中对风场进行估计的方法,为风梯度滑翔进行风场感知提供了理论依据;美国的 Zhao^[8]研究了风梯度滑翔的最优控制;美国的 Deittert^[9]研究了一类飞行器进行无动力风梯度滑翔时所需的最大和最小风场强度;等等。由于这些学者在研究过程中,研究方向侧重于控制和优化,很少涉及对动态过程中能量变化的研究和分析,而在最优的无动力风梯度滑翔路径中,能量获取与损耗之间的关系是对无人机风梯度滑翔过程中进行能源规划的基础问题,因此针对风梯度滑翔过程中能量变化问题,建立了基于梯度风场的动力学模型,并在分析过程中采取了路径投影法对风梯度滑翔过程中能量变化以及相关飞行参数变化进行了深入研究,得出了一些有意义的结论,对指导无人机在梯度风场中充分利用风能进行风梯度滑翔具有十分重要的意义。

1 建模分析

1.1 风场建模

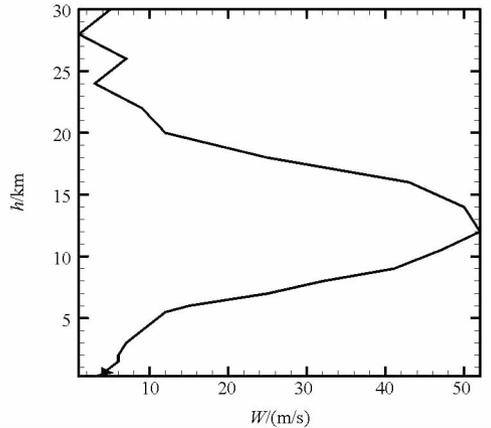
梯度风场的存在是进行风梯度滑翔的前提条件。图 1 是梯度风场观测数据及拟合模型,其中图 1(a)是某一地区 0~30km 的高度范围内固定方向的风场观测数据。根据该地区 0~100m 内的气象观测数据,建立与之相适应的风场模型,风场模型的建立主要参照文献[10]。假设风场为固定的风场,只有水平的风速,且风速只与高度相关联。为了便于建模分析,设风场横截面的平均风速与海拔呈指数、对数或者线性关系。本文选取了如式(1)所示的一个对数公式,该对数公式^[10]可以非常合适地描述地表风场风速与离地高度的关系。

$$W(h) = W_{ref} \frac{\ln(h/h_0)}{\ln(h_{ref}/h_0)} \quad (1)$$

式中, $W(h)$ 为离地高度为 h 时的风速, W_{ref} 为参照

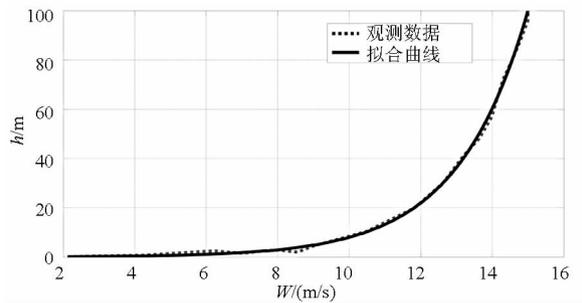
高度 h_{ref} 时的风速, h_0 为高度修正因子,这个关系式主要是通过实验数据总结获得的。 h_0 越大,表示该地区的地表面有更多的干扰物,比如树和建筑物。

图 1 是 0~100m 的风场观测数据以及根据观测数据拟合出的适应风梯度滑翔实验 0~100m 的区域范围内的风场模型,对应式(1)中: $W_{ref} = 15\text{m/s}$, $h_{ref} = 100\text{m}$, $h_0 = 0.05\text{m}$ 。



(a) 风场观测数据

(a) The observation data of wind field



(b) 观测数据拟合

(b) The fitting of observation data

图 1 梯度风场观测数据及拟合模型

Fig.1 The observation data and fitting model

1.2 风梯度滑翔动力学建模

在三维坐标系下,飞行器在梯度风场中的受力分析图如图 2 所示。

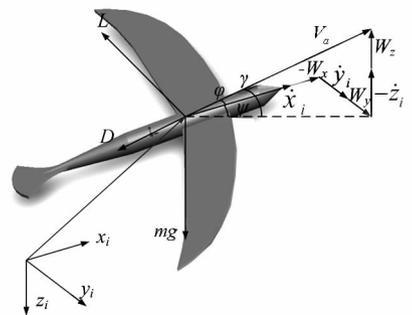


图 2 飞机的空速以及受力分析图

Fig.2 Airspeed and force analysis for the aircraft

其中, L 为升力; D 为阻力; γ 为航迹角; ψ 为航向角; φ 为航迹倾角; V_a 为空速。飞行器的惯性坐标系的速度 V_i , 空速 V_a 以及风速 W 定义如下:

$$\mathbf{V}_i = \begin{bmatrix} \dot{x}_i \\ \dot{y}_i \\ \dot{z}_i \end{bmatrix}, \mathbf{V}_a = \begin{bmatrix} \dot{x}_a \\ \dot{y}_a \\ \dot{z}_a \end{bmatrix}, \mathbf{W} = \begin{bmatrix} W_x \\ W_y \\ W_z \end{bmatrix}$$

定义: $\mathbf{V}_a = \mathbf{V}_i - \mathbf{W}$ 。由图 2 中的受力分析, 根据牛顿第二定律(机体坐标系到地面固连坐标系的转换)得:

$$\begin{cases} m \ddot{x}_i = -D \cos \gamma \cos \psi + \\ \quad L(-\sin \gamma \cos \psi \cos \varphi - \sin \psi \sin \varphi) \\ m \ddot{y}_i = -D \cos \gamma \sin \psi + \\ \quad L(-\sin \gamma \sin \psi \cos \varphi + \cos \psi \sin \varphi) \\ m \ddot{z}_i = D \sin \gamma + L(-\cos \gamma \cos \varphi) + mg \end{cases} \quad (2)$$

假设梯度风场模型是单一方向的风速随高度呈对数增加, 即 $W_y = W_z = 0$, W_x 沿 z 方向呈 1.1 节风场建模中的对数变化, 飞行器在风场中的运动学方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = V_a \cos \gamma \cos \psi - W_x \\ \dot{y}_i = V_a \cos \gamma \sin \psi \\ \dot{z}_i = -V_a \sin \gamma \end{cases} \quad (3)$$

将式(3)对时间 t 求导:

$$\begin{cases} \ddot{x}_i = \dot{V}_a \cos \gamma \cos \psi - \dot{\gamma} V_a \sin \gamma \cos \psi - \dot{\psi} V_a \cos \gamma \sin \psi - \dot{W}_x \\ \ddot{y}_i = \dot{V}_a \sin \psi \cos \gamma + \dot{\psi} V_a \cos \psi \cos \gamma - \dot{\gamma} V_a \sin \psi \sin \gamma \\ \ddot{z}_i = -\dot{V}_a \sin \gamma - \dot{\gamma} V_a \cos \gamma \end{cases} \quad (4)$$

由式(2)和式(4)联合求解:

$$\dot{V}_a = \frac{-D - mg \sin \gamma - m \dot{W}_x \cos \gamma \cos \psi}{m} \quad (5)$$

式(5)是空速对时间的求导, 主要应用于下面的计算。而飞行器飞行过程中升力、阻力的计算如式(6)、式(7)所示。

$$\begin{cases} L = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S C_L \\ D = \frac{1}{2} \rho V_a^2 S C_D \end{cases} \quad (6)$$

$$C_D = C_{D0} + \frac{C_L^2}{\pi A R e} \quad (7)$$

式中, S 是翼面积, C_L 是升力系数, C_D 是阻力系数, C_{D0} 是升力为 0 时的阻力系数, AR 是展弦比, e 是奥斯瓦德效率系数 (Oswald's efficiency factor)。

2 能量方程

飞行器在风场中的能量变化包括自身势能与动能的转化、从风场中获取的能量以及由于空气阻力而损失的能量, 此处暂时不考虑其他的能量损失。所以飞行器在机体坐标系中, 与空气相关的整体能量, 主要包括飞行器本身的能量和与空气相关的动态能。与空气相关的动态能指的是飞行器依靠空速产生气动力作用于飞行器而使其在空中保持飞行, 而不是依靠惯性速度^[11]。因此飞行器的整体能量可表示为:

$$E = mgz + \frac{1}{2} m V_a^2 \quad (8)$$

将式(8)对时间 t 进行求导:

$$\dot{E} = mg \dot{z} + m V_a \dot{V}_a \quad (9)$$

结合 1.1 节中风场模型的分析, W_x 沿 z 方向呈对数变化, 得出:

$$\begin{aligned} \frac{dW_x}{dt} &= \frac{dW_x}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{dW_x}{dz} (-V_a \sin \gamma) \\ &= \kappa (-V_a \sin \gamma) \end{aligned} \quad (10)$$

由式(5)、式(9)、式(10)有:

$$\dot{E} = -D V_a + m \kappa V_a^2 \sin \gamma \cos \gamma \cos \psi \quad (11)$$

从式(11)可以看出, 能量的损失主要来源于阻力 D 。在式(11)中, 如果 $\kappa > 0$, $\sin \gamma \cos \gamma \cos \psi > 0$, 则有利于飞行器从风场中获取能量。

如图 3 所示, 一个风梯度滑翔的周期主要包括 4 个过程: 1—逆风爬升, 2—高空转弯, 3—顺风下滑, 4—低空转弯。其中, 过程 2 的能量变化最为复杂, 因为此过程中外界风速大, 飞机姿态变化复杂; 过程 4 虽然也是转弯, 但基本属于在无风的环境中转弯, 其能量变化较之简单。

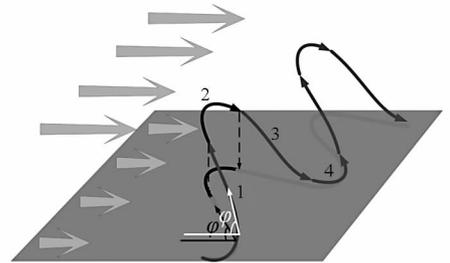


图 3 风梯度滑翔路径

Fig. 3 The trajectory of dynamic soaring

如图 4 所示, 过程 2 的空中轨迹在水平面的投影可以近似看作一个半圆^[12], 受力 L 为:

$$L = \frac{m V_a^2}{R} \quad (12)$$

由式(6)、式(12)计算得转弯半径 R 如式(13)所示。

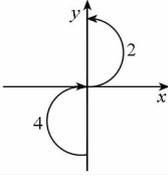


图4 风梯度滑翔路径投影

Fig. 4 The projection of dynamic soaring trajectory

$$R = \frac{2m}{\rho S C_L} \quad (13)$$

所以过程2的飞行时间可近似计算:

$$\Delta t_2 = \frac{\pi R}{V_a} = \frac{2\pi m}{\rho S C_L V_a} \quad (14)$$

飞行器在风场中获取能量的计算公式可以表述为:

$$\Delta E_{\text{wind1},2,3,4} = \int_0^{\Delta t} \mathbf{W} \cdot (\mathbf{L} + \mathbf{D}) dt \quad (15)$$

$$\Delta \dot{E}_{\text{wind1},3,4} = \mathbf{W} \cdot (\mathbf{L} + \mathbf{D}) \quad (16)$$

所以飞行器在梯度风场中进行高空转弯所获取的能量为:

$$\Delta E_{\text{wind2}} = \int_0^{\frac{2\pi m}{\rho S C_L V_a}} V_{\text{wind}} \cdot \frac{1}{2} \rho S C_L V_a^2 dt + \int_0^{\frac{2\pi m}{\rho S C_L V_a}} V_{\text{wind}} \cdot \frac{1}{2} \rho S C_D V_a^2 dt \quad (17)$$

计算得:

$$\Delta E_{\text{wind2}} = \pi m V_{\text{wind}} V_a \left(1 + \frac{C_D}{C_L} \right) \quad (18)$$

对式(18)进行求导计算:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{E}_{\text{wind2}} &= \pi m \dot{V}_{\text{wind}} V_a \left(1 + \frac{C_D}{C_L} \right) + \\ &\pi m V_{\text{wind}} \dot{V}_a \left(1 + \frac{C_D}{C_L} \right) + \\ &\pi m V_{\text{wind}} V_a \left(-\frac{C_{D0}}{C_L^2} + \frac{1}{\pi A Re} \right) \end{aligned} \quad (19)$$

由于阻力所损耗的能量计算公式为:

$$\Delta E_{\text{drag}} = -D \times V_a \times 2\Delta t = \frac{-2\pi m V_a^2 C_D}{C_L} \quad (20)$$

飞行过程中,结合重力 mg 和式(20)进而可求得风梯度滑翔过程中能量损耗功率:

$$\begin{aligned} \Delta \dot{E}_{\text{lose}} &= \Delta \dot{E}_{\text{drag}} + mg \dot{z}_i \\ &= -\frac{4\pi m V_a \dot{V}_a C_D}{C_L} - 2\pi m V_a^2 \left(-\frac{C_{D0}}{C_L^2} + \right. \\ &\left. \frac{1}{\pi A Re} \right) - 2mg V_a \sin \gamma \end{aligned} \quad (21)$$

所以式(11)也可表述为:

$$\dot{E} = \Delta \dot{E}_{\text{wind}} - \Delta \dot{E}_{\text{lose}} \quad (22)$$

3 仿真分析

为了把前面所建立的模型更加直观地显示出来,以便将理论模型与实验结论进行更直观的对比,从而在风梯度滑翔方面获取更有说服力的结论,本文根据某典型飞行器的参数,设计了仿真模型,并在 MATLAB 中利用最优化理论进行了仿真计算。

为了使飞行器在已知的约束条件下获取最大的能量完成整个滑翔过程,需要对能量的获取进行优化,而其实际是路径最优化问题。

$$\max J = \int_0^{\Delta t} \dot{E}_{\text{wind1},2,3,4} dt \quad (23)$$

$$\dot{E}_{\text{wind1},2,3,4} = f(\gamma, \psi, V_a, C_L) \quad (24)$$

$$\gamma_{\min} \leq \gamma \leq \gamma_{\max} \quad (25)$$

$$\psi_{\min} \leq \psi \leq \psi_{\max} \quad (26)$$

$$V_{a\min} \leq V_a \leq V_{a\max} \quad (27)$$

$$C_{L\min} \leq C_L \leq C_{L\max} \quad (28)$$

其中 J 是目标限制函数,式(25)和式(26)限制优化过程中的飞行姿态,进而确定最优路径;式(27)限制空速的范围;式(28)限制飞行过程中的升力系数的大小。

优化过程中的初始条件和结束条件可以表述为:

$$\begin{cases} V(t_0) = V_0 = V(t_f) = V_f \\ \psi(t_0) = \psi_0 = \psi(t_f) = \psi_f \\ \gamma(t_0) = \gamma_0 = \gamma(t_f) = \gamma_f \\ C_L(t_0) = C_{L0} = C_L(t_f) = C_{Lf} \end{cases} \quad (29)$$

在仿真计算过程中,所用的计算参数如表1中所示。

表1 飞行器所用参数

Tab. 1 UAV parameter values

参数名称	数值
质量/kg	8.5
翼面积 S/m^2	0.76
展弦比	16.81
翼展/m	2.76
空气密度/ (kg/m^3)	1.22
C_{D0}	0.033
最大升阻比 E_{\max}	22

这是一架计划用于风梯度滑翔实验的小型无人机。其设计参数参照了相关文献中信天翁的体型结构参数^[11],主要是为更好地模仿风梯度滑翔

过程,从而更深入地了解风梯度滑翔机理。

首先得出风梯度滑翔一个周期内的飞行轨迹。参照一个 MATLAB 的工具包 GPOPS (Gauss Pseudospectral Optimization Software) 的程序模式^[13],在已建立的模型约束条件下,得出了该模型下的风梯度滑翔路径。如图 5 所示, X 方向表示风的方向,在一个风梯度滑翔周期内,飞行器的飞行高度大约是 18m,前进的距离约是 115m。而且从路径图中可以看出,在高空转弯过程中,路径点较密集,从而验证了所建模型中高空转弯过程是整个风梯度滑翔过程中能量变化复杂的阶段。仿真路径图的滑翔路径模式可用于指导风梯度滑翔验证实验。

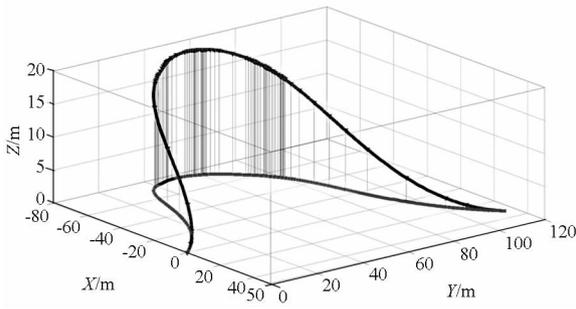


图 5 风梯度滑翔仿真路径图

Fig. 5 The simulation flight trajectory of dynamic soaring

在仿真过程中,如图 6 所示,飞行器起飞的空速是 25m/s,一个风梯度滑翔周期完成后,空速又恢复到初始值,无人机在没有能量损耗的前提下,通过风梯度滑翔获得了飞行距离。

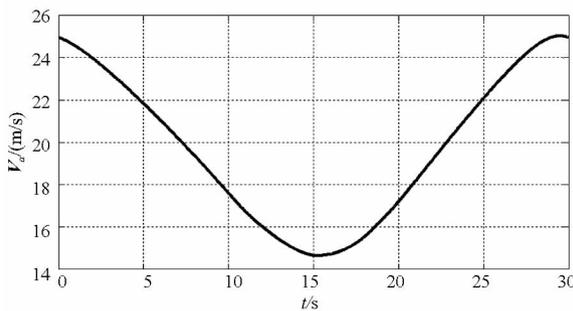


图 6 空速随时间的变化图

Fig. 6 Airspeed for the model small UAV demonstrator flying through a log cycle

在一个风梯度滑翔周期内,飞行器的航向角和航迹角随时间的变化如图 7 和图 8 所示。

由图 7 和图 8 中曲线可以看出,飞行器在爬升过程中,航向角 ψ 是先增大后减小,变化范围在 $[-60^\circ, 30^\circ]$,航迹角 γ 变化趋势与航向角基本一致,受高度增加和风速增加的影响,最大值附近有一定的平缓过程,航迹角在爬升阶段其变化范围在 $[0^\circ, 45^\circ]$,符合前面建模中所推测的角度

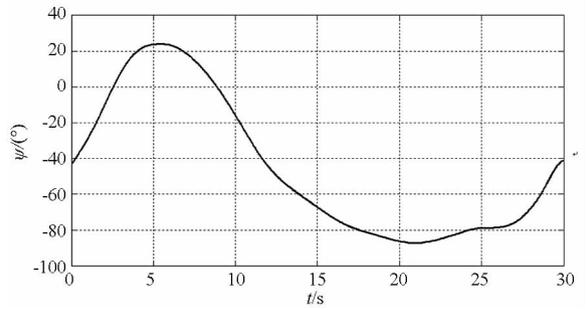


图 7 航向角随时间的变化图

Fig. 7 The heading angle (ψ) of dynamic soaring

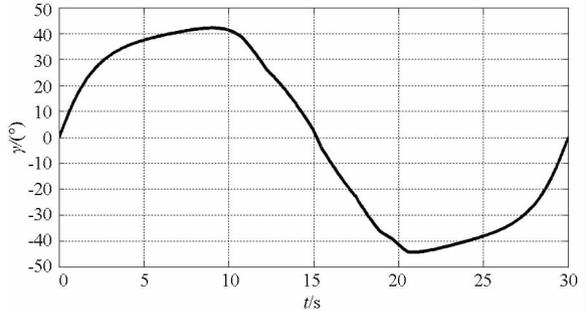


图 8 航迹角随时间的变化图

Fig. 8 The flight path angle (γ) of dynamic soaring

范围,因此飞行器在此过程中可认作是不断获取能量的过程。在下滑过程中(第 15s 后),航向角的变化范围是 $[-90^\circ, -40^\circ]$,航迹角的变化范围是 $[-45^\circ, 0^\circ]$,从理论分析来看,不属于获取能量的角度范围,因此需对仿真计算中能量获取变化情况进行进一步的分析。

在风梯度滑翔的过程中,姿态角的不断变化势必导致升力系数的不断变化,升力系数 C_L 的变化如图 9 所示。

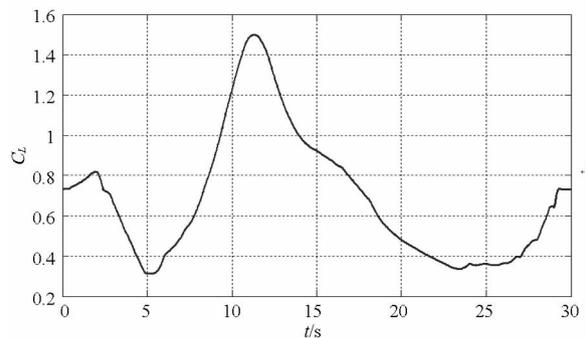


图 9 升力系数 C_L 随时间的变化图

Fig. 9 The lift coefficient for UAV demonstrator flying through a log cycle

由图 9 中曲线可得知,升力系数的变化范围是 $[0.3, 1.5]$,在接近风梯度滑翔的最高点时,升力系数达到最大,此阶段,飞行器的空速较小,但此时对应的升力系数较大,因此在高空转弯时,飞行器仍有足够的升力维持正常的飞行。

综合上述参数的变化情况,并结合第2节中能量变化模型,得出风梯度滑翔过程中,风场中能量吸收率与损耗率的变化情况,如图10所示。

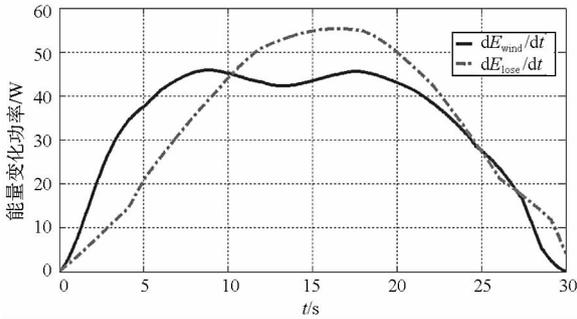


图10 风场中吸收能量与损耗能量之间的关系图

Fig. 10 The power exacted from the wind and lost due to drag for a cycle of dynamic soaring

图10中,在0~10s内, $dE_{wind}/dt > dE_{lose}/dt$,对比图7和图8,在此时间段内, $\cos\psi > 0$, $\sin\gamma\cos\gamma > 0$,与式(11)的分析一致,同时也说明在风梯度滑翔的逆风爬升和高空转弯的初期过程中,飞行器从风场中获取能量。在第25s附近也出现了一段时间的 $dE_{wind}/dt > dE_{lose}/dt$,如图8所示,此时 $\sin\gamma\cos\gamma < 0$,由于飞行器处于顺风下滑阶段,风场梯度指数 $\kappa < 0$,所以飞行器在此过程中也获取了部分能量。

4 结论

1) 飞行器以风梯度滑翔的方式在梯度风场中进行无动力飞行,可以从风场中获取足够的能量维持飞机的飞行,通过控制飞行过程中姿态角的变化(主要是航迹角和航向角)可以获得最优的风梯度滑翔路径;

2) 在风梯度滑翔过程中,逆风爬升和高空转弯初期是能量获取的主要阶段,顺风下滑过程中也能获取部分能量,高空转弯和低空转弯是消耗能量的主要阶段,在以后的研究过程中可以根据飞行任务的需要对这4个阶段进行合适的分配。

参考文献(References)

- [1] 张怀全. 风资源与微观选址:理论基础与工程应用[M]. 北京:机械工业出版社,2013.
ZHANG Huaquan. Wind resource and micro-siting: science and engineering[M]. Beijing: China Machine Press, 2013. (in Chinese)
- [2] Traugott J, Holzapfel F, Sachs G. Conceptual approach for precise relative positioning with miniaturized GPS loggers and experimental results[J]. North Atlantic Treaty Organization, 2010, RTO-EN-SET-116:4-24.
- [3] Rayleigh J W S. The soaring of birds[J]. Nature, 1883, 27(1):534-535.
- [4] Barnes P, Fishman R, Tervamaki J. Electric UAV using regenerative soaring and solar power[R]. San Francisco: Zero, 2013.
- [5] Mark B E, Boslough. Autonomous dynamic soaring platform for distributed mobile sensor arrays[R]. Albuquerque: Sandia National Laboratories, 2002.
- [6] Lawrance R J, Sukkarieh S. A guidance and control strategy for dynamic soaring with a gliding UAV[C]//Proceedings of IEEE international Conference on Robotics and Automation, Kobe, Japan, 2009: 1-6.
- [7] Langelaan J W, Spletzer J, Montella C, et al. Wind field estimation for autonomous dynamic soaring[C]//Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation, River Centre, Saint Paul, Minnesota, USA, 2012: 16-22.
- [8] Zhao Y J. Optimal patterns of glider dynamic soaring[J]. Optimal Control Applications and Methods, 2004, 25: 67-89.
- [9] Deittert M, Richards A, Toomer C A, et al. Engineless unmanned aerial vehicle propulsion by dynamic soaring[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2009, 32(5): 1446-1457.
- [10] Sukumar P P, Selig M S. Dynamic soaring of sailplanes over open fields[C]//Proceedings of 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference, Chicago, IL, 2010: 1-22.
- [11] Bower G C. Boundary layer dynamic soaring for autonomous aircraft: design and validation[D]. Stanford: Stanford University, 2011.
- [12] Grenestedt J L. On dynamic soaring[R]. USA: Lehigh University, 2011.
- [13] Patterson M A, Rao A V. GPOPS—a general-purpose matlab toolbox for solving optimal control problems using the radaupseudospectral method[R]. USA: University of Florida Gainesville, 2013.